

## Development of a Numerical Model for Furrow Irrigation by Coupling 1D Saint-Venant and 3D Richards' Equations

SEYED MOHAMMADREZA NAGHEDIFAR<sup>1</sup>, ALI NAGHI ZIAEI<sup>\*</sup>, HOSSEIN ANSARI<sup>1</sup>

1. Department of Water Science and Engineering, Faculty of Agriculture, Ferdowsi University of Mashhad (FUM), Mashhad, Iran.

(Received: Feb. 1, 2020- Revised: March. 23, 2020- Accepted: March. 27, 2020)

### ABSTRACT

Development of numerical models for management and assessment of irrigation systems is an important step for establishing farm decision support systems. In this study, a coupled model has been developed for simulation of furrow irrigation using 1D fully hydrodynamic form of Saint-Venant equations and 3D fully-form of Richards' equation. The Saint-Venant equations have been discretized by an explicit scheme while the Richards' equation has been solved by an implicit scheme. Furthermore, coordinate transformation technique was employed to handle non-orthogonal grids of 3D Richards' equation. The model was subsequently validated using experimental and numerical data and in all cases acceptable accuracy was observed. Root mean square error and mean absolute error for the advance phase were 0.63 and 2.63 sec, respectively. Furthermore, the maximum root mean square error and the mean absolute error for pressure head distribution were obtained 0.24 and 0.45 m, respectively. Finally, the proposed model was employed to simulate furrow irrigation for five irrigation events and the results were analyzed. The results showed that the proposed model is able to simulate advance phase of furrow irrigation.

**Keywords:** Advance Phase, Overland Flow, Redistribution, Subsurface Flow.

---

\* Corresponding author's Email: an-ziaei@um.ac.ir

## توسعه مدل عددی آبیاری جویچه‌ای با تلفیق معادله‌های سنت-ونانت یک‌بعدی و ریچاردز سه‌بعدی

سید محمدرضا ناقدی فر<sup>۱</sup>، علی نقی ضیائی<sup>۱\*</sup>، حسین انصاری<sup>۱</sup>

۱. گروه علوم و مهندسی آب، دانشکده کشاورزی، دانشگاه فردوسی مشهد، مشهد، ایران.

(تاریخ دریافت: ۱۳۹۸/۱۱/۱۲ - تاریخ بازنگری: ۱۳۹۹/۱/۴ - تاریخ تصویب: ۱۳۹۹/۱/۸)

### چکیده

توسعه مدل‌های عددی برای ارزیابی و مدیریت روش‌های آبیاری بخشی از فعالیت‌های لازم برای تولید سامانه‌های پشتیبانی تصمیم مدیریت آب در مزرعه می‌باشد. در این راستا، پژوهش حاضر به توسعه یک مدل تلفیقی آبیاری جویچه‌ای با استفاده از معادلات سنت-ونانت یک‌بعدی هیدرودینامیک و فرم کامل معادله سه‌بعدی ریچاردز می‌پردازد. برای حل معادلات سنت-ونانت از یک طرح صریح و برای حل معادله ریچاردز از طرح ضمنی استفاده شده است. همچنین از روش انتقال دستگاهی مختصات برای مدیریت شبکه نامتعامل معادله سه‌بعدی بهره گرفته شده است. مدل ارائه‌شده توسط داده‌های آزمایشگاهی و عددی مورد ارزیابی قرار گرفته و نتایج ارائه‌شده دقت قابل قبولی را نشان دادند. ریشه میانگین مربعات خطا و میانگین قدرمطلق خطا برای منحنی فاز پیشروی به ترتیب برابر با  $0/631s$  و  $2/630s$  به دست آمد. همچنین حداکثر خطای ریشه میانگین مربعات خطا و میانگین قدرمطلق خطا برای شبیه‌سازی توزیع پتانسیل ماتریک به ترتیب برابر با  $0/24 m$  و  $0/45 m$  بود. در نهایت مدل ارائه‌شده برای شبیه‌سازی آبیاری در یک آزمایش عددی آبیاری جویچه‌ای با پنج نوبت آبیاری مورد استفاده قرار گرفته و نتایج تجزیه و تحلیل شد. نتایج نشان داد که مدل حاضر توانایی شبیه‌سازی فاز پیشروی آبیاری جویچه‌ای را دارد.

**واژه‌های کلیدی:** توزیع مجدد، جریان زیرسطحی، جریان سطحی، فاز پیشروی.

### مقدمه

روش‌های آبیاری سطحی از دیرباز مورد توجه کشاورزان بوده و هستند. هر چند که به زعم برخی این روش‌ها به دلیل عدم نیاز به دانش فنی بالا و تجهیزات پیشرفته دارای کارایی پایین‌تری نسبت به روش‌های آبیاری تحت فشار هستند، در بسیاری از نقاط دنیا (حتی در کشورهای توسعه‌یافته) این روش‌ها به دلیل عدم نیاز به سرمایه‌گذاری کلان، انرژی مصرفی نسبتاً پایین (Liu et al., 2019) و توانایی بیشتر در برقراری پایداری هیدرولوژیکی (Naghedifar et al., 2018) به روش‌های آبیاری تحت فشار ترجیح داده می‌شوند (Brunetti et al., 2018). از طرف دیگر، محققان معتقدند که روش‌های آبیاری سطحی (به مانند سایر روش‌های آبیاری) با به‌کارگیری دانش نوین، قابلیت افزایش راندمان را دارند (Clemmens and Dedrick, 1994; Naghedifar et al., 2019). یکی از راه‌های افزایش راندمان روش‌های آبیاری سطحی، طراحی و ارزیابی آن‌ها است که از جمله روش‌های ارزان و به‌صرفه موجود برای محقق نمودن این مهم، استفاده از مدل‌های عددی است که در دو دهه اخیر به دلیل رونق گرفتن توانایی سخت‌افزاری رایانه‌ها توجه ویژه‌ای به آن‌ها شده است (Abbasi et al., 2013; Zhang et al., 2016; Naghedifar et al., 2019).

تا کنون مدل‌های عددی بسیاری از تلفیق معادلات سنت-ونانت و ریچاردز برای شبیه‌سازی حرکت آب بر روی بستر نفوذپذیر استفاده نموده‌اند. از جمله این مدل‌ها می‌توان به مدل‌های هیدرولوژیکی اشاره نمود که اغلب با هدف شبیه‌سازی فرآیند بارش-رواناب مورد استفاده قرار گرفته‌اند (Weill et al., 2014; Maxwell et al., 2009). به دلیل سرعت پایین جریان رواناب حاصل از بارندگی، در بیشتر این مدل‌ها از فرم موج پخشیدگی معادله سنت-ونانت استفاده شده است (He et al., 2014; An et al., 2008). علاوه بر مدل‌های هیدرولوژیکی، مدل‌های آبیاری سطحی نیز از تلفیق معادلات مذکور استفاده می‌نمایند.

به طور کلی مدل‌های عددی موجود برای شبیه‌سازی روش‌های آبیاری سطحی را می‌توان از لحاظ معادلات مورد استفاده برای توصیف نفوذپذیری به دو دسته تقسیم نمود: (۱) مدل‌هایی که تنها شامل معادلات سنت-ونانت بوده و از معادلات تجربی (مانند Kostiakov-Lewis و Kostiakov) برای توصیف نفوذپذیری خاک استفاده می‌نمایند (Ebrahimian et al., 2010; Zhang et al., 2014a; 2014b) و (۲) مدل‌هایی که برای توصیف نفوذپذیری از معادله ریچاردز استفاده می‌نمایند (Ebrahimian

ريچاردز دوبعدی ساده شده (فرم فشاری<sup>۳</sup>) در تلفيق با معادله سنت-ونانت یک‌بعدی برای شبیه‌سازی آبياري جويچه‌اي (Tabuada *et al.*, 1995) و نیز در نظر گرفتن اثر توپوگرافي بر حرکت آب در آبياري سطحی (Playán *et al.*, 1996) از جمله پیشرفت‌های این مدل‌ها در این بازه زمانی بود. در سال‌های ۲۰۰۰ تا ۲۰۱۰ امکانات جدیدی به مدل‌های آبياري سطحی افزوده شد. از جمله این پیشرفت‌ها می‌توان به جذب آب توسط ریشه (Wöhling and Schmitz, 2007)، گسترش یافتن استفاده از فرم کامل<sup>۴</sup> معادله ریچاردز یک‌بعدی و دوبعدی (Wöhling and Mailhol, 2007) در مدل‌های آبياري سطحی و نیز استفاده از معادله همرفت-انتشار در ترکیب با معادله سنت-ونانت یک‌بعدی برای بررسی انتقال مواد محلول در آبياري جويچه‌اي (Abbas *et al.*, 2003) اشاره نمود. در سال‌های ۲۰۱۰ تا کنون به پیچیدگی مدل‌های آبياري سطحی افزوده شده است. افزودن معادله همرفت-انتشار برای بررسی حرکت مواد محلول در تلفيق با معادله ریچاردز (Ebrahimian *et al.*, 2013; Brunetti *et al.*, 2019) استفاده از معادله ریچاردز سه‌بعدی در تلفيق با معادله دوبعدی سنت-ونانت با تقریب موج پخشیدگی برای آبياري کرتی و نواری (Naghedifar *et al.*, 2019) و نیز رواج پیدا کردن طرح‌های کاهش تغییرات کل<sup>۵</sup> و محدودکننده‌ها<sup>۶</sup> برای کاهش نوسانات مصنوعی<sup>۷</sup> در جبهه حرکت جریان سطحی (Xu *et al.*, 2013; Zhang *et al.*, 2016) از جمله پیشرفت‌های موجود در این بازه زمانی می‌باشند.

