



Experimental Study of Hysteretic Behavior of Supercritical Regime on Hydraulic parameters of Flow against Gabion Contraction

RASOUL DANESHFARAZ^{*}, EHSAN AMINVASH², AMIR NAJIBI¹

1. Department of Civil Engineering, Faculty of Engineering, University of Maragheh, Maragheh, Iran.

2. Faculty of Civil Engineering, University of Tabriz, Tabriz, Iran.

(Received: Nov. 25, 2021- Revised: Jan. 21, 2022- Accepted: Jan. 30, 2022)

ABSTRACT

In the present study, the hydraulic characteristics of the flow and the phenomenon of flow hysteresis with the supercritical regime, which can appear in the vicinity of the additional structures in the flow path, such as contracting of the cross-section of the channel, were investigated experimentally. To achieve the objectives of the study, two average diameters of materials inside the gabion basket with sizes of 1.28 and 2.08 cm were used. The inlet flow rate increased in the primary flow and decreased in the secondary flow in the range of 300 to 650 liters per minute. The results of the present study show that by increasing the flow rate and then decreasing the flow, two different behaviors and regimes of flow are observed in the same experimentally conditions. So that with the formation of the phenomenon of hysteresis, the relative depths of the flow were increased by 69.39% and the Froude number of the gabion contraction section has increased significantly by 69.15% and the main cause of the hysteretic behavior of the flow is the current behavior of the flow following its previous behavior. On the other hand, the rate of flow energy dissipation in the use of gabion basket has increased by a relative amount of 71.35% compared to simple contracting. The results also showed that by increasing the size of the constriction and increasing the average diameter of materials in the gabion basket increases energy dissipation and relative downstream depth.

Keywords: Hysteretic Behavior; Relative Energy Dissipation; Relative Downstream Depth; Downstream Froude Number.



بررسی آزمایشگاهی رفتار هیسترتیک رژیم فوق بحرانی بر پارامترهای هیدرولیکی جریان در برابر تنگ شدگی گابیونی

رسول دانشفراز^۱، احسان امین‌وش^۲، امیر نجیبی^۱

۱. گروه مهندسی عمران، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه مراغه، مراغه، ایران.

۲. دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه تبریز، تبریز، ایران.

(تاریخ دریافت: ۱۴۰۰/۹/۴ - تاریخ بازنگری: ۱۴۰۰/۱۱/۱ - تاریخ تصویب: ۱۴۰۰/۱۱/۱۰)

چکیده

در تحقیق حاضر، مشخصات هیدرولیکی جریان و پدیده هیسترزیس جریان با رژیم فوق بحرانی که می‌تواند در مجاورت سازه‌های الحاقی قرار گرفته در مسیر جریان مانند تنگ شدگی مقطع عرضی کanal ظاهر شود، به صورت آزمایشگاهی مورد بررسی قرار گرفت. برای دستیابی به اهداف پژوهش، از دو قطر متوسط مصالح در داخل سبد گابیونی با اندازه‌های ۱/۲۸ و ۲/۰۸ سانتی‌متر استفاده گردید. دبی جریان ورودی به صورت افزایشی در جریان اولیه و به صورت کاهشی در جریان ثانویه و در محدوده ۳۰۰ تا ۶۵۰ لیتر بر دقیقه وارد فلوم آزمایشگاهی گردید. نتایج تحقیق حاضر نشان می‌دهد که با افزایش دبی جریان و سپس کاهش جریان، دو رفتار و رژیم متفاوت از جریان در شرایط یکسان آزمایشگاهی مشاهده می‌شود. به طوری که با تشکیل پدیده هیسترزیس اعمق نسبی جریان به میزان ۶۹/۳۹ درصد و عدد فرود مقطع تنگ شدگی گابیونی به میزان ۶۹/۱۵ درصد افزایش چشمگیری داشته است و علت اصلی رفتار هیسترتیک جریان تعییت رفتار فعلی جریان از رفتار قبلی آن می‌باشد. از طرفی استهلاک انرژی جریان در استفاده از سبد گابیونی به مقدار نسبی ۷۱/۳۵ درصد نسبت به تنگ شدگی ساده افزایش یافته است. همچنین نتایج نشان داد که با افزایش اندازه تنگ شدگی و افزایش قطر متوسط مصالح در سبد گابیونی باعث افزایش استهلاک انرژی و عمق نسبی پایین دست می‌گردد.

واژه‌های کلیدی: رفتار هیسترتیک جریان، استهلاک انرژی نسبی، عمق نسبی پایین دست، عدد فرود پایین دست.

مقدمه

حال تشکیل و عدم تشکیل پرش هیدرولیکی محتمل است. وجود چنین رفتار متناقضی به دلیل پدیده هیسترزیس اتفاق می‌افتد که مطالعات بسیار محدودی برای شناخت آن وجود داشته و برای بستر زبر تاکنون بررسی نشده است. موقع پدیده هیسترزیس در برخورد جریان با مانع عموماً قابل انتظار است. به طوری که برای یک جریان ورودی یکسان، دو رفتار متفاوت مشاهده می‌شود که این رفتار متفاوت وابسته به چرخه جریان است. منظور از چرخه جریان، افزایش دبی تا یک مقدار مشخص و سپس کاهش آن به دبی اولیه است. این پدیده یکی از موضوعات مهمی است که در کارهای عملی در طبیعت رخ می‌دهد ولی متأسفانه در طراحی سازه‌های هیدرولیکی تاکنون در نظر گرفته نشده است. تحقیقات انجام گرفته را می‌توان به دو دسته تقسیم کرد، که دسته اول مطالعات مربوط به تنگ شدگی مسیر جریان و استهلاک انرژی و دسته دوم مربوط به سازه‌های گابیونی می‌باشد. دسته اول مطالعات مربوط به تنگ شدگی مسیر جریان به

انرژی جنبشی بالای جریان، یکی از مهم‌ترین موارد و مشکلاتی است که در پایین دست سازه‌های هیدرولیکی وجود دارد. این انرژی مخرب در صورت عدم کنترل و استهلاک، باعث ایجاد خسارات قابل توجهی در سیستم‌های انتقال آب می‌شود. سازه‌های مستهلك‌کننده انرژی، به جهت کاهش سرعت و انرژی جریان پائین دست سازه‌های هیدرولیکی، به عنوان مقطع کنترل استفاده می‌شود (Daneshfaraz et al, 2020). میزان افزایش استهلاک انرژی، رابطه مستقیمی با تلاطم و آشفتگی جریان دارد، به همین دلیل مقدار بسیار قابل توجهی از استهلاک انرژی با کوچک کردن یک منطقه از کanal قابل دسترسی می‌باشد (Daneshfaraz et al, 2021a). ایجاد انقباض ناگهانی گابیونی در مسیر جریان با ایجاد پرش هیدرولیکی و با ورود جریان به منطقه گابیونی باعث مستهلك شدن انرژی جریان می‌گردد. یکی از مهم‌ترین اهداف اصلی این تحقیق، بررسی رفتار متناقض جریان فوق بحرانی در برابر تنگ شدگی با سبد گابیونی بوده که در این نوع رفتار، هر دو

میزان افت انرژی نسبی افزایش می‌یابد. Daneshfaraz et al. (2021b) بررسی آزمایشگاهی آنها نشان‌دهنده این است که میزان کاهش عرض تنگ‌شدگی استهلاک انرژی را به طور چشم‌گیری افزایش می‌دهد و لی تغییر زبری در دیواره تنگ‌شدگی تأثیر چندانی بر کاهش استهلاک انرژی ندارد.

مطالعات تحلیلی و آزمایشگاهی انجام شده به منظور بررسی رفتار هیسترتیک پارامترهای هیدرولیکی جریان در مواجهه با موانع مختلف را می‌توان به چهار گروه تقسیم کرد: گروه اول مطالعات مربوط به برآمدگی کف کanal؛ گروه دوم به مقاطع تنگ‌شدگی؛ گروه سوم مربوط پایه‌های پل و گروه چهارم مربوط به دریچه می‌باشد.

