

Simulation of Groundwater Level Using the Hybrid Model Wavelet-Self Adaptive Extreme Learning Machine

MARYAM MALEKZADEH¹, SAEID KARDAR^{2*}, SAEID SHABANLOU³

1. Department of Environment, Tehran North Branch, Islamic Azad University, Tehran, Iran.

2. Department of Architecture, Science and Research Branch, Islamic Azad University, Tehran, Iran.

3. Department of Water Engineering, Kermanshah Branch, Islamic Azad University, Kermanshah, Iran.

(Received: Nov. 30, 2019- Revised: Jan. 17, 2020- Accepted: Jan. 25, 2020)

ABSTRACT

In present study, the groundwater level of the Kabodarahang region located in Hamadan Province was simulated using novel techniques such as Self-Adaptive Extreme Learning Machine (SAELM) and Wavelet-Self-Adaptive Extreme Learning Machine (WA-SAELM). Firstly, the effective lags were detected using the autocorrelation function and then ten models were developed for each SAELM and WA-SAELM methods. By evaluating the results of the models, WA-SAELM was introduced as the superior method. The analysis of the simulation results showed that the superior model had a high accuracy in estimating the groundwater level. For the superior model, the correlation coefficient (R), Root Mean Squared Error ($RMSE$) and Nash-Sutcliffe efficiency coefficient (NSC) were calculated to be 0.969, 0.358 and 0.939, respectively.

Keywords: Artificial intelligence, Groundwater aquifer, Hybrid model, Kabodarahang, Simulation

شبیه‌سازی تراز آب زیرزمینی با استفاده از مدل ترکیبی موجک-ماشین آموزش نیرومند خودتطبیقی

مریم ملک‌زاده^۱، سعید کاردار^{۲*}، سعید شعبانلو^۳

۱. گروه منابع طبیعی، واحد تهران شمال، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران.

۲. گروه معماری، واحد علوم و تحقیقات، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران.

۳. گروه مهندسی آب، واحد کرمانشاه، دانشگاه آزاد اسلامی، کرمانشاه، ایران.

(تاریخ دریافت: ۱۳۹۸/۹/۹ - تاریخ بازنگری: ۱۳۹۸/۱۰/۲۷ - تاریخ تصویب: ۱۳۹۸/۱۱/۵)

چکیده

در مطالعه حاضر، با استفاده از روش‌های نوین ماشین آموزش نیرومند خود تطبیقی (SAELM) و موجک-ماشین آموزش نیرومند خود تطبیقی (WA-SAELM) تراز آب زیرزمینی در منطقه کبودر آهنگ واقع در استان همدان مورد بررسی قرار گرفت. در ابتدا با استفاده از تابع خود همبستگی، تاخیرهای موثر شناسایی شده و سپس با استفاده از این تاخیرها برای هر یک از روش‌های SAELM و WA-SAELM، ۱۰ الگوی متمایز ورودی توسعه داده شد. با ارزیابی نتایج مدل‌های مذکور، WA-SAELM به عنوان مدل برتر معرفی شد که تجزیه و تحلیل نتایج شبیه‌سازی نشان دهنده دقت بالای مدل برتر در تخمین تراز آب زیرزمینی بود. مقادیر ضریب همبستگی (R)، ریشه میانگین مربعات خطا (RMSE) و ضریب بهره‌وری نش-ساتکلیف (NSC) برای مدل برتر به ترتیب برابر با ۰/۹۶۹، ۰/۳۵۸ و ۰/۹۳۹ محاسبه شد.

واژه‌های کلیدی: شبیه‌سازی، سفره آب زیرزمینی، کبودرآهنگ، مدل ترکیبی، هوش مصنوعی.