هدف اصلی این پژوهش، ارائه یک مدل عددي برای شبیه‌سازی آبياري جويچه‌اي با استفاده از تلفيق معادلات هیدرودینامیک سنت-ونانت یک‌بعدی با معادله ریچاردز سه‌بعدی با فرم کامل ارائه شده است. تمرکز اصلی این پژوهش بر نحوه تلفيق دو معادله مذکور است. مدل ارائه شده در این تحقيق با استفاده از شرایط مرزی مذکور و نیز استفاده از معادله ریچاردز سه‌بعدی می‌تواند گامی در جهت نزدیک‌تر شدن مدل‌های آبياري سطحی به شرایط واقعی باشد.

## مواد و روش‌ها

### معادله جریان زیرسطحی (حرکت آب در خاک)

حرکت آب در خاک معمولاً با استفاده از معادله ارائه شده توسط

(*et al.*, 2013; Liu *et al.*, 2019; Naghedifar *et al.*, 2019) در این پژوهش، از مدل‌های نوع دوم با عنوان مدل‌های تلفیقی یاد خواهد شد. در مدل‌های نوع اول، معادلات تجربی نفوذ (کوستیاکف یا کوستیاکف-لوئیس) به صورت یک عبارت تخلیه از معادله پیوستگی سنت-ونانت کاسته می‌شود. از نقاط قوت این روش می‌توان به سادگی آن به دلیل عدم نیاز به حل معادله دیفرانسیل اضافی برای توصیف جریان زیرسطحی اشاره نمود. از نقاط ضعف این روش می‌توان به عدم توانایی مدل در توصیف فرآیندهایی چون فرآیند توزیع مجدد رطوبت اشاره نمود. همچنین به دلیل اینکه این مدل‌ها اطلاعاتی در مورد توزیع مکش (یا رطوبت) در خاک ارائه نمی‌نمایند، توانایی شبیه‌سازی جذب آب توسط ریشه را نیز ندارند. بعلاوه معادلات تجربی غالباً حساسیتی در مقابل میزان عمق آب قرارگرفته روی سطح خاک نداشته و شدت نفوذ را برای عمق‌های مختلف آب یکسان برآورد می‌نمایند. این درحالی است که مدل‌های نوع دوم، نقاط ضعف مذکور برای مدل‌های نوع اول را نداشته اما به دلیل نیاز به حل معادله دیفرانسیلی اضافه بر معادلات جریان سطحی، سرعت حل نسبت به مدل‌های نوع اول کاهش می‌یابد.

در میان مدل‌های آبياري سطحی ارائه شده توسط محققان، مدل‌های مربوط به آبياري جويچه‌اي به دلیل نیاز به استفاده از شبکه محاسباتی نامتعامل<sup>۱</sup> و یا شبکه غیرساختاریافته<sup>۲</sup> دارای پیچیدگی خاصی هستند. نکته قابل تأمل دیگر این است که فرآیند توزیع مجدد رطوبت برای روش‌های آبياري سطحی (اعم از جويچه‌اي، کرتی یا نواری) بسیار حائز اهمیت است، درحالی‌که تاکنون تمرکز مدل‌های عددي بیشتر بر روی فاز پیشروی بوده است (Brunetti *et al.*, 2018; Liu *et al.*, 2019).

به لحاظ معادلات حاکم، مدل‌های عددي آبياري سطحی دارای تنوع زیادی هستند. مدل‌های اولیه (قبل از دهه ۹۰ میلادی) از معادلات ساده شده جریان سطحی مانند معادلات سنت-ونانت یک‌بعدی با فرم موج سینماتیکی (Walker and Humpherys, 1983) و موج پخشیدگی (Clemmens, 1979) (Strelkoff and Souza, 1984) و معادلات تجربی برای نفوذ استفاده می‌نمودند. مدل‌های عددي ارائه شده در دهه ۹۰ میلادی، هم به لحاظ جریان سطحی و هم به لحاظ جریان زیرسطحی پیشرفت چشم‌گیری داشتند. استفاده از معادلات سنت-ونانت یک‌بعدی و دوبعدی با فرم هیدرودینامیک کامل (Playán *et al.*, )

6. Limiter  
7. Wiggles

1. Non-orthogonal grid  
2. Unstructured grid  
3. Pressure head-based form  
4. Mixed-form  
5. Total Variation Diminishing

(Saad, 2003). این در حالی است که روشی مانند روش تکرار پیکارد<sup>۳</sup> به دلیل عدم نیاز به محاسبات بالا در هر تکرار محاسباتی، به شیوه‌ای رایج برای خطی‌سازی و حل معادله ریچاردز تبدیل شده است (Zha et al., 2017).

علاوه بر این، Celia et al. (1990) با ارائه یک طرح بر پایه بسط سری تیلور، شیوه‌ای مناسب برای حل فرم کامل معادله ریچاردز (که پیش از این معمولاً با فرم فشاری یا فرم رطوبتی<sup>۴</sup> حل می‌شد) ارائه نمودند.

$$\theta^{n,m} = \theta^{n,m-1} + C_w^{n,m-1}(\psi^{n,m} - \psi^{n,m-1}) \quad (\text{رابطه ۴})$$

که در این رابطه،  $n$  شمارنده گام زمانی،  $m$  شمارنده تکرار محاسباتی و  $C_w$  تابع ظرفیت آب است. (Kosugi (2008) با مقایسه این طرح نسبت به دو طرح دیگر برای گسسته‌سازی ترم ذخیره معادله ریچاردز نشان داد که در مجموع این روش از لحاظ حفظ تعادل جرمی (نسبت بین جرم وارد شده به حجم کنترل به تغییرات جرم در داخل حجم کنترل) و همگرایی عددی عملکرد بهتری نسبت به دو روش دیگر دارد. در نهایت، Zha et al. (2017) طرحی برای ارتقاء قدرت همگرایی روش تکرار پیکارد در مسائل نفوذ آب به خاک بسیار خشک ارائه نمودند. آن‌ها با استفاده از تابع ظرفیت آب دو حد آستانه‌ای برای مکش مربوط به خاک خشک ( $\psi_{dry}$ ) و مرطوب ( $\psi_{wet}$ ) تعریف نموده و اظهار داشتند که اگر در یک تکرار محاسباتی، در یکی از حجم‌های کنترل، مکش از مقادیر کمتر از  $\psi_{dry}$  به طور ناگهانی به مقادیر بیشتر از  $\psi_{wet}$  تغییر نماید (امری که با ورود جریان آب به داخل خاک بسیار خشک در نزدیکی مرز غالباً اتفاق می‌افتد)، احتمال واگرایی روش تکرار پیکارد بسیار زیاد خواهد بود. بنابراین آن‌ها با ارائه یک الگوریتم ساده از این پدیده، از واگرایی روش تکرار پیکارد جلوگیری نمودند.

در این پژوهش، با استفاده از برنامه کامپیوتری به زبان فرترن<sup>۵</sup> معادله ریچاردز سه‌بعدی با استفاده از روش حجم محدود و با طرح کاملاً ضمنی مرکز سلولی<sup>۶</sup> حل شد. به منظور افزایش انعطاف‌پذیری مدل، از روش انتقال دستگاه مختصات<sup>۷</sup> برای مدیریت حجم کنترل‌های نامتعاد استفاده شد. در این روش، گرادین‌های برآورد شده بر روی دیواره‌های حجم کنترل، از فضایی موسوم به محیط فیزیکی (شامل محیط فیزیکی پدیده مورد مطالعه که در آن حجم کنترل‌ها الزاماً یک شکل و متعام نیستند) به فضای محاسباتی (فضایی که در آن حجم کنترل‌ها به

Richards (1931) توصیف می‌شود. این معادله از ترکیب قانون پیوستگی با رابطه شار داری-باکینگهام<sup>۱</sup> به دست می‌آید (Narasimhan, 2005). فرم کامل برداری معادله Richards (1931) به صورت زیر است.