اولین مطالعه مربوط به پدیده هیسترزیس در گروه که به بررسی برآمدگی کف کanal می‌پردازد، به تحقیقات آبکاسیس و کوینتلا (Abecasis and Quintela, 1964) برمری گردد. مطالعات در این گروه بیشتر به بررسی رفتار تئوری و آزمایشگاهی پدیده هیسترزیس بر روی برآمدگی کف با عرض ثابت می‌باشند. مهم‌ترین تحقیق در این زمینه مربوط به آستریا (Austria, 1987), Baines and Whitehead, (Lawerence, 1987)، بینز و وايت‌هد (Defina and Susin, 2006) است. آستریا (2003) و دفینا و سوزین (2006) به توصیف رفتار هیسترتیک جریان بر روی Austria, 1987) کف کanal با استفاده از تئوری کاتاستروف پرداخته است. برآمدگی کف کanal نظیر مطالعات انرژی مخصوص در کنار مطالعات کلاسیک جریان نظیر مطالعات انرژی مخصوص در کنار مطالعات تئوری کاتاستروف است. لارنس (Lawerence, 1987) به بررسی جریان دائمی عبوری از روی برآمدگی کف کanal و رفتارهای مختلف آن پرداخت. نتایج نشان داد که ممکن است دو حالت پایدار برای شرایط ورودی یکسان وجود داشته باشد که منجر به تشکیل حلقه هیسترزیس می‌گردد.

بینز و وايت‌هد (Baines and Whitehead, 2003) رفتار هیسترتیک جریان را بر روی برآمدگی کف کanal به صورت تئوری و آزمایشگاهی بررسی کردن. نتایج مطالعات تئوری و آزمایشگاهی نشان داد که در شرایط یکسان جریان ورودی، دو حالت متفاوت برای پایداری جریان ایجاد می‌شود که دلالت بر وجود حلقه هیسترتیک دارد. دفینا و سوزین (Defina and Susin, 2006) در ابتدا به صورت تئوریک روابطی جهت بررسی این پدیده بر روی برآمدگی ارائه کرده و سپس به صورت آزمایشگاهی آن را بررسی کردن. آنها دو عکس‌العمل ضعیف و قوی در شرایط دبی ورودی یکسان برای جریان تعریف کردن که عکس‌العمل ضعیف زمانی است که رژیم جریان فوق‌حرانی بوده و مانع بر روی تغییر رژیم جریان تأثیرگذار نباشد. در مقابل، عکس‌العمل قوی دلالت بر

تحقیق Hager et al. (1985) برمری گردد. آن‌ها مطالعاتی را به صورت آزمایشگاهی بر روی تأثیر پارامترهای هندسی از قبیل زاویه جریان ورودی و خروجی را بر دبی جریان بررسی کردن و به این نتیجه رسیدند که با افزایش طول نسبی انقباض، استهلاک انرژی افزایش می‌یابد. Wu and Mulinas (2001) با مطالعه بر روی برخورد جریان زیربحرانی با انقباض ایجاد شده در مسیر جریان به این نتیجه دست یافتند که ضریب دبی جریان متأثر از Day and Raikar (2007) با مطالعه آزمایشگاهی آبشنستگی در انقباض مسیر جریان با رژیم زیربحرانی به این نتیجه دست یافتند که عمق متعادل آبشنستگی با کاهش نسبت بازشدگی در مقطع انقباض یافته و افزایش اندازه ذرات رسوبی، افزایش می‌یابد.

Jan and Chang (2009) پرش هیدرولیکی و استهلاک انرژی را در یک شوت با انقباض تدریجی بررسی کردن. آنها در این تحقیق از چندین اندازه تنگ‌شدگی استفاده کردن که نتایج بیانگر این بود که با افزایش عدد فرود، استهلاک نسبی انرژی جریان در تمامی تنگ‌شدگی افزایش یافته است. Sadeghi et al., (2015) به بررسی تأثیر شکل دیوارهای تبدیل و اگرا در خصوصیات پرش هیدرولیکی پرداختند. نتایج تحقیقات آنها نشان داد که به‌ازای طول ثابت دیواره تبدیل، انحنای دیواره‌ها باعث کاهش سرعت و همچنین کاهش نرخ استهلاک انرژی ناشی از پرش هیدرولیکی شده است. Daneshfaraz et al., (2017a) بررسی آزمایشگاهی مشخصات پرش هیدرولیکی در تنگ‌شدگی و واگرایی به این نتیجه رسیدند که افت انرژی در تنگ‌شدگی به طور متوسط به میزان ۸/۷۴ درصد در مقایسه با واگرایی کاهش می‌یابد. Daneshfaraz et al., (2017b) با استفاده از روش‌های فشار شده است.

مطالعه آزمایشگاهی استهلاک انرژی در تنگ‌شدگی ناگهانی توسط Daneshfaraz et al. (2018) نشان داد که استهلاک انرژی ناشی از تنگ‌شدگی بیشتر از استهلاک ناشی از پرش هیدرولیکی است، به‌طوری که این میزان استهلاک نسبت به بالادرست ۱۱/۴۳ درصد و نسبت به پایین‌دست ۶۵ درصد بیشتر Daneshfaraz et al. (2020,2021a) با بررسی عددی تأثیر انقباض ناگهانی و تنگ‌شدگی هلالی‌شکل با اندازه‌های ۵، ۱۰، ۱۵ سانتی‌متر بر میزان استهلاک انرژی در جریان فوق‌حرانی با استفاده از مدل آشفتگی RNG، به این نتیجه رسیدند که با افزایش میزان تنگ‌شدگی،

پائین دست دریچه و همچنین نسبت بازشدگی دریچه ارائه کردند. نتایج آنها نیز موید وجود رفتار هیسترتیک جریان است. همچنین آزمایش‌های انجام گرفته، صحت نظریه ارائه شده در تأثیر اعداد فرود بالادست و پائین دست در رفتار هیسترتیک را تأیید کرد. ویرو و دفینا (Viero and Defina, 2017) با ایجاد برآمدگی کف و انقباض موضعی در کanal، روابط تئوری جهت توصیف وقوع هیسترزیس در بالادست و پائین دست موانع را توسعه دادند. نتایج نشان داد که در هر دو مدل مربوط به برآمدگی و انقباض ناگهانی، دامنه ناحیه هیسترزیس گسترده بوده به طوری که در بسیاری از موارد عملی، احتمال وقوع هیسترزیس افزایش می‌یابد.

بررسی تحقیقات پیشین نشان می‌دهد که با وجود اندک مطالعات تئوریک و آزمایشگاهی انجام شده در ارتباط با رفتار هیسترتیک جریان، نیاز به انجام مطالعات گسترده‌تری برای بررسی ابعاد نامعلوم رفتار جریان وجود دارد. این ابعاد نامعلوم در موانعی نظیر پایه‌های پل که باعث کاهش مقطع عرضی جریان می‌شود، محسوس‌تر بوده که در مطالعات پیشین نیز کمابیش به آن اشاره شده است اما در زمینه تنگ‌شدگی گابیونی تاکنون مطالعاتی انجام نگرفته است. عموماً روابط تحلیلی در چنین موانعی تطابق کمتری با نتایج آزمایشگاهی نسبت به سایر موانع دارد. علت این امر می‌تواند به این دلیل باشد که الگوی جریان در برابر این موانع، امکان ایجاد یک نظریه دقیق منطبق بر رویکرد یکبعدی جریان را فراهم نمی‌سازد. لذا در تحقیق حاضر، برای نخستین بار به بررسی رفتار هیسترتیک جریان در برابر تنگ‌شدگی گابیونی پرداخته شده و پروفیل‌های طولی ایجاد شده و رژیم‌های احتمالی جریان مورد بررسی قرار گرفته است.

مواد و روش‌ها

اماکن آزمایشگاهی

تجهیزات فلوم آزمایشگاهی به همراه مشخصات مدل تحقیق حاضر در جدول ۱ به تفصیل ارائه شده است. در پژوهش حاضر، اعماق جریان در ۵ نقطه از عرض کanal برداشت شده و عمق متوسط آنها به عنوان عمق نهایی و محدوده دبی به کاررفته در این تحقیق از ۳۰۰ الی ۶۵۰ لیتر بر دقیقه در نظر گرفته شده است. مدل آزمایشگاهی شامل تنگ‌شدگی ناگهانی مسیر جریان با استفاده از باکس‌های شیشه‌ای به عنوان مدل شاهد و تنگ‌شدگی ناگهانی با استفاده از سبد‌های گابیونی می‌باشد. برای دستیابی به اهداف این پژوهش، در سبد گابیونی از مصالح شن با دو قطر متوسط مصالح ۲۰/۲۸ و ۱/۲۸ و ۱/۲۸ سانتی‌متر، تخلخل ۴۰ و ۷/۵ درصد با اندازه‌های تنگ‌شدگی ۱۰ و ۱۵ سانتی‌متر (Defina and Viero, 2018) دریچه قائم بررسی کردند. آنها یک تئوری برای پیش‌بینی وقوع هیسترزیس در مجاورت دریچه بر اساس عدد فرود بالادست و

شرایطی دارد که مانع به واسطه پرش هیدرولیکی باعث تغییر رژیم جریان به زیربحارانی می‌شود.