مقدمه

به دلیل اهمیت بالای تخمین و پیش‌بینی تراز آب‌های زیرزمینی مطالعات فراوانی در ارتباط با اندازه‌گیری و مدل‌های آن انجام گرفته است. برخی از محققین به ارائه سری‌های زمانی تجربی به منظور پیش‌بینی تراز آب‌های زیرزمینی پرداختند. علاوه بر این، در سال‌های اخیر استفاده از الگوریتم‌های مختلف شبکه عصبی مصنوعی به شکل قابل ملاحظه‌ای برای پیش‌بینی و تخمین پدیده‌های مختلف هیدروژئولوژیکی مورد استفاده قرار گرفته‌اند. به عنوان مثال، (Daliakopoulos et al. (2005 عملکرد شبکه عصبی مصنوعی (ANN) را در شبیه‌سازی تراز آب زیرزمینی مورد استفاده قرار دادند. آن‌ها به منظور بهینه‌سازی مدل عددی خود، هفت مدل عصبی با پیکربندی مختلف را مورد ارزیابی قرار داده و بیان داشتند که مدل‌های مذکور از توانایی مناسبی در تخمین تراز آب زیرزمینی برخوردار هستند. (Coppola et al. (2005 تراز آب درون آبخوان‌های زیرزمینی را با استفاده از مدل شبکه عصبی مصنوعی شبیه‌سازی کردند. آن‌ها برای شبیه‌سازی تراز آب زیرزمینی از مقادیر تراز آب زیرزمینی استخراجی از چاه‌های مشاهداتی و شرایط اقلیمی استفاده نمودند. در این مطالعه مدل برتر با انجام یک تحلیل حساسیت برای شبیه‌سازی نوسانات تراز آب زیرزمینی معرفی گردید. (Chang and Chang (2006

مدل‌سازی تراز آب را در طی دوره‌های سیلاب مختلف از مدل ANFIS^۱ استفاده کردند. ایشان گزارش نمودند که مدل مذکور مقادیر مشاهداتی را با دقت قابل قبولی تخمین می‌زند. (Nayak et al. (2006 تغییرات تراز آب زیرزمینی درون آبخوان‌های کم عمق را به وسیله مدل شبکه عصبی مصنوعی مدل‌سازی کردند. آن‌ها نتایج مدل عدد خود را با مقادیر مشاهداتی دو چاه مقایسه نموده و بیان داشتند که مدل عددی دارای دقت قابل قبولی است. در ادامه، (Nourani et al. (2008 با استفاده از شبکه عصبی مصنوعی تغییرات تراز آب زیرزمینی درون یک آبخوان واقع در استان آذربایجان شرقی واقع در بخش شمال غربی کشور ایران را شبیه‌سازی کردند. آن‌ها شش ساختار مختلف شبکه عصبی مصنوعی را برای پیش‌بینی این پدیده هیدروژئولوژیکی استفاده نمودند و با تجزیه و تحلیل نتایج کلیه مدل‌ها، بهینه‌ترین معماری را انتخاب کردند. (Dash et al. (2010 تراز آب زیرزمینی را توسط یک مدل هیبریدی پیش‌بینی کردند. آن‌ها برای توسعه مدل هیبریدی مدل‌های شبکه عصبی مصنوعی و الگوریتم ژنتیک را با هم‌دیگر ترکیب کردند. آن‌ها نتایج شبیه‌سازی شده توسط مدل ترکیبی را با نتایج مدل عصبی مقایسه نمودند که با تجزیه و تحلیل نتایج مدل‌های مذکور نشان دادند مدل ترکیبی دارای عملکردی بهتری است. (Kisi and Shiri (2012 با استفاده از دو

بنابراین، هدف اصلی مطالعه حاضر، شبیه‌سازی نوسانات دراز مدت سطح ایستابی آب زیرزمینی دشت کبودر آهنگ همدان در قالب داده‌های سری زمانی توسط یک روش هوش مصنوعی نوین ترکیبی تحت عنوان «موجک-ماشین آموزش نیرومند خود تطبیقی» می‌باشد. مدل عددی بکار گرفته شده با ترکیب سه مدل عددی شامل «موجک»، «الگوریتم تکامل تفاضلی» و «ماشین آموزش نیرومند» توسعه داده شده که خود یک نوآوری قابل توجه در مبحث مدل‌های عددی مبتنی بر هوش مصنوعی محسوب می‌شود که تاکنون برای شبیه‌سازی این پدیده هیدروژئولوژیکی استفاده نشده است.