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \nabla \cdot (K(\psi) \nabla(\psi + z)) - S_{Sub} \quad (\text{رابطه ۱})$$

که در این رابطه،  $\theta$  رطوبت حجمی [ $L^3 \cdot L^{-3}$ ],  $\psi$  پتانسیل ماتریک (مکش) [ $L$ ],  $K$  هدایت هیدرولیکی غیراشباع [ $L \cdot T^{-1}$ ],  $z$  پتانسیل ثقلی یا به عبارت دیگر ارتفاع هر نقطه از بلوک خاک نسبت به سطح مرجع [ $L$ ],  $t$  متغیر زمان [ $T$ ],  $S_{Sub}$  عبارت تغذیه به/تخلیه از بلوک خاک [ $L^3 \cdot L^{-3} \cdot T^{-1}$ ] می‌باشد. به عبارت  $\frac{\partial \theta}{\partial t}$  ترم ذخیره نیز گفته می‌شود. با توجه به اینکه در معادله (رابطه ۱) دو متغیر  $\theta$  و  $\psi$  مجهول وجود دارد، از روابط منحنی نگهداشت و هدایت هیدرولیکی غیراشباع به عنوان دو معادله کمکی برای حل معادله (رابطه ۱) استفاده می‌شود. در این پژوهش از روابط منحنی نگهداشت و هدایت هیدرولیکی غیراشباع van Genuchten (1980) استفاده می‌شود.

$$S_e(\psi) = \begin{cases} [1 + |\alpha \psi|^\lambda]^{-\phi} & , \psi < 0 \\ 1 & , \psi \geq 0 \end{cases} \quad (\text{رابطه ۲})$$

$$K(\psi) = K_s \sqrt{S_e} \left[ 1 - \left( 1 - S_e^{\frac{1}{\phi}} \right) \right]^2 \quad (\text{رابطه ۳})$$

$$S_e = \frac{\theta - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} \quad (\text{رابطه ۳})$$

که در این روابط،  $\theta_s$  رطوبت حجمی [ $L^3 \cdot L^{-3}$ ],  $\theta_r$  رطوبت حجمی [ $L^3 \cdot L^{-3}$ ],  $\alpha$  شاخصی از مکش ورود هوا [ $L^{-1}$ ],  $\phi$  و  $\lambda$  ( $1 - \frac{1}{\lambda} =$ ) ضرایب بدون بعد که از برازش بدست آمده،  $K_s$  هدایت هیدرولیکی اشباع [ $L \cdot T^{-1}$ ],  $S_e$  اشباع مؤثر است. در صورت استفاده از دو رابطه (رابطه ۲) و (رابطه ۳)، رابطه (رابطه ۱) یک معادله غیرخطی است. محققان تاکنون روش‌های خطی‌سازی بسیاری از جمله روش نیوتن<sup>۲</sup> (An et al., 2012; 2014) برای حل این معادله ارائه نموده‌اند، اما یکی از ضعف‌های روش نیوتن محاسبات زیاد در هر تکرار می‌باشد (Šimůnek, 2006). این اشکال به دلیل نیاز به مشتق‌گیری از معادله حاکم نسبت به مجهولات موجود در فرم گسسته‌شده معادله حاکم (در اینجا پتانسیل ماتریک در هر حجم کنترل) به منظور تشکیل ماتریس ضرایب در هنگام حل دستگاه معادلات خطی شده به وجود می‌آید

5. FORTRAN  
6. Cell-centered  
7. Coordinate transformation

1. Darcy-Buckingham  
2. Newton  
3. Picard  
4. Water content-based form

در گام زمانی بعدی در حجم کنترل  $i$  ام به‌دست می‌آورد. در مرحله دوم، با توجه به اینکه مقادیر  $A_i^{n+\frac{1}{2}}$  و  $V_i^{n+\frac{1}{2}}$  در مرحله پیش‌بینی در مرکز حجم کنترل به‌دست می‌آیند و نیز برای محاسبه شار، مقادیر مذکور باید در دیواره حجم کنترل موجود باشند، این مقادیر پیش‌بینی‌شده از مرکز برون‌یابی شده و مقادیر تخمینی  $A_{i-\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}}$ ،  $A_{i+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}}$ ،  $V_{i-\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}}$  و  $V_{i+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}}$  (که دو متغیر اول سطح خیس‌شده و دو متغیر دوم سرعت در دیواره‌های حجم کنترل هستند) به‌دست می‌آید. ذکر این نکته ضروری است که با معلوم بودن سطح خیس‌شده، عمق آب ( $h$ ) با استفاده از روابط هندسی سطح مقطع کانال قابل محاسبه است. برای جلوگیری از ایجاد نوسانات مصنوعی حاصل از حل عددی در نزدیکی محل‌های تغییرات ناگهانی عمق یا سرعت، از محدودکننده‌ها برای برون‌یابی این دو متغیر استفاده می‌شود. با توجه به اینکه برون‌یابی مقادیر مذکور هم از بالادست و هم از پایین‌دست قابل انجام است (برای مثال  $A_{i-\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}}$  هم با استفاده از  $A_{i-1}^{n+\frac{1}{2}}$  و هم با استفاده از  $A_i^{n+\frac{1}{2}}$  قابل محاسبه است که به ترتیب با عنوان برون‌یابی از چپ،  $A_{i-\frac{1}{2},L}^{n+\frac{1}{2}}$  و برون‌یابی از راست،  $A_{i-\frac{1}{2},R}^{n+\frac{1}{2}}$ ، شناخته می‌شوند)، همواره دو مقدار برون‌یابی‌شده برای متغیرهای سرعت و سطح خیس‌شده (یا عمق آب) در مرزهای حجم کنترل متصور است که این دو مقدار الزاماً با هم برابر نیستند. در مرحله سوم، شار منتقل‌شده از هر حجم کنترل به حجم کنترل (های) مجاور با استفاده از روش ارائه‌شده توسط Roe (1981) محاسبه می‌شود. ضرورت استفاده از روش Roe (1981) در این است که مقادیر نابرابر  $A_{i-\frac{1}{2},L}^{n+\frac{1}{2}}$  و  $A_{i-\frac{1}{2},R}^{n+\frac{1}{2}}$  سبب ایجاد ناپیوستگی و در نتیجه مشتق‌ناپذیر بودن شار (ترم دوم معادلات (رابطه ۶) و (رابطه ۷)) در مرزهای حجم کنترل می‌شوند. Roe (1981) با ارائه مقداری میانگین برای مقادیر برون‌یابی‌شده از چپ و راست و نیز رابطه‌ای برای محاسبه شار به مشکل مذکور فائق آمد. در مرحله چهارم، معادلات (رابطه ۶) و (رابطه ۷) به طور مستقیم (و نه به فرم غیرپایستار) بر روی یک حجم کنترل و در زمانی برابر با یک گام زمانی کامل انتگرال‌گیری شده و مجهولات برای گام زمانی محاسبه می‌شوند.

#### تلفیق دو معادله جریان سطحی و زیرسطحی

تلفیق دو معادله جریان سطحی و زیرسطحی در این پژوهش به نحوی صورت پذیرفته است که فرآیندهای موجود در مرز بین جریان سطحی و زیرسطحی (سطح خاک) از جمله نفوذ و تجمع آب قابل شبیه‌سازی باشند. شکل شرایط مختلف ممکن در تمام

صورت مکعب‌هایی با یال‌های برابر با یک هستند) تبدیل می‌شوند (Versteeg and Malalasekera, 2007). جزئیات این روش برای حل معادله ریچاردز توسط Naghedifar *et al.* (2019) به طور کامل ارائه شده است. ذکر این نکته ضروری است که الگوریتم Zha *et al.* (2017) و روش Celia *et al.* (1990) در برنامه کامپیوتری مربوط به حل معادله ریچاردز سه‌بعدی مورد استفاده قرار گرفتند.

#### معادله جریان سطحی

حرکت آب در یک بستر روباز (اعم از بستر نفوذپذیر یا نفوذناپذیر) به وسیله معادلات سنت-ونانت توصیف می‌شود. این معادلات در حالت یک‌بعدی شامل معادله پیوستگی و معادله اندازه حرکت در راستای حرکت جریان بوده (در این مقاله در جهت محور  $x$ ) که فرم هیدرودینامیک کامل این روابط مطابق معادلات (رابطه ۶) و (رابطه ۷) است (Chaudhry, 2007).

$$\frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial(AV)}{\partial x} = S_{Sur} \quad (\text{رابطه ۶})$$

$$\frac{\partial(AV)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(V^2A + gA\bar{y}) = F_c + gA(S_0 - S_f) \quad (\text{رابطه ۷})$$

که در این روابط،  $A$  سطح مقطع جریان  $[L^2]$ ،  $V$  سرعت میانگین‌گیری شده در سطح مقطع جریان  $[L \cdot T^{-1}]$ ، عبارت تغذیه به/ تخلیه از بوده که به طور عمده شامل بارندگی بر روی بستر جریان و یا نفوذ جریان سطحی می‌شود  $[L^2 \cdot T^{-1}]$ ،  $\bar{y}$  فاصله از سطح آب تا مرکز سطح مقطع جریان  $[L]$ ،  $F_c$  نیروی هیدرواستاتیکی اعمال‌شده توسط دیواره‌های جویچه در راستای جریان  $[L^3 \cdot T^{-2}]$ ،  $S_0$  شیب کانال  $[-]$  و  $S_f$  شیب اصطکاکی  $[-]$  هستند. در این پژوهش، برای حل معادلات (رابطه ۶) و (رابطه ۷) از الگوریتم ارائه‌شده توسط Sanders (2001) استفاده شده است. این الگوریتم از طرح صریح چهار مرحله‌ای برای حل معادلات (رابطه ۶) و (رابطه ۷) بهره می‌برد. با توجه به اینکه پژوهش حاضر بر روی تلفیق معادلات (رابطه ۱) با (رابطه ۶) و (رابطه ۷) متمرکز است، الگوریتم حجم محدود ارائه‌شده توسط Sanders (2001) به طور خلاصه بیان خواهد شد (جزئیات بیشتر در مورد این روش در Sanders (2001) و Ebrahimzadeh *et al.* (2017) ارائه شده است).