گروه دوم مطالعات مربوط به انقباض مقطعی در مسیر جریان است و در این راستا می‌توان به تحقیقات آکرز و بوخوف (Akers & Bokhove, 2008) اشاره کرد. آن‌ها به صورت تئوریک و صحرائی رفتار هیسترتیک را در انقباض تدریجی بررسی کردند. نتایج نشان داد که امواج مورب جریان فوق بحرانی می‌تواند تحت تأثیر اثرات دیگری از جمله کشش سطحی قرار گرفته باشد. (Defina and Viero, 2010) حالات‌های مختلف ایجاد شده از جریان در تنگ‌شدگی تدریجی را بررسی کردند. نتایج بررسی‌های عددی و آزمایشگاهی آنان نشان داد که اصطکاک و شبیب کف کanal بر پایداری جریان تأثیر داشته و می‌تواند حلقه‌های مختلف هیسترتیک را ایجاد کند. صدق فام و همکاران (Sadeghfam et al., 2017) با استفاده از معادلات کلاسیک هیدرولیک و تئوری کاتاستروف رفتار هیسترتیک جریان فوق-بحارانی در مواجه با تنگ‌شدگی موضعی کanal را بررسی کردند. نتایج آزمایشگاهی آنان نشان داد که به کارگیری روابط مربوط به تئوری کاتاستروف در کنار روابط کلاسیک قابلیت توصیف رفتار هسترتیک را دارد.

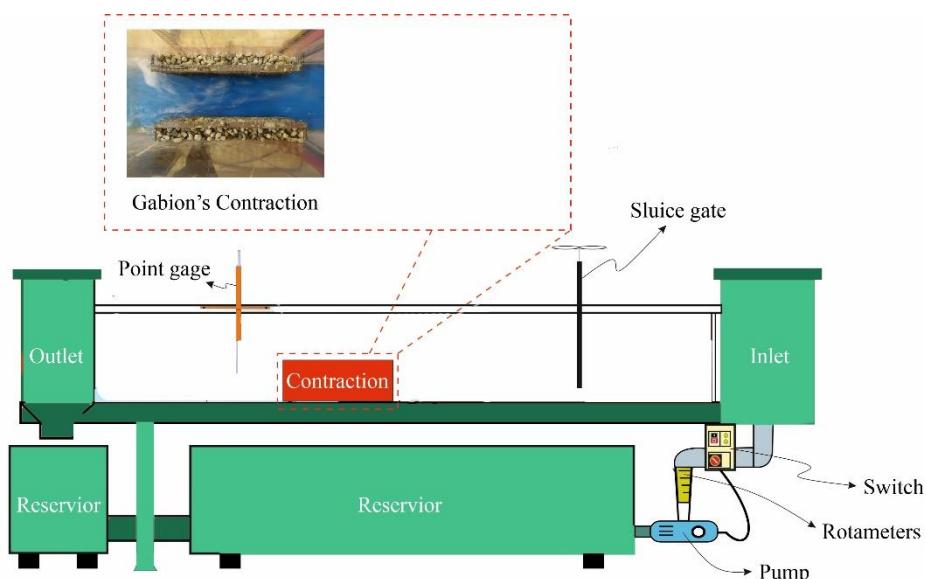
گروه سوم مطالعات در زمینه پایه‌های پل بوده و در این زمینه می‌توان به تحقیق Defina and Susin (2006) اشاره نمود. آن‌ها در این تحقیق از چندین پایه پل با قطرهای مختلف استفاده کرده و رفتار جریان را در مواجه با پایه‌های بکار گرفته شده بررسی کردند. همچنین آنها یک رابطه تئوریک جهت پیش‌بینی وقوع هیسترزیس هیدرولیکی ارائه کردند. نتایج نشان داد که در برخورد جریان با پایه‌های پل مشابه با تنگ‌شدگی، دو عکس العمل متفاوت ضعیف و قوی در شرایط یکسان ورودی ایجاد می‌شود.

نخستین تحقیق در گروه چهارم مطالعات مربوط به تأثیر دریچه بر رفتار هیسترتیک جریان، به تحقیق Defina و Susin (2003; 2006) برمی‌گردد. آن‌ها یک رابطه هیسترتیک جهت بررسی این رفتار ارائه کرده و سپس به صورت آزمایشگاهی آن را ارزیابی کردند. نتایج نشان داد که رفتار هیسترتیک برای یک میزان بازشدگی دریچه در دبی‌های مختلف، دو حالت می‌تواند وجود داشته باشد که حالت اول عدم تشکیل پرش هیدرولیکی و حالت دوم تشکیل پرش هیدرولیکی در یک میزان بازشدگی دریچه است. ویرو و دفینا (Defina, 2018) رفتار جریان با رژیم فوق بحرانی را در تزدیکی دریچه قائم بررسی کردند. آنها یک تئوری برای پیش‌بینی وقوع هیسترزیس در مجاورت دریچه بر اساس عدد فرود بالادست و

بر روی آن در شکل ۱ نشان داده شده است.

جدول ۱- مشخصات فلوم آزمایشی و تجهیزات نصب شده روی آن

تجهیزات و مواد	مشخصات			
	ابعاد (ارتفاع×عرض×طول) m)	مواد	دقت اندازه‌گیری	سایر مشخصات
فلوم	۵×۰/۳×۰/۴۵	پلکسی گلس	----	----
ابزار اندازه‌گیری				
پمپ	۲ مورد	فلز	±۴%	ظرفیت: Lit/min ۴۵۰-۱۵۰:
فلومتر	۲ مورد	روتامتر	±۲%	----
نقطه سنج	----	فلز	±۱ mm	اندازه‌گیری عمق
(گالیون) مدل				
ساده	۰/۵×۰/۵×۰/۱۵ (از هر طرف)	شیشه ۶ mm	----	مقدار انقباض کل: ۱۵ و ۱۰ cm
تنگ شدگی ناگهانی	۰/۵×۰/۰۷۵×۰/۱۵ (از هر طرف)	میلگرد و توری	----	مقدار انقباض کل: ۱۵ و ۱۰ cm
تنگ شدگی ناگهانی گابیونی	۰/۵×۰/۰۷۵×۰/۱۵ (از هر طرف)	فلزی	----	مقدار انقباض کل: ۱۵ و ۱۰ cm
اندازه زبری	D ₅₀ = ۲/۰۸ cm D ₅₀ = ۱/۲۸ cm	سنگ ریزه	----	----