مواد و روش‌ها

ناحیه مورد مطالعه

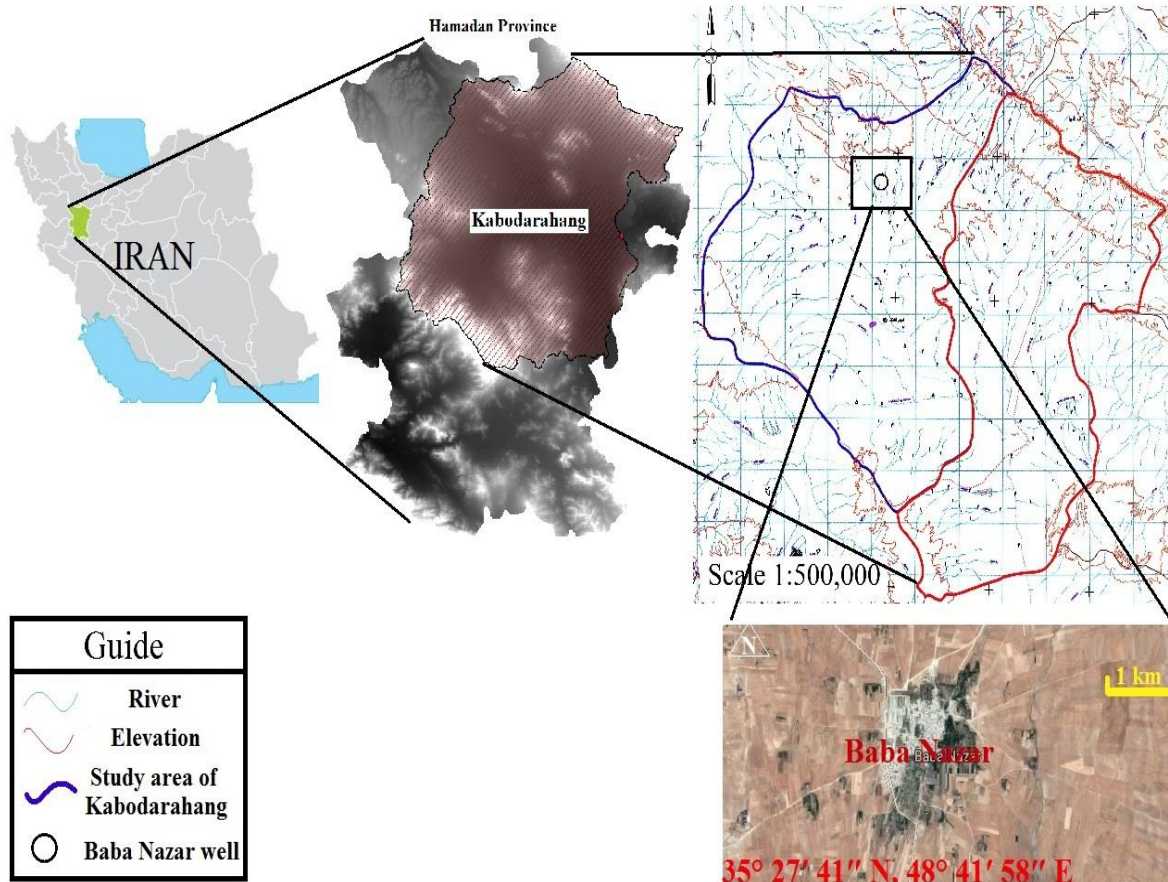
دشت کبودر آهنگ یکی از محدوده‌های مورد مطالعه حوضه رودخانه قره‌چای است. این دشت در شمال استان همدان واقع شده که از شمال با دشت زنجان و قزوین، و از جنوب به دشت بهار و قهاوند، از شرق به دشت رزن و از غرب به محدوده مطالعاتی گل تپه-زرین آباد محدود می‌شود. وسعت این دشت برابر ۳۴۷۰ کیلومتر مربع می‌باشد. از لحاظ مختصات جغرافیایی این دشت در موقعیت جغرافیایی به طول ۲۷° ۴۸' درجه و عرض ۳۳° ۳۴' درجه جغرافیایی و به ارتفاع ۱۶۸۰ متر از سطح دریا قرار گرفته است.

آبخوان این منطقه براساس ارقام سطح آب چاه‌های مشاهده‌ای و لوگ حفاری‌های اکتشافی و نیز چاه‌های بهره‌برداری از نوع آزاد می‌باشد. مجموع چاه‌های آماربرداری شده در سطح محدوده مطالعاتی کبودر آهنگ ۳۷۱۶ حلقه می‌باشد که با عدم احتساب چاه-های متروکه و خشک (۴۷۹ حلقه) از این تعداد ۱۶۸۹ حلقه چاه عمیق و ۱۵۴۸ حلقه چاه نیمه‌عمیق و دستی می‌باشند.