الگوریتم Sanders (2001) در مرحله اول (پیش‌بینی) از فرم غیرپایستار<sup>۱</sup> معادلات (رابطه ۶) و (رابطه ۷) استفاده نموده و پاسخی تقریبی برای سطح خیس‌شده  $(A_i^{n+\frac{1}{2}})$  و سرعت  $(V_i^{n+\frac{1}{2}})$

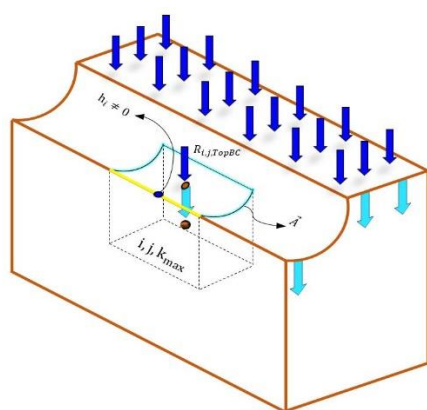
باشد ( $h_i \neq 0$ ) نشان می‌دهد. در این صورت شرایط مرزی دیواره بالا برای حجم کنترل  $i, j, k_{max}$  به صورت هد فشاری معلوم برابر با عمق آب قرار گرفته بر روی  $i, j, TopBC$  می‌باشد. این عمق از طریق رابطه قابل محاسبه است.

$$\psi_{i,j,TopBC} + z_{i,j,TopBC} = h_i + z_i \quad (\text{رابطه ۵})$$

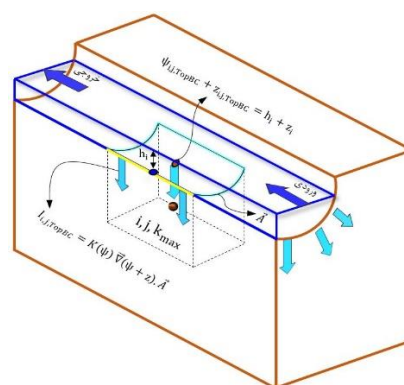
که در این رابطه،  $\psi_{i,j,TopBC}$  و  $z_{i,j,TopBC}$  به ترتیب ارتفاع نسبت به مبنا و پتانسیل ماتریک نقطه  $i, j, TopBC$  و ارتفاع  $z_i$  ارتفاع نسبت به مبنا برای نقطه مرکزی حجم کنترل یک بعدی جریان سطحی (شکل -الف) است. معادله (رابطه ۵) با توجه به فرض هیدرواستاتیک بودن فشار در راستای قائم برای معادلات سنت-ونانت به دست آمده است. در این صورت میزان نفوذ ( $I_{i,j,TopBC}$ ) در شکل -الف) با استفاده از رابطه داری-باکینگهام محاسبه شده و به عنوان ترم تخلیه ( $-S_{sur}$ ) از معادله جریان سطحی کم می‌شود.

فازهای آبیاری جویچه‌ای را به همراه شرایط مرزی متناظر با آن در یک حجم کنترل سه بعدی دلخواه جریان زیرسطحی (حجم محدود شده به خطچین سیاه‌رنگ که مرکز آن با گره قهوه‌ای به مختصات  $i, j, k_{max}$  مشخص شده است) که در تماس با حجم کنترل یک بعدی جریان سطحی (خط زردرنگ با مرکزی به مختصات  $i$  که با دایره سورمه‌ای رنگ مشخص شده است) قرار گرفته است، نمایش می‌دهد. دیواره بالایی (که منطبق بر بستر جویچه بوده و محیط آن با رنگ سیاه-آبی کم‌رنگ و مرکز آن با دایره قهوه‌ای با مختصات  $i, j, TopBC$  نشان داده شده است) دارای بردار عمود بر سطح  $\vec{A} = |\vec{A}|(\vec{n}_x, \vec{n}_y, \vec{n}_z)$  است که عبارت داخل پرانتز بردار یکه عمود بر صفحه را نشان می‌دهد. ذکر این نکته ضروری است که معادله یک بعدی جریان سطحی بر روی نقاط قرار گرفته در قعر جویچه حل می‌شود.

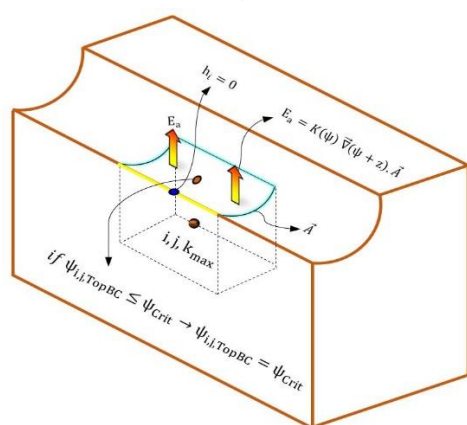
شکل (۱-الف) طریقه تلفیق جریان سطحی و زیرسطحی را برای زمانی که عمق آب بر روی نقطه  $i, j, TopBC$  مخالف صفر



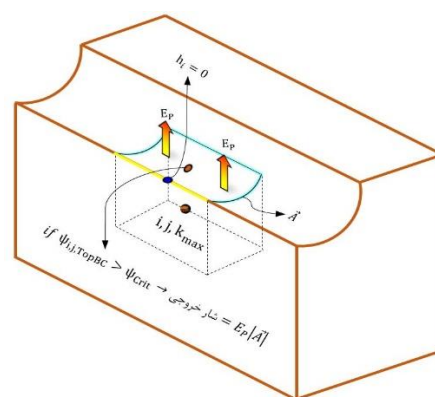
(ب)



(الف)



(ت)



(پ)

شکل ۱- تلفیق دو معادله جریان سطحی و زیرسطحی (الف) با اعمال پیوستگی فشار در سطح خاک زمانی که عمق آب جریان سطحی مخالف صفر است، (ب) در صورت وجود بارندگی با شدت  $R_{i,j,TopBC}$ ، (پ) زمانی که عمق آب جریان سطحی و بارندگی صفر اما مکش در سطح خاک بیشتر از حد بحرانی ( $\psi_{i,j,TopBC} > \psi_{crit}$ ) است و (ت) زمانی که عمق آب جریان سطحی و بارندگی صفر اما مکش در سطح خاک کمتر یا مساوی حد آستانه‌ای است ( $\psi_{i,j,TopBC} \leq \psi_{crit}$ ) است

ترم تغذیه به جریان سطحی اضافه شده ( $+S_{sur}$ ) و شرایط مرزی دیواره بالا برای حجم کنترل  $i, j, k_{max}$  مشابه حالت قبل می‌باشد.

در صورتی که بارندگی به شدت معلوم ( $R$ ) بر روی نقطه  $i, j, TopBC$  وجود داشته باشد (شکل ۱-ب)، این شار به صورت

که در اين روابط،  $x_{sim}$  مقدار شبیه‌سازي شده،  $x_{ref}$  مقدار مرجع (که می‌تواند حل تحلیلی، مقدار اندازه‌گیری شده یا مقدار به دست آمده توسط مدل عددي قابل اعتماد دیگر باشد) و  $N$  تعداد کل داده‌های مورد استفاده برای محاسبه شاخص است. همچنین خطای بیلان جرمی<sup>۳</sup> مدل، برای نشان دادن توانایی مدل در حفظ پیوستگی جرم مورد ارزیابی قرار گرفت. خطای بیلان جرمی (MBE) در این پژوهش به صورت انتگرال‌گیری شده از لحظه شروع شبیه‌سازي تا گام زمانی  $N_t$  ام محاسبه می‌شود (An *et al.*, 2010).

$$MBE_{N_t} = 100 - \frac{100 \times \sum_{\tau=1}^{N_t} |V_{N_t} - V_{ini}|}{\sum_{\tau=1}^{N_t} [(Q_{in})_{\tau} - (Q_{out})_{\tau}] (\Delta t)_{\tau}} \quad (۱)$$

که در این رابطه،  $Q_{in}$  و  $Q_{out}$  به ترتیب دبي ورودی و خروجی کل از طریق مرزها یا ترم‌های تغذیه/تخلیه  $[L^3 T^{-1}]$ ،  $V_{ini}$  و  $V_{N_t}$  به ترتیب حجم آب در لحظه شروع شبیه‌سازي و در گام زمانی  $N_t$  ام،  $\tau$  شمارنده فرعی و  $\nabla$  نشان دهنده تعداد کل حجم کنترل‌های درگیر در محاسبات است. برای اطمینان از عملکرد مدل ارائه شده، این مدل توسط داده‌های آزمایشگاهی و عددي مورد ارزیابی قرار گرفت. جدول (۱) نوع بافت و ضرایب هیدرولیکی خاک‌های مورد استفاده در آزمایش‌های صحت‌سنجی این پژوهش را نشان می‌دهد.