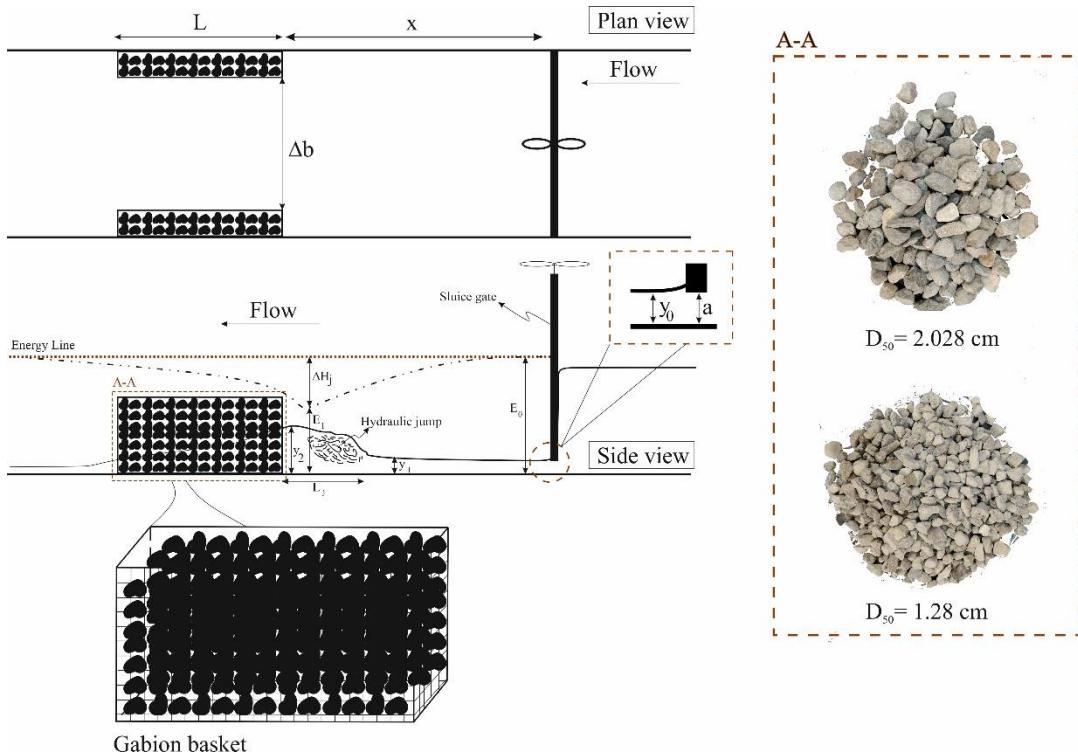
شکل ۱- شکل شکانیک فلوم آزمایشگاهی تحقیق حاضر

تخلخل سنگدانه‌ها، y_0 عمق جریان عبوری از زیر دریچه، y_1 عمق قبل از پرش هیدرولیکی، y_2 عمق ثانویه پرش هیدرولیکی، y_{cr} عمق بحرانی، B عرض کanal، D₅₀ قطر متوسط مصالح سبد گابیونی، L_{jump} طول پرش هیدرولیکی، E₀ انرژی مخصوص زیر دریچه، E₂ انرژی مخصوص مقطع پایین دست، Δb عرض مسیر جریان در محل گابیون، a بازشدگی دریچه، L طول ناحیه گابیونی و x فاصله دریچه تا سبد گابیونی می‌باشد.

تحلیل ابعادی
باتوجه به شکل ۲ و با درنظرگرفتن خصوصیات هندسی و هیدرولیکی مدل‌های تحقیق حاضر، پارامترهای تأثیرگذار برای بررسی هیدرولیکی تنگ شدگی ناگهانی گابیونی به صورت رابطه (۱) ارائه می‌گردد.

$$f1(q, \mu, g, \rho, \varepsilon, y_0, y_1, y_2, y_{cr}, v_2, B, D_{50}, L_{jump}, E_0, E_2, \Delta b, a, L, x) = 0$$

که در رابطه فوق، q دبی واحد عرض جریان، μ لزوجت دینامیکی، g شتاب گرانش جاذبه زمین، ρ چگالی سیال، ε درصد



شکل ۲- شماتیک و پارامترهای هندسی و هیدرولیکی تنگ شدگی گابیونی و مصالح به کار رفته

همچنین با ساده سازی و تقسیم برخی از پارامترهای بدون بعد برهمن جهت معنی دار کردن پارامترها، رابطه ۳ به صورت زیر حاصل می گردد.

$$f3(Fr_0, Fr_2, \varepsilon, \frac{y_1}{y_2}, \frac{\Delta E}{E_0}, \frac{L_{jump}}{y_{cr}}, \frac{D_{50}}{\Delta b}) = 0 \quad (رابطه ۳)$$

در نهایت، پارامترهای وابسته بدون بعد برای بررسی پارامترهای تحقیق حاضر طبق رابطه ۴ ارائه شده است.

$$\frac{y_1}{y_2}, \frac{\Delta E}{E_0}, Fr_2 = f4(Fr_0, \varepsilon, \frac{D_{50}}{\Delta b}) \quad (رابطه ۴)$$

که در رابطه فوق، y_1/y_2 اعمق نسبی مزدوج، $\Delta E/E_0$ استهلاک انرژی نسبی و Fr_2 عدد فرود مقطع پایین دست می باشد.

تحلیل ابعادی در تحقیق حاضر بر اساس روش پی باکینگها م انجام گرفت و برای استخراج پارامترهای بدون بعد، از g ، ρ و y_0 به عنوان پارامترهای تکراری، استفاده شد.

(رابطه ۲)

$$f2(Fr_0, Fr_2, Re_0, \varepsilon, \frac{y_1}{y_0}, \frac{y_2}{y_0}, \frac{y_{cr}}{y_0}, \frac{B}{y_0}, \frac{D_{50}}{y_0}, \frac{L_{jump}}{y_0}, \frac{E_0}{y_0}, \frac{E_2}{y_0}, \frac{\Delta b}{y_0}, \frac{a}{y_0}, \frac{L}{y_0}, \frac{x}{y_0}) = 0 \quad -133662$$

در رابطه فوق به دلیل متلاطم بودن جریان ($Re_0 = 50149$) در تمام دبی های بکار رفته از تأثیر عدد رینولدز (Daneshfaraz et al, 2020, 2021a, b) صرف نظر شده است. پارامترهای a/y_0 و L/y_0 به ترتیب به دلیل ثابت بودن مقادیر بازشده دریچه، طول سبد گابیونی و فاصله دریچه تا ناحیه گابیونی، از میان پارامترهای بدون بعد حذف گردیده است.

جدول ۲- محدوده متغیرهای اندازه گیری شده و ویژگی های مدل

شماره مدل	$D_{50}(\text{cm}), \varepsilon (\%), \Delta b (\text{cm})$	دبی (lit/sec)	$D_{50}/\Delta b$	عدد رینولدز	فرود بالادست	فرود پایین دست	فروند
۱	$\Delta b = 15$		----			۱/۲۵ - ۲/۲۳	
۲	$\Delta b = 20$		----			۱/۶۹ - ۲/۶۸	
۳	$2/0.8, 40, 15$	$4/17 - 10/83$	$0/138$	$50149 - 133662$	$5.0149 - 133662$	$2/15 - 8/66$	$0.76 - 1.35$
۴	$1/28, 20, 15$	$4/17 - 10/83$	$0/0.85$	$50149 - 133662$	$5.0149 - 133662$	$0.61 - 0.80$	
۵	$2/0.8, 40, 20$	$4/17 - 10/83$	$0/104$	$50149 - 133662$	$5.0149 - 133662$	$0.87 - 2/10$	
۶	$1/28, 20, 20$	$4/17 - 10/83$	$0/0.64$	$50149 - 133662$	$5.0149 - 133662$	$0.89 - 2/23$	

می دهد. لازم به توضیح است که مقطع (۰) نشان دهنده محل قرار گیری دریچه مولد جریان فوق بحرانی و جریان عبوری از زیر

در شکل (۲)، مقطع (۱)، محل شروع بستر زبر و مقطع (۲) جریان بر روی بستر زبر و محل تشکیل پرش هیدرولیکی را نشان