اکثر قریب به اتفاق بارش‌های جوی در این منطقه از دریای مدیترانه سرچشمه می‌گیرد. بر اساس آمار ایستگاه‌های هواشناسی واقع در ناحیه مورد مطالعه، متوسط بارندگی دشت کبودر آهنگ ۲۸۱/۵ میلی‌متر می‌باشد. پس از بررسی داده‌های جمع‌آوری شده مشخص شد که آماربرداری از پیژومتر بابانظر به نسبت سایر پیژومترها کامل‌تر و با فاصله زمانی منظم‌تر انجام گرفته است و تعداد مشاهدات از این نقطه پاسخگوی نیازهای مدل‌سازی مرتبط با این تحقیق می‌باشد. داده‌های چاه بابانظر در یک بازه زمانی ده ساله (۱۲۰ ماه) توسط آب منطقه‌ای استان همدان گزارش شده است. همچنین با عنایت به کامل‌تر بودن داده‌های سری زمانی چاه بابا نظر در مقایسه با سایر چاه‌های ناحیه مورد مطالعه، این نقطه به‌عنوان مبنای مدل-سازی گزینش گردید. در شکل (۱) موقعیت جغرافیایی منطقه مورد مطالعه به تصویر کشیده شده است.

مدل نرو-فازی و موجک یک روش هیبریدی به‌منظور تخمین نوسانات تراز درون سفره‌های آب زیرزمینی را مدل‌سازی نمودند. آن‌ها با استفاده از ورودی‌های مختلف مدل عددی را اجرا نمودند و نتایج آن را با مقادیر چاه مشاهداتی مقایسه کردند. آن‌ها بیان نمودند که مدل هیبریدی نتایج تراز آب زیرزمینی را با دقت بیشتری در مقایسه با مدل نرو-فازی محاسبه می‌نماید. علاوه بر این (Chitsazan et al. (2013) با استفاده از شبکه عصبی مصنوعی تراز آب زیرزمینی دورن آبخوان‌ها را شبیه‌سازی نمودند. آن‌ها شبکه عصبی خود را با دو لایه پنهان اجرا نمودند و نشان دادند که در این حالت مقادیر مشاهداتی و شبیه‌سازی شده به هم نزدیک‌تر است. (Emamgholizadeh et al. (2014) با استفاده از ANFIS و شبکه عصبی مصنوعی نوسانات تراز آب زیرزمینی را تخمین زدند. آن‌ها برای پیش‌بینی تراز آب زیرزمینی سه سناریو متفاوت تعریف نمودند و نشان دادند که مدل ANFIS دارای دقت بیشتری است. همچنین (Khaki et al. (2015) تغییرات تراز آب زیرزمینی در طی یک دوره ۷ ساله را به‌وسیله مدل عصبی و ANFIS شبیه‌سازی نمودند. آن‌ها با استفاده از سری زمانی و پارامترهای موثر مدل‌های مختلفی را توسعه دادند و بهترین ترکیب را معرفی نمودند. آن‌ها بیان نمودند که مدل ANFIS دارای دقت بیشتری است (Ebrahimi and Rajaei (2017) با ترکیب نمودن مدل موجک با شبکه عصبی مصنوعی، رگرسیون خطی و بردار پشتیبان سه مدل ترکیبی برای پیش‌بینی تراز آب زیرزمینی در یک دوره ۱۱ ساله ارائه دادند. در ادامه، (Malekzadeh et al. (2019) با استفاده از یک مدل هوش مصنوعی و مدل عددی مادفلو تراز آب زیرزمینی درون یک سفره آب زیرزمینی واقع در استان همدان را شبیه‌سازی نمودند. آن‌ها نشان دادند که مدل هوش مصنوعی عملکرد بهتری در مقایسه با مدل مادفلو داشت.