جدول ۱- ضرایب ثابت معادلات ون‌گنوختن (۱۹۸۰) به کار گرفته شده برای خاک‌های مورد استفاده در این پژوهش

$K_s \left(\frac{m}{s}\right)$	$\alpha \left(\frac{1}{m}\right)$	$\lambda (-)$	$\theta_r \left(\frac{cm^3}{cm^3}\right)$	$\theta_s \left(\frac{cm^3}{cm^3}\right)$	بافت خاک
$۳/۵۰ \times ۱۰^{-۵}$	۲/۴	۵/۰۰۰	۰/۰۸۴	۰/۳۴۰	شن نسبتاً ریز*
$۲/۸۹ \times ۱۰^{-۵}$	۱/۳	۱/۷۳۳	۰/۰۵۰	۰/۲۷۳	شن**
$۱/۹۵ \times ۱۰^{-۵}$	۱/۴	۱/۲۵۰	۰/۱۴۰	۰/۴۱۰	سیلت لوم***

\* Abdul and Gilham (1984) \*\* Tabuada *et al.* (1995) \*\*\* Wöhling *et al.* (2004)

(Kollet and Maxwell, 2006). شرایط اولیه برای این مسئله به صورت تعادل هیدرواستاتیکی برای معادله (رابطه ۱) و بستر خشک برای معادلات (رابطه ۶) و (رابطه ۷) در نظر گرفته شد (شکل -ب). شرایط مرزی جریان زیرسطحی برای مرزهای جانبی و زیرین به صورت غیرقابل نفوذ در نظر گرفته شد. شرایط مرزی برای جریان سطحی نیز در خروجی به صورت گرادیان عمقی صفر و مرز بالادست به صورت شار صفر در نظر گرفته شد (شکل -ب). بارندگی با شدت  $۱/۲ \times ۱۰^{-۵} \frac{m}{s}$  به مدت ۲۰ دقیقه بر روی مدل آزمایشگاهی تنظیم و کل زمان شبیه‌سازي ۲۵ دقیقه بود.

اگر عمق آب جریان سطحی و بارندگی صفر باشد بسته به شرایط رطوبتی سطح خاک، شرایط مرزی شار یا هد معلوم خواهد بود. اگر پتانسیل ماتریک خاک سطحی از حدی آستانه‌ای ( $\psi_{crit}$ ) که مقدار آن معمولاً برابر با مکش خاک هوا خشک در نظر گرفته می‌شود) بیشتر باشد، شرایط مرزی به صورت شار معلوم برابر با تبخیر-تعرق پتانسیل ( $ET_p$  در شکل ۱-پ) در نظر گرفته می‌شود. در نهایت اگر پتانسیل ماتریک خاک سطحی از حدی آستانه‌ای کمتر باشد (شکل ۱-ت)، شرایط مرزی به صورت هد معلوم برابر با  $\psi_{crit}$  در نظر گرفته می‌شود. در این صورت شار تبخیر واقعی با استفاده از رابطه داری-باکینگهام قابل محاسبه خواهد بود. حالت اول در فاز پیشروی آبیاری و دو حالت سوم و چهارم در فازهای پسروی و توزیع مجدد مورد استفاده قرار می‌گیرند.

برای ارزیابی دقت مدل از شاخص‌های ریشه میانگین مربعات خطا<sup>۱</sup> و میانگین قدرمطلق خطا<sup>۲</sup> استفاده می‌شود (روابط (رابطه ۶) و (رابطه ۷)).

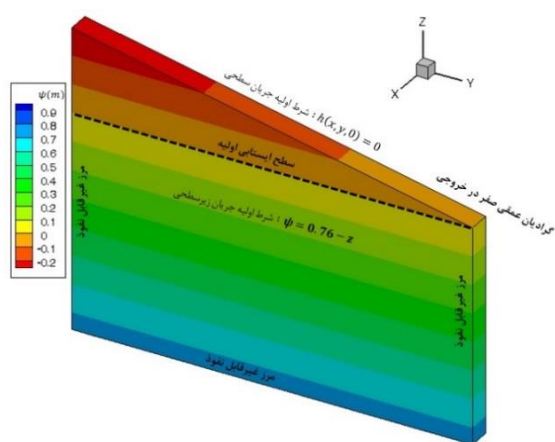
$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_{sim} - x_{ref})_i^2} \quad (۶)$$

$$MAE = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N |x_{sim} - x_{ref}|_i \quad (۷)$$

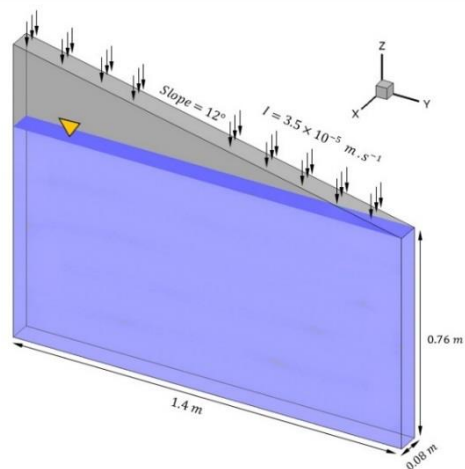
صحت‌سنجی: آزمایش بارش-رواناب در مقیاس آزمایشگاهی در ابتدا آزمایش Abdul and Gilham (1984) برای صحت‌سنجی مدل تلفیقی ارائه‌شده در این پژوهش مورد استفاده قرار گرفت. این آزمایش در یک محفظه مکعب مستطیل از جنس پلکسی‌گلس<sup>۴</sup> با ابعاد  $۱/۲ \text{ m} \times ۱/۴ \text{ m} \times ۰/۰۸ \text{ m}$  انجام شد. این محفظه توسط خاک شنی نسبتاً ریز با تخلخل  $۰/۳۴$  به طریقی پر شد که یک سطح شیب‌دار با شیب سطحی ۱۲ درجه تشکیل شود (شکل -الف). ضریب زبری مانینگ برای این خاک  $۰/۱۸۵ \frac{s}{m^3}$  گزارش شده است

3. Mass Balance Error (MBE)  
4. Plexiglass

1. Root Mean Squared Error (RMSE)  
2. Mean Absolute Error (MAE)



(ب)



(الف)

شکل ۲- (الف) ابعاد و ویژگی‌ها و (ب) شرط اولیه و شرایط مرزی در آزمایش بارش-رواناب (Abdul and Gilham (1984)

مانینگ  $\frac{S}{m^3}$  در نظر گرفته شد.

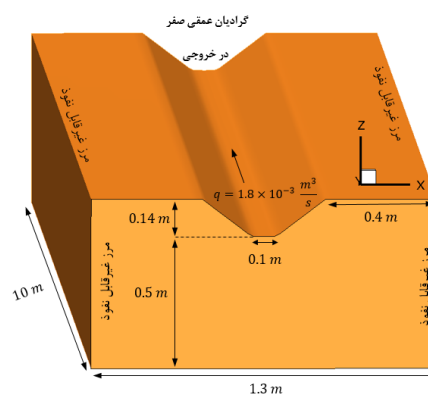
صحت‌سنجی: آزمایش آبیاری جویچه‌ای با مقطع سهموی با اندازه‌گیری هم‌زمان جریان سطحی و زیرسطحی

در نهایت، آزمایش آبیاری جویچه‌ای (Wöhling et al. (2004) برای صحت‌سنجی مدل تلفیقی جریان سطحی و زیرسطحی مورد استفاده قرار گرفت. آزمایش (Wöhling et al. (2004) یکی از آزمایش‌های جامع در آبیاری جویچه‌ای محسوب می‌شود.

(Wöhling et al. (2004) پژوهش خود را در یک جویچه آزمایشی به طول ۲۶/۴ متر و شیب ۰/۰۲۵ که با خاک سیلت لوم پر شده بود، انجام دادند. متوسط دبی ورودی به جویچه برابر با  $\frac{1}{2} \frac{lit}{s}$  و ضریب زبری مانینگ  $\frac{S}{m^3}$  ۰/۰۳ بوده است. در این آزمایش از تعداد

زیادی تانسومتر برای اندازه‌گیری مکش خاک در حین آزمایش استفاده شد. سطح مقطع جویچه به صورت سهموی بوده که عرض بالای آن برابر با ۰/۳۵ m و عمق آن برابر با ۰/۱۸ m است (شکل ۴).

شرایط اولیه برای جریان سطحی به صورت بستر خشک و برای جریان زیرسطحی، برابر با مکش‌های قرائت شده توسط تانسومترها قبل از شروع آزمایش تنظیم شد. شرایط مرزی نیز مانند مسئله (Tabuada et al. (1995) قرار داده شد.



شکل ۳- ابعاد و شرایط مرزی مسئله نفوذ دو بعدی در آبیاری جویچه‌ای توسط (Tabuada et al. (1995)

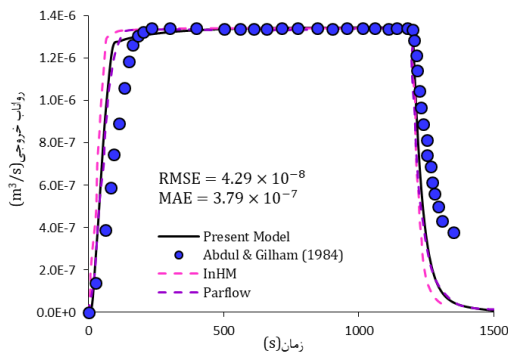
صحت‌سنجی: شبیه‌سازی پیاز رطوبتی ناشی از آبیاری جویچه‌ای با مقطع دوزنقه‌ای

در دومین آزمایش، مدل تلفیقی جریان آب سطحی و زیرسطحی برای بررسی نفوذ از یک جویچه آبیاری با شیب ناچیز و دارای بستر شنی مورد استفاده قرار گرفت. بدین منظور از داده‌های حاصل از شبیه‌سازی عددی مقاله (Tabuada et al. (1995) استفاده شد. ابعاد و شرایط مرزی مورد استفاده در این مسئله در شکل (۳) نشان داده شده است. شرط مرزی جریان زیرسطحی در دیواره پایینی به صورت زهکشی آزاد و مرزهای جانبی، شار صفر تنظیم شد. شرط مرزی جریان سطحی در خروجی جویچه به صورت گرادیان عمقی صفر و در ورودی به صورت شار معلوم برابر با  $\frac{1}{8} \frac{lit}{s}$  در نظر گرفته شد. شرط اولیه جریان زیرسطحی تعادل هیدرواستاتیکی با مکش ۱/۵ m- در کف و ضریب زبری