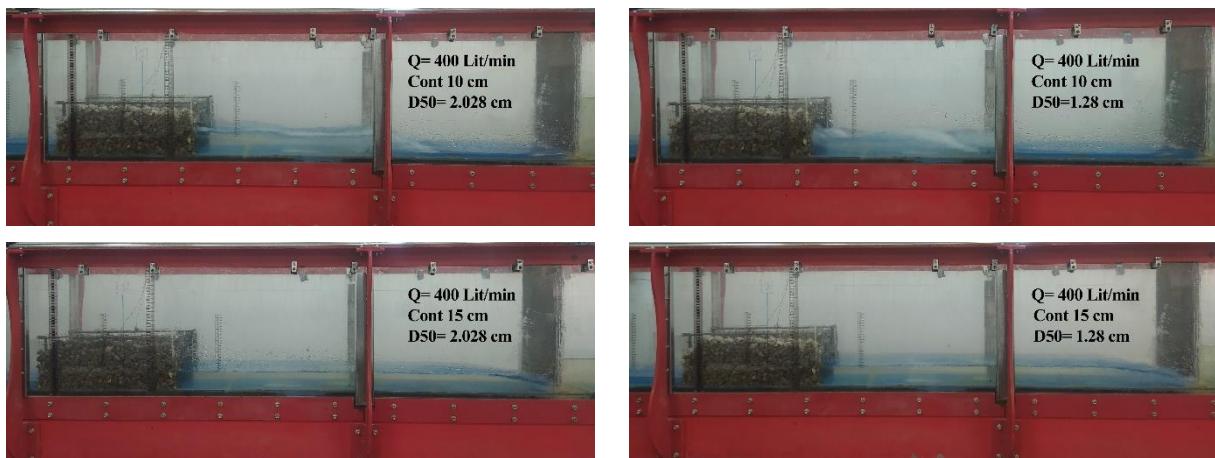
سانتی متر و دارای تنگ شدگی ۱۵ سانتی متر هستند، تشکیل می‌گردد. در تنگ شدگی ۱۰ سانتی متر با قطر متوسط ۲/۰۸ و ۱/۲۸ سانتی متر در دبی‌های پائین، پرش هیدرولیکی مستغرق نیز تشکیل می‌شود ولی با افزایش جریان، پرش هیدرولیکی به سمت مقطع تنگ شدگی حرکت کرده و تبدیل به پرش کلاسیک می‌گردد. شکل ۳ تصاویری از رفتار جریان در فلوم آزمایشگاهی در تنگ شدگی‌های ۱۵ و ۱۰ سانتی متری را نشان می‌دهد. همچنین شکل ۴ تغییرات استهلاک انرژی نسبی در برابر عدد فرود عبوری از زیر دریچه را نشان می‌دهد.

دریچه می‌باشد.

نتایج و بحث

نتایج مربوط به تنگ شدگی گابیونی

با جاری شدن آب در فلوم آزمایشگاهی و برخورد جریان آن با تنگ شدگی‌های گابیونی، به دلیل محدود شدن مقطع عرضی کanal، پس زدگی جریان رخداده و در این حالت پرش هیدرولیکی مستغرق تشکیل می‌گردد. البته پرش هیدرولیکی مستغرق در تنگ شدگی گابیونی که دارای مصالح با قطر متوسط ۲/۰۸



شکل ۳- رفتار هیدرولیکی جریان در برابر سبد گابیونی در دبی ۴۰۰ لیتر بر دقیقه

است که در تنگ شدگی گابیونی ۱۰ سانتی متری، افزایش D_{50} مصالح سنگی در ناحیه گابیونی تأثیری بر میزان افزایش یا کاهش استهلاک انرژی ندارد. مقایسه تنگ شدگی‌های گابیونی تحقیق حاضر با تحقیق Daneshfaraz et al., (2020) که به بررسی عددی تأثیر تنگ شدگی ناگهانی ساده پرداخته است، نشان می‌دهد که استفاده از تنگ شدگی گابیونی در مقایسه با حالت شاهد استهلاک انرژی را به مقدار قابل توجهی افزایش می‌دهد به طوری که این مقدار افزایش نسبت به حالت شاهد به میزان ۷۱/۳۵ درصد می‌باشد. از نظر اقتصادی نیز، استفاده از تنگ شدگی گابیونی به دلیل دردسترس بودن مصالح طبیعی اقتصادی‌تر بوده و می‌توان با کاهش طول حوضچه‌های آرامش، از هزینه‌های اضافی جلوگیری کرد.

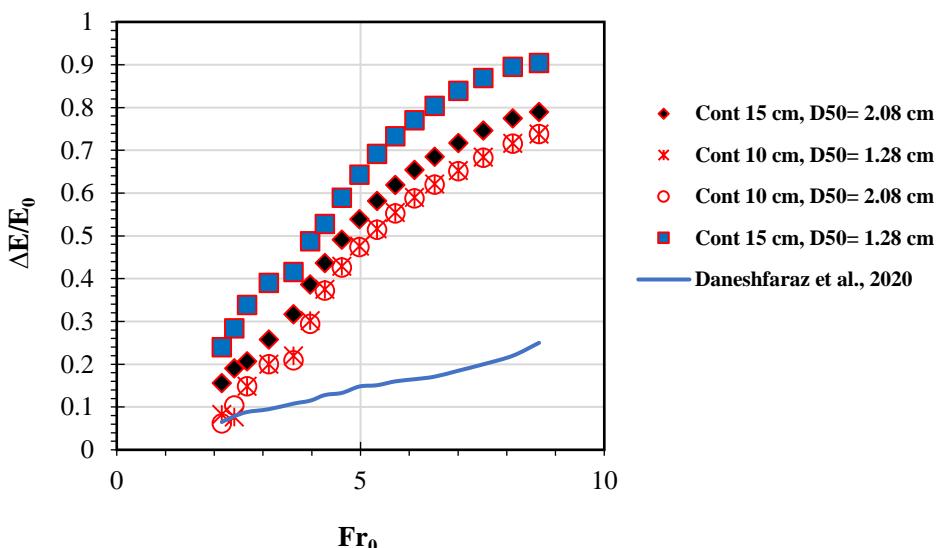
شکل ۵ نمودار ستونی تغییرات عدد فرود جریان در مقطع تنگ شدگی را در مدل‌های تحقیق حاضر نشان می‌دهد. با توجه به نمودار ستونی زیر مشخص است که در تمامی دبی‌های به کاررفته در تحقیق حاضر میزان عدد فرود جریان در مقطع کنترل نسبت به عدد فرود عبوری از دریچه به مقدار زیادی کاهش یافته است که تغییرات کمی آن را می‌توان در جدول ۲ مشاهده کرد. با دقت

شکل ۴ بیانگر تغییرات استهلاک انرژی نسبی جریان در برابر عدد فرود جریان عبوری از دریچه را نشان می‌دهد. با دقت در این شکل می‌توان استنتاج کرد که استهلاک انرژی جریان به‌واسطه قرارگیری المان‌های انقباض دهنده در مسیر جریان با افزایش جریان ورودی، روند صعودی و افزایشی دارد. همچنین می‌توان دریافت که با افزایش عرض تنگ شدگی کanal، استهلاک و با افزایش قطر متوسط مصالح موجود در سبد گابیونی، استهلاک انرژی نسبی افزایش می‌یابد. از طرف دیگر، با افزایش قطر متوسط مصالح سنگدانه‌ای موجود در سبد گابیونی و با کاهش میزان تخلخل در آن، استهلاک انرژی در گابیون با قطر متوسط ۲/۰۸ سانتی متر به مقدار کمی، کمتر از استهلاک انرژی در گابیون با قطر متوسط مصالح ۱/۲۸ سانتی متر می‌باشد. علت این امر به این دلیل است که با افزایش D_{50} در سبد گابیونی، تخلخل سنگدانه‌ها کاهش یافته و فضای خالی کمتری نسبت به مصالح بزرگ‌تر برای عبور جریان از میان سنگدانه‌ها ایجاد می‌شود.

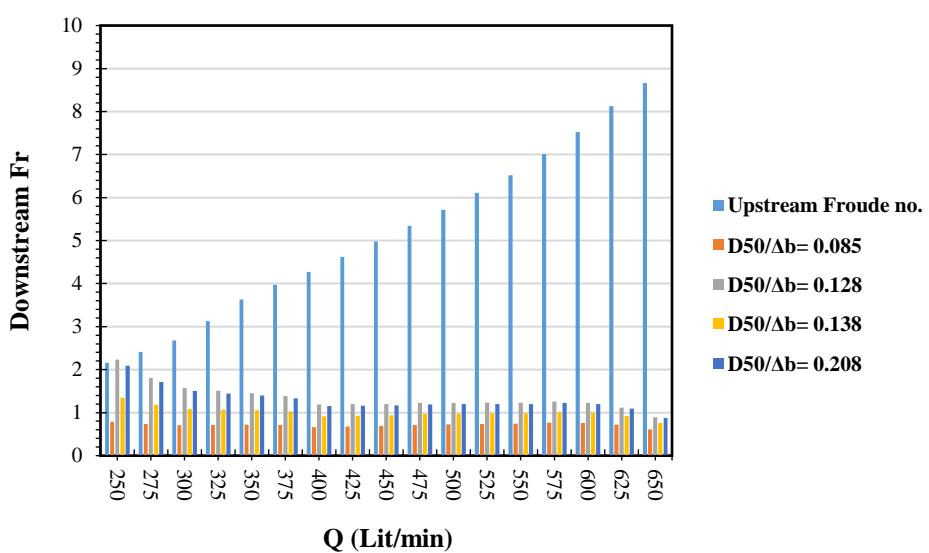
به همین علت در مصالح با D_{50} کوچک‌تر، پرش هیدرولیکی تشکیل یافته از نوع مستغرق بوده و با تشکیل پروفیل Back water، استهلاک انرژی نسبی افزایش می‌یابد. لازم به توضیح

۰/۲۰۸ به ترتیب به میزان نسبی ۸۰/۲۶، ۷۳/۵۷، ۸۵/۹۴ و ۷۴/۵۰ درصد کاهش چشمگیری یافته است.