به‌دلیل اهمیت منابع آب‌های زیرزمینی و بحران آب در بسیاری از مناطق خشک و نیمه‌خشک کره زمین مانند کشور ایران، تخمین و شبیه‌سازی دراز مدت نوسانات تراز آب درون آبخوان‌های زیرزمینی از اهمیت بسیار زیادی برخوردار است به-گونه‌ای که مطالعات میدانی، آزمایشگاهی، تحلیلی و عددی بسیاری بر روی این پدیده مهم هیدروژئولوژیکی انجام شده است. در این میان مدل‌های هوش مصنوعی مانند، شبکه عصبی مصنوعی، مدل ANFIS، برنامه‌ریزی بیان ژن، ماشین‌بردار پشتیبان و ماشین‌های یادگیری ابزارهای کارآمدی هستند که توانایی مدل‌سازی بسیاری از مسائل غیرخطی و پیچیده هیدروژئولوژیکی مانند تغییرات دراز مدت تراز آب‌های زیرزمینی را دارند.



شکل ۱- موقعیت جغرافیایی منطقه مورد مطالعه

مدل عددی

ماشین آموزش نیرومند^۱

ماشین آموزش نیرومند (ELM) که یک شبکه عصبی پیشخور تک‌لایه است اولین بار توسط Huang et al. (2004, 2006) ارائه شده است. مدل ELM وزن‌های ورودی را به صورت تصادفی و وزن‌های خروجی را به صورت تحلیلی تعیین می‌کند. تنها تفاوت ELM با شبکه عصبی پیشخور تک‌لایه (SLFFNN)، عدم استفاده از بایاس برای نرون خروجی است. نرون‌های لایه ورودی با همه نرون‌های لایه مخفی در ارتباط است. نرون‌های لایه مخفی با استفاده از یک بایاس بوجود می‌آیند. تابع فعال‌سازی نرون‌های مخفی می‌تواند به صورت تابع پیوسته تکه‌ای باشد در حالی که برای نرون لایه خروجی به صورت خطی است. مدل ELM از الگوریتم‌های مختلفی جهت محاسبه وزن‌ها و بایاس‌ها استفاده می‌کند که در نتیجه کاهش قابل توجه زمان آموزش شبکه را به همراه دارد. توصیف ریاضی شبکه عصبی پیش‌خور تک‌لایه با تعداد n نود مخفی، به صورت زیر بیان می‌شود:

$$f_n(x) = \sum_{i=1}^n \beta_i G(a_i, b_i, x) \quad (\text{رابطه ۱})$$

که β_i وزن بین نود مخفی i ام و نود خروجی، a_i ($a_i \in R^n$) و b_i فاکتورهای آموزش نودهای مخفی و $G(a_i, b_i, x)$ خروجی نود i ام برای ورودی x است. تابع فعال‌سازی $g(x)$ (که دارای انواع مختلفی می‌باشند) برای نود مخفی افزایشدهنده $G(a_i, b_i, x)$ را می‌توان به شکل زیر بازنویسی کرد:

$$G(a_i, b_i, x) = g(a_i \cdot x + b_i) \quad (\text{رابطه ۲})$$

از توابع فعالیت به منظور محاسبه خروجی پاسخ نرون‌ها استفاده می‌شود. رفتار نرون‌ها از دویبخش تشکیل شده است که شامل مجموع وزنی ورودی‌ها و تابع فعالیت است. زمانی که مجموعه‌ای از سیگنال ورودی وزن‌دار اعمال می‌شود، برای به دست آوردن پاسخ از توابع فعالیت استفاده می‌شود. همچنین برای نرون‌های لایه‌های یکسان از توابع فعالیت یکسان استفاده می‌شود که ممکن است خطی و یا غیرخطی باشند. در توابع خطی یک گراف خطی مستقیم کشیده می‌شود و در توابع غیرخطی یک خط منحنی‌دار ترسیم می‌شود و با توجه به اینکه در توابع

(رابطه ۸)

$$\beta = \begin{bmatrix} \beta_1^T \\ \vdots \\ \beta_L^T \end{bmatrix}_{L \times m} \quad \text{and} \quad T = \begin{bmatrix} T_1^T \\ \vdots \\ T_L^T \end{bmatrix}_{L \times m}$$