ناقیدی فر و همکاران: توسعه مدل عددی آبیاری جویچه‌ای با تلفیق ... ۱۵۳۷

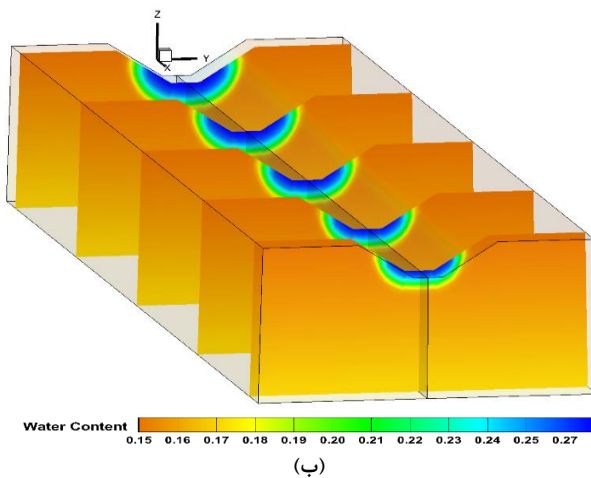
خروجی شبیه‌سازی شده توسط مدل حاضر و داده‌های اندازه‌گیری شده به ترتیب برابر با  $4/29 \times 10^{-8} \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$  و  $3/79 \times 10^{-7} \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$  است.



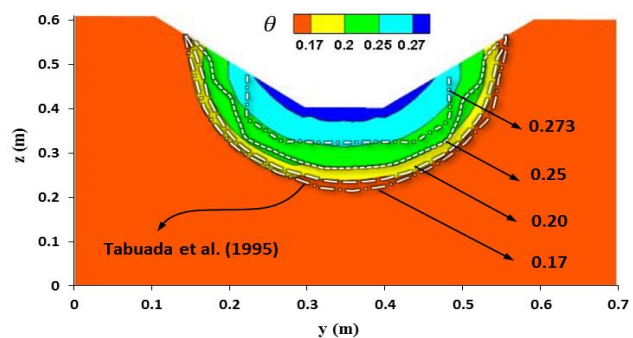
شکل ۵- هیدروگراف جریان خروجی در آزمایش بارش-رواناب Abdul and Gilham (1984)

صحت‌سنجی: نتایج شبیه‌سازی پیاز رطوبتی ناشی از آبیاری جویچه‌ای با مقطع دوزنقه‌ای

در این بخش نتیجه شبیه‌سازی نفوذ دوبعدی حاصل از آبیاری جویچه‌ای توسط مدل حاضر در این پژوهش در لحظه  $160 \text{ s}$  ارائه شده و با نتایج Tabuada et al. (1995) مقایسه شده است (شکل الف). همان‌طور که ملاحظه می‌شود نفوذ شبیه‌سازی شده مدل حاضر با نتایج حاصل از شبیه‌سازی Tabuada et al. (1995) تطابق قابل قبولی دارد. همچنین پروفیل رطوبتی در مقاطع مختلف پس از  $160 \text{ s}$  ارائه شده است (شکل ب). در مقاطع بالادست رطوبت نفوذ کرده بیشتر و در مقاطع پایین‌دست پیاز رطوبتی به دلیل زمان نفوذ کمتر، کوچک‌تر است.

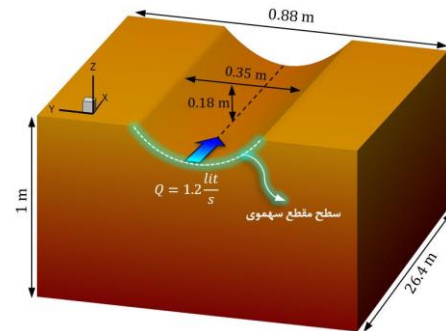


(ب)



(الف)

شکل ۶- (الف) پروفیل رطوبتی دو بعدی در مقطع ابتدایی در مقایسه با نتایج Tabuada et al. (1995) و (ب) پروفیل‌های رطوبتی در مقاطع مختلف پس از گذشت  $160 \text{ s}$  در ابتدای جویچه



شکل ۴- ابعاد و شرایط مرزی آزمایش آبیاری جویچه‌ای توسط Wöhling et al. (2004)

## نتایج و بحث

در این بخش، نتایج آزمایش‌های صحت‌سنجی ارائه شده است. علاوه بر این، مدل حاضر در یک آزمایش عددی آبیاری جویچه‌ای با ۵ نوبت آبیاری مورد استفاده قرار گرفته و تغییرات پارامترهای مختلف نشان داده شده است.

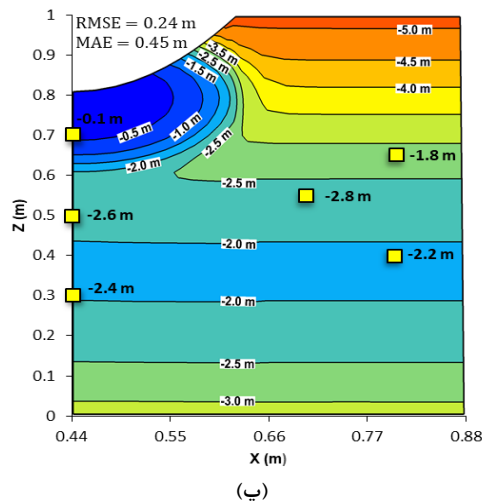
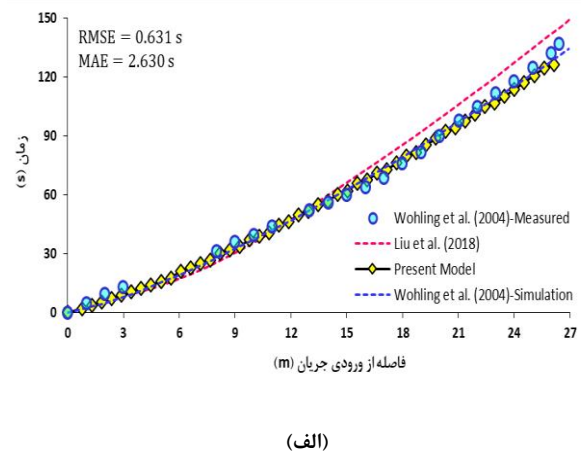
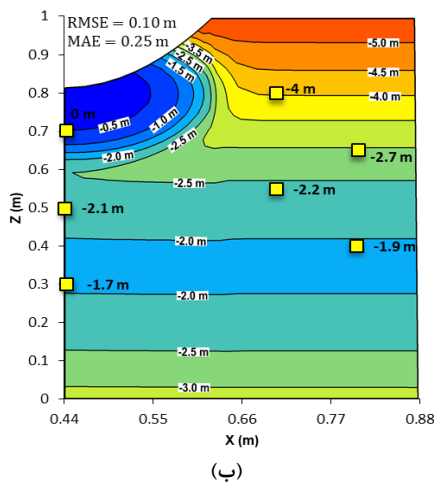
صحت‌سنجی: نتایج آزمایش بارش-رواناب در مقیاس آزمایشگاهی

نتایج شبیه‌سازی انجام‌شده توسط کد ارائه‌شده در این پژوهش با نتایج حاصل از کدهای InHM (VanderKwaak, 1999)، پارفلو (Kollet and Maxwell, 2006) مقایسه شد. نتایج نشان می‌دهد که کد حاصل از این پژوهش گرچه در هر دو شاخه بالارونده و پایین‌رونده هیدروگراف رواناب خروجی عملکرد مشابهی با پارفلو (Kollet and Maxwell, 2006) داشته ولی هر دو مدل نسبت به مدل InHM عملکرد بهتری داشتند. همه مدل‌ها عملکرد مناسبی در پیش‌بینی حداکثر دبی خروجی نشان دادند. ریشه میانگین مربعات خطا و میانگین قدرمطلق خطا بین فاز هیدروگراف

اندازه‌گیری شده دارد. ریشه میانگین مربعات خطا و میانگین قدرمطلق خطا بین فاز پیشروی شبیه‌سازی شده توسط مدل حاضر و داده‌های اندازه‌گیری شده به ترتیب برابر با  $0.631\text{ s}$  و  $2.630\text{ s}$  است (شکل ۷-الف). این در حالی است که مدل Liu et al. (2019) اختلاف اندکی در شبیه‌سازی‌ها نشان می‌دهد. شکل (۷-ب و پ) توزیع مکش شبیه‌سازی شده توسط مدل ارائه شده در این پژوهش را با مقادیر اندازه‌گیری شده توسط تانسیومترهای Wöhling et al. (2004) پس از گذشت ۲۰ دقیقه از آبیاری نشان می‌دهند. تطابق بین مقادیر شبیه‌سازی و اندازه‌گیری شده حاکی از صحیح بودن عملکرد مدل است. تفاوت مشاهده شده بین اندازه‌گیری و شبیه‌سازی نیز می‌تواند ریشه در ناهمگونی ویژگی‌های خاک و نیز وجود جریان‌های ترجیحی احتمالی باشد که در مدل جریان زیرسطحی در نظر گرفته نشده‌اند.