در شکل می‌توان دریافت که استفاده از المان‌های انقباض دهنده در مسیر جریان به صورت گابیونی میزان عدد فرود جریان در مقطع تنگ شده در قطرهای نسبی ۰/۱۳۸، ۰/۱۲۸، ۰/۰۸۵ و



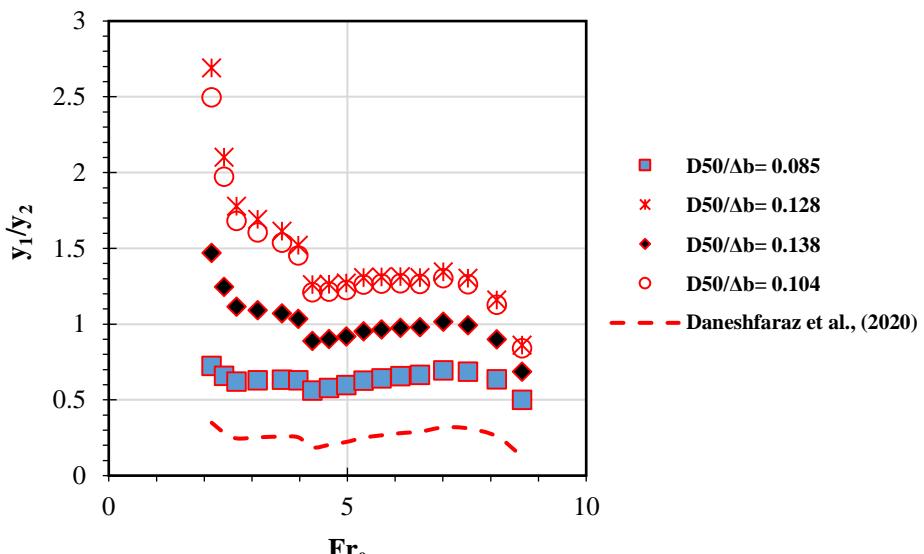
شکل ۴- تغییرات استهلاک انرژی نسبی در برابر عدد فرود عبوری از دریچه



شکل ۵- نمودار ستونی تغییرات عدد فرود جریان در مقطع تنگ شدگی گابیونی

سنگدانه با قطر متوسط ۱/۲۸ سانتی‌متر میزان عمق مزدوج جریان نسبت به سایر مدل‌ها بیشتر است. با مقایسه مدل‌های تحقیق حاضر با تحقیق (Daneshfaraz et al., 2020) که به بررسی عددی تنگ شدگی ناگهانی با باکس‌های ساده پرداخته است استنتاج گردید که میزان اعمق مزدوج جریان در تنگ شدگی گابیونی نسبت به مدل شاهد آن به میزان نسبی ۷۴/۶۷ درصد افزایش داشته است.

شکل ۶ تغییرات اعمق نسبی جریان در برابر عدد فرود عبوری از دریچه را نشان می‌دهد. بر اساس شکل ۶ میزان اعمق نسبی جریان با افزایش عدد فرود بالا دست، روند نزولی و کاهشی دارد. با دقت در این شکل می‌توان دریافت که با افزایش میزان قطر متوسط مصالح قرار گرفته در سبد گابیونی اعمق نسبی جریان کاهش می‌یابد. علت این امر آن است که در دیبی‌های پایین و در سبد گابیونی مسلح شده با سنگدانه‌های ریزتر پرش هیدرولیکی تشکیل شده از نوع مستغرق بوده و به همین دلیل در



شکل ۶- نمودار تغییرات اعماق نسبی جریان در برابر عدد فروود عبوری از دریچه

رژیم ایجاد شده در مقاطع (۱) و (۲) فوق بحرانی می‌گردد. به عبارت دیگر رژیم جریان در تمامی مقاطع برابر رژیم عبوری از زیر دریچه و فوق بحرانی است.

جریان ورودی به کanal در ابتدا به صورت افزایشی از ۳۰۰ تا ۶۵۰ لیتر بر دقیقه و سپس به صورت کاهشی از ۳۰۰ تا ۶۵۰ لیتر بر دقیقه با گام‌های افزایشی و کاهشی ۵۰ لیتر بر دقیقه وارد فلوم آزمایشگاهی می‌گردد. لازم به ذکر است که محدوده دبی‌های آزمایش شده، جهت مشاهده رفتار هیسترتیک کافی بوده و پدیده هیسترزیس جریان در این بازه به‌وضوح قابل مشاهده می‌باشد.

شکل ۷ به عنوان نمونه تغییرات رژیم و پروفیل‌های طولی جریان در برابر تنگ‌شدنگی گابیونی ۱۰ سانتی‌متر با قطر متوسط مصالح ۱/۲۸ سانتی‌متر را نشان می‌دهد. با افزایش دبی جریان تا مقدار ۴۵۰ لیتر بر دقیقه مقاطع ۱ و ۲ در رژیم زیر بحرانی قرار می‌گیرند. با افزایش دبی جریان به مقدار ۵۰۰ لیتر بر دقیقه، رژیم جریان در مقطع کنترل به فوق بحرانی انتقال می‌یابد. سپس با کاهش تدریجی دبی تا میزان ۳۵۰ لیتر بر دقیقه، مقطع کنترل همچنان در رژیم فوق بحرانی بوده تا جائیکه با رسیدن به دبی ۳۰۰ لیتر بر دقیقه، رژیم موجود در مقطع کنترل زیر بحرانی می‌گردد. بررسی پدیده هیسترزیس در این تحقیق فقط برای تنگ-شدگی ۱۰ سانتی‌متر با مصالح با قطر متوسط ۱/۲۸ سانتی‌متر انجام گرفته است. علت این امر آن است که در تنگ‌شدگی ۱۵ سانتی‌متر به دلیل کاهش بیش از حد فضای عبوری جریان در دبی‌های حاضر، پرش هیدرولیکی تشکیل شده از نوع مستغرق می‌باشد.

نتایج مربوط به رفتار هیسترتیک جریان پیکربندی پرش هیدرولیکی اجباری در تحقیق حاضر، شامل قسمت‌های مجزا می‌باشد که عبارت‌اند از: ۱- دریچه کشویی فلزی قائم که جهت اندازه‌گیری و یا کنترل جریان در کanal نصب گردیده و نقش آن در این تحقیق فقط تشکیل جریان فوق بحرانی می‌باشد. ۲- تغییر در مقطع عرضی کanal و محدود شدن مسیر عبور جریان با استفاده سبد گابیونی که باعث تشکیل پرش هیدرولیکی شده و رژیم جریان فوق بحرانی را به زیر بحرانی تبدیل می‌کند که بررسی پارامترهای هیدرولیکی در این حالت بسیار ضروری می‌باشد.

بر اساس اهداف تحقیق حاضر دو نوع پروفیل طولی جریان قابل تشخیص است، که این پروفیل‌ها عبارت‌اند از:
پروفیل ۱: این پروفیل نشان‌دهنده تشکیل پرش هیدرولیکی در مقاطع (۱) و (۲) می‌باشد. مقطع (۱)، جریان عبوری از زیر دریچه می‌باشد که در آن مقطع رژیم جریان عبوری از آن فوق بحرانی می‌باشد. به عبارت دیگر در مقطع (۱) جریان فوق بحرانی می‌باشد. این رژیم جریان توسط دریچه بالادست ایجاد شده است. در مقطع (۲) نیز به دلیل تلاطم و افزایش عمق جریان، پرش هیدرولیکی تشکیل شده و رژیم جریان به زیر بحرانی منتقل می‌شود.

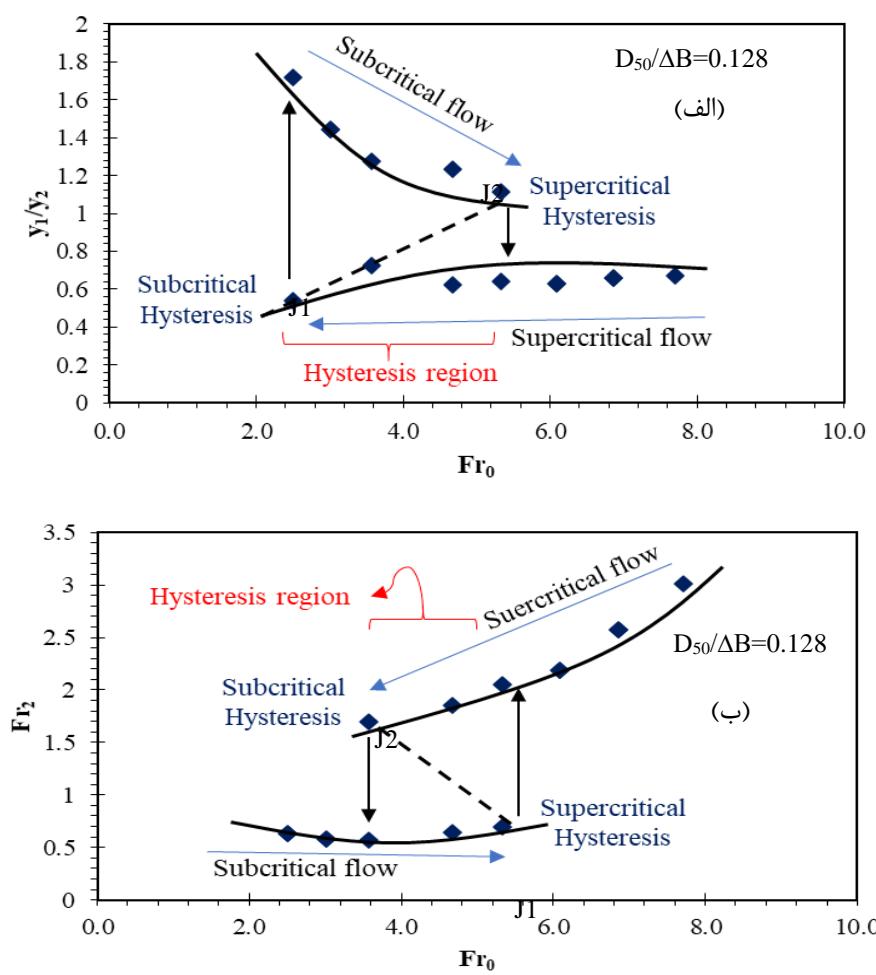
پروفیل ۲: این پروفیل بیانگر عدم تشکیل پرش هیدرولیکی در سرتاسر کanal آزمایشگاهی است. در اثر افزایش دبی جریان، بستر زبر دیگر قابلیت نگهداری پرش هیدرولیکی در بالادست خود را نداشت، پرش هیدرولیکی به پایین دست کanal منتقل شده و



شکل ۷- رفتار هیسترتیک جریان در برابر تنگ شدگی گابیونی

قطر متوسط $1/28$ سانتی متر می باشد. با دقت در این شکل ها می توان نتیجه گرفت که در یک جریان افزایشی و کاهشی، در دو دبی مشابه با شرایط یکسان آزمایشگاهی، اعماق نسبی متفاوتی در مقاطع ۱ و ۲ ایجاد می شود که پدیده هیسترزیس تشکیل شده را بهوضوح در شکل ۷ می توان مشاهده کرد.

برای بررسی رفتار هیسترتیک جریان در مقاطع ۱ و ۲ بر اساس کمیت های بدون بعد (عدد فرود و اعماق نسبی) استخراج شده از آنالیز ابعادی، در شکل ۸ ارائه شده است. شکل ۸-الف و ۸-ب به ترتیب بیانگر نمودار رفتار هیسترتیک عمق مزدوج جریان و عدد فرود مقطع تنگ شده برای تنگ شدگی 10 سانتی متر با


 شکل ۸- تأثیر پدیده هیسترزیس بر عمق مزدوج جریان و عدد فرود مقطع انقباض یافته با تنگ شدگی 10 سانتی متر و قطر مصالح $1/28$ سانتی متر

ورودی 400 تا 550 لیتر بر دقیقه، به دلیل حضور سبد گابیونی در مسیر جریان، پرش هیدرولیکی تشکیل شده و هر دو مقطع ۱ و ۲ در رژیم زیرحرانی قرار می گیرند. در جریان ثانویه و با کاهش

در مدل $D_{50}=1/28$ cm با افزایش و کاهش تدریجی دبی، در دبی های 400 و 550 لیتر بر دقیقه، رفتار هیسترتیک خود را نشان می دهد. در این حالت در جریان با افزایش دبی، در جریان

تشکیل پدیده هیستزیس می‌شود.

نتیجه‌گیری

پدیده هیستزیس در جریان فوق‌حرانی یکی از مسائلی است که تاکنون زیاد شناخته شده نیست و در نزدیکی سازه‌های الحاقی در سیستم‌های آبرسانی، خطوط انتقال آب و کانال‌ها تشکیل می‌گردد. رفتار هیستزیک جریان باعث ایجاد حالات مختلف در جریان می‌گردد که اصلی‌ترین دلیل این رفتار، وابستگی حالت فعلی جریان به حالت قبلی خود می‌باشد که بررسی این پدیده باقیتی در طراحی هیدرولیکی سازه‌ها موردنوجه طراحان و مهندسان هیدرولیک قرار بگیرد. در مطالعه حاضر، جهت دستیابی به اهداف موردنظر، که بررسی شرایط و دلایل وجود و عدم وجود پرش هیدرولیکی و تشکیل دو پروفیل متفاوت و تأثیر رفتار هیستزیک است، لذا با ایجاد جریان از دبی ۳۰۰ تا ۶۵۰ لیتر بر دقیقه و با ایجاد جریان کاهشی از ۳۰۰ تا ۶۵۰ لیتر بر دقیقه با گام‌های افزایشی و کاهشی ۵۰ لیتر بر دقیقه آب وارد فلوم شد. افزایش و کاهش جریان به یک دبی برابر باعث تشکیل دو پروفیل سطحی در یک سیستم آزمایشگاهی یکسان شد. این دو پروفیل عبارت بودند از: a) پروفیل ۱: که در آن، مقاطع ۱ و ۲ در رژیم زیرحرانی قرار می‌گیرد b) پروفیل ۲: که در آن، مقاطع ۱ و ۲ در رژیم فوق‌حرانی قرار می‌گیرد. با افزایش میزان تنگ‌شدگی عرض کanal با سبد گابیونی و همچنین افزایش قطر متوسط مصالح داخل سبد گابیونی استهلاک انرژی نسبی و عمق نسبی پایین- دست افزایش‌بافته و عدد فروود مقطع کنترل به مقدار زیادی کاهش می‌یابد. همچنین با تشکیل پدیده هیستزیس در تنگ‌شدگی ۱۰ سانتی‌متر با مصالح با قطر ۱/۲۸ سانتی‌متر میزان عمق مزدوج جریان و عدد فروود مقطع کنترل در یک جریان افزایشی و کاهشی به میزان ۶۹/۳۹ و ۶۹/۱۵ درصد به ترتیب افزایش می‌یابد.