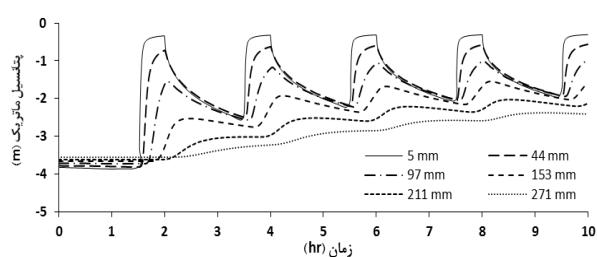
صحت‌سنجی: نتایج آزمایش آبیاری جویچه‌ای با مقطع سهموی با اندازه‌گیری هم‌زمان جریان سطحی و زیرسطحی Wöhling et al. (2004) برای شبیه‌سازی آزمایش انجام شده، از ترکیب معادلات یک‌بعدی سنت-ونانت (با فرم موج پخشیدگی) و معادله دویعدی ریچاردز استفاده نمودند. همچنین این آزمایش توسط محققان دیگر از جمله Liu et al. (2019) برای صحت‌سنجی مدل عددی مورد توسعه داده شده مورد استفاده قرار گرفته است.

شکل (۷-الف)، منحنی پیشروی اندازه‌گیری و شبیه‌سازی شده در آزمایش آبیاری جویچه‌ای توسط Wöhling et al. (2004) را به همراه شبیه‌سازی ارائه شده توسط Liu et al. (2019)، در مقایسه با نتایج حاصل از مدل ارائه شده در این پژوهش نشان می‌دهد. نتایج ارائه شده حاکی از تطابق قابل قبول بین مدل حاضر و مدل Wöhling et al. (2004) با داده‌های

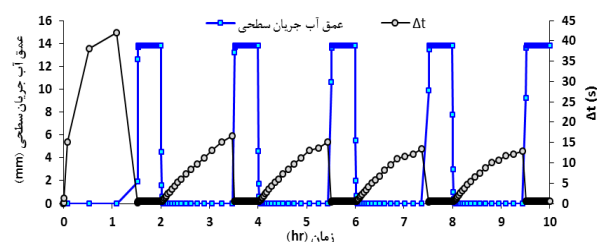


شکل ۷- (الف) منحنی فاز پیشروی اندازه‌گیری و شبیه‌سازی شده و نیز توزیع پتانسیل ماتریک شبیه‌سازی شده پس از گذشت ۲۰ دقیقه از شروع آبیاری در فاصله (ب)  $6/3$  و (پ)  $18/3$  متری از ورودی جریان در مقایسه با مقادیر اندازه‌گیری شده (مربع‌های زرد رنگ) توسط Wöhling et al. (2004)

اولیه برای جریان زیرسطحی به صورت تعادل هیدرواستاتیکی بوده و مقدار مکش در کف (عمق ۱ m) برابر حد ظرفیت زراعی در نظر گرفته شد. شکل (۸-الف) توزیع نرخ تبخیر پتانسیل مفروض در این آزمایش عددی را نشان می‌دهد.



(ب)



(ت)

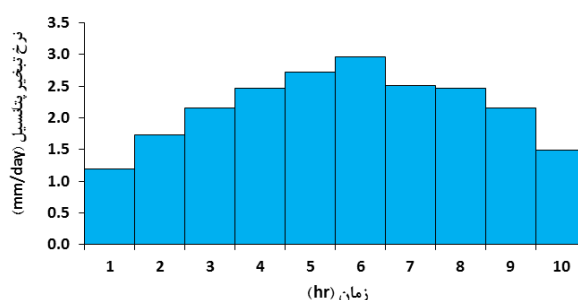
شکل ۸- الف) توزیع تبخیر پتانسیل، ب) تغییرات عمق آب جریان سطحی در نقطه میانی جویچه، طول گام زمانی، پ) دبی ورودی، رواناب خروجی و (ت) مکش در عمق‌های مختلف خاک در نقطه میانی جویچه برای آزمایش عددی آبیاری متوالی به مدت ۱۰ ساعت

سطحی خاک می‌شود. این روند نوسانی در لایه‌های سطحی شدیدتر بوده اما با رسیدن به عمق ۲۷۱ mm، نوسان‌ها کاهش یافته و روندی صعودی به خود می‌گیرد. چنین به نظر می‌رسد که نرخ تبخیر نشان داده شده در شکل (۸-الف) اثر چندانی بر رطوبت موجود در عمق ۲۷۱ mm ندارد.

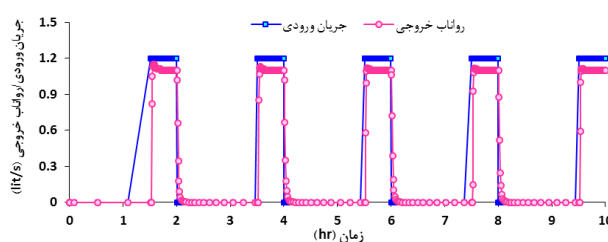
در نهایت، چنانکه در شکل (۸-ت) ملاحظه می‌شود، طول گام زمانی در فاز پیشروی به دلیل درگیر شدن دو معادله سطحی و زیرسطحی در فرآیند حل عددی کوچکتر شده، درحالی‌که در فاز توزیع مجدد به دلیل اینکه صرفاً معادله زیرسطحی در حل حضور دارد افزایش می‌یابد. معادله سطحی به دلیل استفاده از طرح صریح ذاتاً احتیاج به گام‌های زمانی کوچکتری نسبت به معادله زیرسطحی (که با طرح ضمنی حل می‌شود) دارد. خطای بیلان جرمی مدل برای این بخش تخمین زده شد و مقدار آن ناچیز به دست آمد.

کاربرد: آزمایش عددی فازهای مختلف آبیاری جویچه‌ای

در این بخش، جویچه‌ای مشابه جویچه ارائه شده توسط Wöhling *et al.* (2004) برای شبیه‌سازی فازهای مختلف آبیاری جویچه‌ای در یک آزمایش عددی مورد استفاده قرار گرفت. در این آزمایش (که زمان کل آن ۱۰ ساعت است)، ۵ نوبت آبیاری-توزیع مجدد وجود داشته که هر سیکل شامل ۱/۵ ساعت توزیع مجدد و ۰/۵ ساعت آبیاری با دبی ورودی مشابه قسمت قبل می‌شود. شرط



(الف)



(پ)

چنانچه مشخص است با ورود جریان به داخل جویچه و افزایش دبی در ورودی به  $\frac{1}{2} \frac{lit}{s}$  (شکل پ-) در لحظه‌های ۱/۵، ۳/۵، ۵/۵، ۷/۵، ۹/۵ (ساعت) فاز پیشروی آغاز شده و با رسیدن به میانه جویچه عمق آب جریان سطحی در نقطه میانی (شکل ت-) افزایش می‌یابد. با رسیدن جریان به انتهای جویچه (به دلیل باز بودن انتهای جویچه) جریان به صورت با دبی حدوداً  $\frac{1}{1} \frac{lit}{s}$  به صورت رواناب تخلیه می‌شود (شکل پ-). شکل (۸-ب) تغییرات مکش را در اثر نفوذ آب در طی ۱۰ ساعت برای عمق‌های مختلف زیر نقطه میانی از قعر جویچه نشان می‌دهد. با شروع آبیاری، پتانسیل ماتریک خاک در اثر نفوذ آب کاهش یافته و خاک به وضعیت اشباع نزدیک می‌شود. پس از قطع شدن آبیاری و پسروی آب (شکل پ و ت)، تبخیر و نیز حرکت رو به پایین آب باعث کاهش رطوبت (منفی‌تر شدن پتانسیل ماتریک) در لایه‌های

## نتیجه‌گیری

در این پژوهش یک مدل آبیاری جویچه‌ای با تلفیق معادله یک‌بعدی سنت-ونانت و سه‌بعدی ریچاردز به منظور شبیه‌سازی فاز پیشروی ارائه شده است. مدل حاضر با استفاده از نتایج آزمایشگاهی و نیز نتایج سایر مدل‌های عددی صحت‌سنجی شده و نشان داده شد که مدل حاضر توانایی شبیه‌سازی جریان سطحی و زیرسطحی را دارا است. همچنین نشان داده شد که مدل حاضر توانایی شبیه‌سازی فاز پیشروی و توزیع پتانسیل ماتریک در این فاز را داراست. ریشه میانگین مربعات خطا و میانگین قدرمطلق خطا برای منحنی فاز پیشروی به ترتیب برابر با  $0/631$  s و  $2/630$  s به دست آمد. همچنین حداکثر خطای ریشه میانگین

مربعات خطا و میانگین قدرمطلق خطا برای شبیه‌سازی توزیع پتانسیل ماتریک به ترتیب برابر با  $0/24$  m و  $0/45$  m بود. این مدل می‌تواند به عنوان ابزاری برای شبیه‌سازی هیدرولیکی جریان، توزیع رطوبت و نفوذ در روش‌های آبیاری جویچه‌ای و همچنین به‌عنوان بخشی از سامانه پشتیبانی تصمیم در مزرعه مورد استفاده قرار گیرد.

## سپاس‌گزاری

این پژوهش حاصل رساله دکتری رشته علوم و مهندسی آب، دانشکده کشاورزی، دانشگاه فردوسی مشهد با کد طرح ۴۷۷۴۳ می‌باشد.