"هیچ‌گونه تعارض منافع بین نویسنده‌گان وجود ندارد"

REFERENCES

- Abecasis, F.M., Quintela, A.C. (1964). *Hysteresis in steady free-surface flow*. Water Power 16 (4), 147–151.
- Akers, B., Bokhove, O. (2008). Hydraulic flow through a channel contraction: Multiple steady states. *Physics of fluids*, 20(5), 1-15. <https://doi.org/10.1063/1.2909659>
- Austria, P.M. (1987). Catastrophe model for the forced hydraulic jump. *Journal of Hydraulic research*, 25 (3), 269–280. <https://doi.org/10.1080/00221688709499270>
- Baines, P. G., Whitehead, J. A. (2003). On multiple

تدریجی دی، با بازگشت جریان ورودی به مقادیر ۴۰۰ تا ۵۵۰ لیتر بر دقیقه، پرش هیدرولیکی محدوده سبد گابیونی را ترک کرده و هر دو مقطع کنترل با کاهش عمق نسبت به جریان اولیه در رژیم فوق‌حرانی قرار گرفته و پروفیل طولی ایجاد شده از نوع پروفیل ۲ می‌باشد. با افزایش دبی جریان تا مقدار ۴۰۰ لیتر بر دقیقه و رسیدن به نقطه J1 (Supercritical hysteresis) رژیم جریان در حالت زیرحرانی قرار دارد و با رسیدن به نقطه Supercritical hysteresis شود و با افزایش دبی به ۴۲۵ لیتر بر دقیقه به نقطه مقابل J1 می‌رسد. به عبارت دیگر با افزایش جزئی دبی از ۴۰۰ لیتر بر دقیقه رژیم جریان فوق‌حرانی می‌شود. در مقابل با کاهش تدریجی دبی از ۶۵۰ لیتر بر دقیقه تا رسیدن جریان به نقطه J2 (Subcritical hysteresis) رژیم جریان در حالت فوق‌حرانی بوده و با کاهش دبی به مقدار کمتر از ۳۵ لیتر بر دقیقه به رژیم زیرحرانی تبدیل می‌گردد. با تشکیل پدیده هیستزیس، میزان عمق مزدوج جریان به میزان ۶۹/۳۹ درصد افزایش می‌یابد. همچنین تأثیرگذاری رفتار هیستزیک بر عدد فروود جریان در مقطع تنگ شده گابیونی، مقدار عدد فروود با تشکیل پدیده هیستزیس به میزان ۶۹/۱۵ درصد افزایش می‌یابد و رژیم جریان در این مقطع از زیرحرانی به فوق‌حرانی تبدیل می‌شود.

علت اصلی تشکیل پدیده هیستزیس، وابستگی حالت فعلی جریان به حالت قبلی خود می‌باشد. بدین صورت که در جریان اولیه با افزایش دبی، سرعت جریان افزایش‌یافته و با کاهش عمق، مقاطع ۱ و ۲ که در دبی‌های پایین در رژیم زیرحرانی قرار داشتند به رژیم فوق‌حرانی تبدیل می‌گردند. با کاهش تدریجی دبی و با رسیدن آن به مقداری که در جریان اولیه دارا بود، هر دو مقطع که در محدوده رژیم زیرحرانی بودند، این بار شاهد ایجاد رژیم فوق‌حرانی خواهیم بود. زیرا رژیم حالت قبلی جریان در محدوده فوق‌حرانی قرار دارد. به همین دلیل مقداری از تنش‌های ایجاد شده در جریان با کاهش دبی از بین رفته و مقداری از این تنش‌ها به عنوان تنش پسماند در سیستم باقی می‌ماند که باعث

states in single-layer flows. *Physics of fluids*, 15(2), 298-307. <https://doi.org/10.1063/1.1531178>

Daneshfaraz, R., Aminvash, E., Abbaszadeh, H. (2021a). Numerical Simulation of Energy Dissipation in Crescent-Shaped Contraction of the Flow Path. *Iranian Journal of Soil and Water Research*, 52(5), 1299-1314. doi: 10.22059/ijswr.2021.318989.668895. (In Farsi)

Daneshfaraz, R., Aminvash, E., Esmaeli, R., Sadeghfam, S., & Abraham, J. (2020).



- Experimental and numerical investigation for energy dissipation of supercritical flow in sudden contractions. *Journal of Groundwater Science and Engineering*, 8(4), 396-406.
- Daneshfaraz, R., Najibi, A. (2021b). Experimental Investigation of Supercritical Flow Energy Dissipation in Sudden Contraction with Wall Roughness. *Journal of Hydraulics*, 16(4), -. doi: 10.30482/jhyd.2021.290706.1532. (In Farsi)
- Daneshfaraz, R., Rezazadeh joudi, A., Sadeghfam, S. (2018). Experimental Investigation of Energy Dissipation in the Sudden Choked Flow with Free Surfaces. *Journal of Civil and Environmental Engineering*, 48.2(91), 101-108.
- Daneshfaraz, R., Rezazadehjoudi, A. & Abraham, J. (2017a). Numerical investigation on the effect of sudden contraction on flow behavior in a 90-degree bend. *KSCE J Civ Eng* 22, 603–612
- Daneshfaraz, R., Sadeghfam, S., Aminvash, E., Abraham, J. P. (2022). Experimental investigation of multiple supercritical flow states and the effect of hysteresis on the relative residual energy in sudden and gradual contractions. *Iran J Sci Technol Trans Civ Eng*, 46 (1), 1-16. <https://doi.org/10.1007/s40996-022-00818-9>
- Daneshfaraz, R., Sadeghi, H., RezazadehJoudi, A., & Abraham, J. (2017b). Experimental investigation of hydraulic jump characteristics in contractions and expansions. *Sigma: Journal of Engineering & Natural Sciences*, 35(1), p87-98. 12p.
- Defina, A., Susin, F. M. (2003). Hysteretic behavior of the flow under a vertical sluice gate. *Physics of Fluids*, 15(9), 2541-2548. <https://doi.org/10.1063/1.1596193>
- Defina, A., Susin, F. M. (2006). Multiple states in open channel flow. *Vorticity and Turbulence Effects in Fluid Structures Interactions*, pp. 105-130.
- Defina, A., Susin, F. M., Viero, D. P. (2008). Bed friction effects on the stability of a stationary hydraulic jump in a rectangular upward sloping channel. *Physics of fluids*, 20(3), 036601. <https://doi.org/10.1063/1.2841622>
- Defina, A., Viero, D. P. (2010). Open channel flow through a linear contraction. *Physics of Fluids*, 22(3), 1-12. <https://doi.org/10.1063/1.3370334>
- Dey Subhasish, & Raikar Rajkumar V. (2007). Characteristics of horseshoe vortex in developing scour holes at piers. *Journal of hydraulic Engineering*, 133(4), 399-413.
- Hager, W.H., Dupraz, P.A. (1985). Discharge characteristics of local, discontinuous contractions. *Journal of Hydraulic Engineering*, 1985, 23(5), 421-433
- Jan Chyan-Deng, & Chang Chia-Jung. (2009). Hydraulic jumps in an inclined rectangular chute contraction. *Journal of hydraulic Engineering*, 135(11), 949-958.
- Lawrence, G. A. 1987. Steady flow over an obstacle. *Journal of Hydraulic Engineering*, 113(8), 981-991. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9429\(1987\)113:8\(981\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9429(1987)113:8(981))
- Mehrotra, S. C. (1974). Hysteresis effect in one and two fluids systems. *Proceeding V Australian conference on hydraulics and fluids mechanics* (Vol. 2, pp. 452-461) New Zealand: Christchurch, University of canterbury.
- Muskatirovic, D., Batinic, D. (1977). The influence of abrupt change of channel geometry on hydraulic regime characteristics. *In Proceedings of the 17th IAHR Congress* (pp. 397-404).
- Sadeghfam, S., Khatibi, R., Hassanzadeh, Y., Daneshfaraz, R., Ghorbani, M. A. (2017). Forced hydraulic jumps described by classic hydraulic equations reproducing cusp catastrophe features. *Arabian Journal for Science and Engineering*, 42(9), 4169-4179. <https://doi.org/10.1007/s13369-017-2616-x>
- Sadeghi, H., Daneshfaraz, R., Behmanesh, J., Nikpour, M. (2015). The effect of shape of walls of expansion on the characteristics of hydraulic jump. *Sharif Journal of Civil Engineering*, 31 (2), 57-62.
- Viero, D. P., Defina, A. (2017.) Extended theory of hydraulic hysteresis in open-channel flow. *Journal of Hydraulic Engineering*, 143(9), 06017014. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)HY.1943-7900.0001342](https://doi.org/10.1061/(ASCE)HY.1943-7900.0001342)
- Viero, D. P., Defina, A. (2019). Multiple states in the flow through a sluice gate. *Journal of Hydraulic Research*, 57(1), 39-50. <https://doi.org/10.1080/00221686.2018.1434694>
- Wu Baosheng, & Molinas Albert. (2001). Choked flows through short contractions. *Journal of hydraulic Engineering*, 127(8), 657-662.