## REFERENCES

- Abbasi, F., (2013). Principles of Flow in Surface Irrigation. Iranian National Committee on Irrigation and Drainage, 232 pp.
- Abbasi, F., Šimůnek, J., van Genuchten, M. T., Feyen, J., Adamsen, F. J., Hunsaker, D. J., Strelkoff, T. S., Shouse, P. (2003). Overland water flow and solute transport: Model development and field-data analysis. *Journal of Irrigation and Drainage Engineering*, 129(2), 71-81.
- Abdul, A. S., and Gillham, R. W. (1984). Laboratory studies of the effects of the capillary fringe on streamflow generation. *Water Resources Research*, 20(6), 691-698.
- An, H., and Yu, S. (2014) Finite volume integrated surface-subsurface flow modeling on nonorthogonal grids. *Water Resources Research*, 50.3: 2312-2328.
- An, H., Ichikawa, Y., Tachikawa, Y., and Shiiba, M. (2010). Three-dimensional finite difference saturated-unsaturated flow modeling with nonorthogonal grids using a coordinate transformation method. *Water Resources Research*, 46(11).
- An, H., Ichikawa, Y., Tachikawa, Y., and Shiiba, M. (2012). Comparison between iteration schemes for three-dimensional coordinate-transformed saturated-unsaturated flow model. *Journal of Hydrology*, 470, 212-226.
- Brunetti, G., Šimůnek, J., and Bautista, E. (2018). A hybrid finite volume-finite element model for the numerical analysis of furrow irrigation and fertigation. *Computers and Electronics in Agriculture*, 150, 312-327.
- Celia, M. A., Bouloutas, E. T., and Zarba, R. L. (1990). A general mass-conservative numerical solution for the unsaturated flow equation. *Water Resources Research*, 26(7), 1483-1496.
- Chaudhry, M. H. (2007). *Open-Channel Flow*: Springer Science and Business Media
- Clemmens, A. J. (1979). Verification of the zero-inertia model for border irrigation. *Transactions of the ASAE*, 22(6), 1306-1309.
- Clemmens, A., and Dedrick, A. (1994). Irrigation techniques and evaluations. In *Management of Water Use in Agriculture* (pp. 64-103): Springer
- Ebrahimian, H., A Liaghat, B Ghanbarian-Alavijeh, F Abbasi. (2010). Evaluation of various quick methods for estimating furrow and border infiltration parameters. *Irrigation Science* 28 (6), 479-488
- Ebrahimian, H., Liaghat, A., Parsinejad, M., Playán, E., Abbasi, F., and Navabian, M. (2013). Simulation of 1D surface and 2D subsurface water flow and nitrate transport in alternate and conventional furrow fertigation. *Irrigation Science*, 31(3), 301-316.
- Ebrahimzadeh, A., Ziaei, A. N., Jafarzadeh, M. R., Beheshti, A. A., Sheikh Rezazadeh Nikou, N. (2017). Numerical Modeling of One-Dimensional Flow in Furrow Irrigation by Solving the Full Hydrodynamics Equations using Roe Approach. 28(3), 41-51.
- He, Z., Wu, W., and Wang, S. S. (2008). Coupled finite-volume model for 2D surface and 3D subsurface flows. *Journal of Hydrologic Engineering*, 13(9), 835-845.
- Kollet, S. J., and Maxwell, R. M. (2006). Integrated surface-groundwater flow modeling: A free-surface overland flow boundary condition in a parallel groundwater flow model. *Advances in Water Resources*, 29(7), 945-958.
- Kosugi, K. (2008). Comparison of three methods for discretizing the storage term of the Richards equation. *Vadose Zone Journal*, 7(3), 957-965.
- Liu, K., Huang, G., Xu, X., Xiong, Y., Huang, Q., and Šimůnek, J. (2019). A coupled model for simulating water flow and solute transport in furrow irrigation. *Agricultural Water Management*, 213, 792-802 .
- Maxwell, R. M., Putti, M., Meyerhoff, S., Delfs, J. O., Ferguson, I. M., Ivanov, V., Kim, J., Kolditz, O., Kollet, S. J., Kumar, M., Lopezl, S., Niu, J., Paniconi, C., Park, Y., Phanikumar, M. S., Shen, C., Sudicky, E. A., and Sulis, M. (2014). Surface-

- subsurface model intercomparison: A first set of benchmark results to diagnose integrated hydrology and feedbacks. *Water Resources Research*, 50(2), 1531-1549.
- Naghedifar, S. M., Ziaei, A. N., and Ansari, H. (2018). Simulation of irrigation return flow from a *Triticale* farm under sprinkler and furrow irrigation systems using experimental data: A case study in arid region. *Agricultural Water Management*, 210, 185-197.
- Naghedifar, S. M., Ziaei, A. N., Playán, E., Zapata, N., Ansari, H., and Hasheminia, S. M. (2019). A 2D curvilinear coupled surface–subsurface flow model for simulation of basin/border irrigation: theory, validation and application. *Irrigation Science*, 1-18.
- Narasimhan, T. N. (2005). Buckingham, 1907. *Vadose Zone Journal*, 4(2), 434-441.
- Playán, E., Faci, J. M., and Serreta, A. (1996). Modeling microtopography in basin irrigation. *Journal of Irrigation and Drainage Engineering*, 122(6), 339-347.
- Playán, E., Walker, W. R., and Merkle, G. P. (1994). Two-dimensional simulation of basin irrigation. I: Theory. *Journal of Irrigation and Drainage Engineering*, 120(5), 837-856.
- Richards, L. A. (1931). Capillary conduction of liquids through porous mediums. *Physics*, 1(5), 318-333.
- Roe, P. L. (1981). Approximate Riemann solvers, parameter vectors, and difference schemes. *Journal of Computational Physics*, 43(2), 357-372.
- Saad, Y. (2003). *Iterative Methods for Sparse Linear Systems* (Vol. 82): SIAM
- Sanders, B. (2001). High-resolution and non-oscillatory solution of the St. Venant equations in non-rectangular and non-prismatic channels. *Journal of Hydraulic Research*, 39(3), 321-330.
- Šimůnek, J. (2006). Models of water flow and solute transport in the unsaturated zone. *Encyclopedia of Hydrological Sciences*.
- Singh, V., and Bhallamudi, S. M. (1997). Hydrodynamic modeling of basin irrigation. *Journal of Irrigation and Drainage Engineering*, 123(6), 407-414.
- Strelkoff, T., and Souza, F. (1984). Modeling effect of depth on furrow infiltration. *Journal of Irrigation and Drainage Engineering*, 110(4), 375-387.
- Tabuada, M., Rego, Z., Vachaud, G., and Pereira, L. (1995). Modelling of furrow irrigation. Advance with two-dimensional infiltration. *Agricultural Water Management*, 28(3), 201-221.
- Van Genuchten, M. T. (1980). A closed-form equation for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated soils. *Soil Science Society of America Journal*, 44(5), 892-898.
- VanderKwaak, J. E. (1999). Numerical simulation of flow and chemical transport in integrated surface–subsurface hydrologic systems.
- Versteeg, H. K. and Malalasekera, W. (2007). *An Introduction to Computational Fluid Dynamics: The Finite Volume Method*: Pearson education
- Walker, W. R., and Humpherys, A. S. (1983). Kinematic-wave furrow irrigation model. *Journal of Irrigation and Drainage Engineering*, 109(4), 377-392.
- Weill, S., Mouche, E., and Patin, J. (2009). A generalized Richards equation for surface/subsurface flow modelling. *Journal of Hydrology*, 366(1-4), 9-20.
- Wöhling, T., and J. C. Mailhol. (2007). Physically based coupled model for simulating 1D surface–2D subsurface flow and plant water uptake in irrigation furrows. II: Model test and evaluation. *Journal of Irrigation and Drainage Engineering* 133(6), 548-558.
- Wöhling, T., and Schmitz, G. H. (2007). Physically based coupled model for simulating 1D surface–2D subsurface flow and plant water uptake in irrigation furrows. I: Model development. *Journal of Irrigation and Drainage Engineering*, 133(6), 538-547.
- Wöhling, T., Singh, R., and Schmitz, G. (2004). Physically based modeling of interacting surface–subsurface flow during furrow irrigation advance. *Journal of Irrigation and Drainage Engineering*, 130(5), 349-356.
- Xu, D., Zhang, S., Bai, M., Li, Y., and Xia, Q. (2013). Two-dimensional coupled model of surface water flow and solute transport for basin fertigation. *Journal of Irrigation and Drainage Engineering*, 139(12), 972-985.
- Zha, Y., Yang, J., Yin, L., Zhang, Y., Zeng, W., and Shi, L. (2017). A modified Picard iteration scheme for overcoming numerical difficulties of simulating infiltration into dry soil. *Journal of Hydrology*, 551, 56-69.
- Zhang, S., Xu, D., Bai, M., and Li, Y. (2014a). Two-dimensional surface water flow simulation of basin irrigation with anisotropic roughness. *Irrigation Science*, 32(1), 41-52
- Zhang, S., Xu, D., Bai, M., Li, Y., and Liu, Q. (2016). Fully coupled simulation for surface water flow and solute transport in basin fertigation. *Journal of Irrigation and Drainage Engineering*, 142(12), 04016062.
- Zhang, S., Xu, D., Bai, M., Li, Y., and Xia, Q. (2014b). Two-dimensional zero-inertia model of surface water flow for basin irrigation based on the standard scalar parabolic type. *Irrigation Science*, 32(4), 267-281.