که $\tilde{a} = a_1, \dots, a_L; \tilde{b} = b_1, \dots, b_L; \tilde{x} = x_1, \dots, x_L$ بردار وزن بین نرون‌های لایه‌های مخفی و لایه پنهان و H' شبه-معکوس Moore-Penrose ماتریس H است. T بردار بین وزن‌های نمونه‌های آموزشی است. با توجه به توضیحات ارائه شده می‌توان گفت که آموزش ELM شامل دو مرحله است: مرحله اول، اختصاص تصادفی وزن‌ها و بایاس‌ها به نرون‌های لایه پنهان و محاسبه خروجی لایه پنهان ماتریس H و مرحله دوم، محاسبه وزن‌های خروجی با استفاده از شبه معکوس Moore-Penrose ماتریس H و مقادیر هدف برای نمونه‌های آموزشی مختلف. روند آموزش جهت پیدا کردن شبه معکوس Moore-Penrose ماتریس لایه پنهان (H)، سریع است به طوری که از سرعت بالاتری نسبت به الگوریتم‌های مبتنی بر تکرار رایج مانند لوبنبرگ-مارکوآردت که در آن هیچ نوع روالی از بهینه‌سازی غیرخطی را در بر نمی‌گیرد، برخوردار است. بنابراین زمان آموزش شبکه به طور قابل توجهی کاهش می‌یابد (Huang, 2006). مدل ELM با استفاده از تعداد زیادی از پیش‌بینی فضای ورودی تصافی غیرخطی کار می‌کند به طوری که هر نرون با یک نمونه تصادفی منفرد در ارتباط است.

تکامل تفاضلی

روش بهینه‌سازی تکامل تفاضلی (DE) یکی از تکنیک‌های نسبتاً جدید در زمینه بهینه‌سازی فراکاشی است که توسط Storn and Price (1997) ارائه شده است. در سال‌های اخیر الگوریتم تکامل تفاضلی به عنوان روشی قدرتمند و سریع برای مسائل بهینه‌سازی در فضاها پیوسته معرفی شده است و توانایی خوبی در بهینه‌سازی توابع غیرخطی مشتق‌ناپذیر دارد. همانند دیگر الگوریتم‌های تکاملی، این الگوریتم با ایجاد یک جمعیت اولیه شروع به کار می‌کند. سپس با اعمال عملگرهایی شامل ترکیب، جهش و تقاطع، نسل فرزند تشکیل شده و در مرحله بعد که مرحله انتخاب نام دارد، نسل فرزند با نسل والد از برای میزان شایستگی که توسط تابع هدف سنجیده می‌شود، مقایسه می‌گردد. سپس بهترین اعضا به عنوان نسل بعدی وارد مرحله بعد می‌گردند. این عمل تا رسیدن به نتایج مطلوب ادامه می‌یابد.

ماشین آموزش نیرومند خود تطبیقی^۱ (SAELM)

استفاده از الگوریتم تکامل تفاضلی به صورت خودتطبیقی توانایی غلبه بر محدودیت‌های موجود مانند پارامترهای کنترل در

غیرخطی میزان متغیرهای ورودی و خروجی ثابت نیستند، مشکلات طبقه‌بندی در آن‌ها معمول است. توابع فعالیت غیرخطی ELM که در این مطالعه مورد بررسی قرار گرفته است شامل تابع پله‌ای (hardlim)، سیگموئید (sig)، سینوسی (sin)، بایاس مثلثی (tribas) و بایاس شعاعی (radbas) است. در ELM وزن‌ها و بایاس‌ها بین نرون‌های لایه ورودی و مخفی به صورت تصادفی اختصاص داده می‌شوند. فعال‌سازی نرون‌های لایه مخفی برای هر نمونه آموزشی در یک شبکه ELM با تعداد "z" نرون در لایه مخفی، "i" نرون ورودی و تعداد "k" نمونه آموزشی، از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$H_{jk} = g\left(\sum (W_{ji} X_{ik})\right) + B_j \quad (\text{رابطه ۳})$$

که $g(\cdot)$ می‌تواند هر تابع فعال‌سازی غیرخطی پیوسته باشد، W_{ji} وزن نرون ورودی i ام و نرون لایه مخفی j ام، B_j بایاس نرون لایه مخفی j ام، X_{ik} ورودی نرون ورودی برای k امین نمونه آموزشی و H_{ik} ماتریس فعال‌سازی k امین نرون لایه مخفی برای i امین نمونه آموزشی است به طوری که فعال‌سازی همه نرون‌های لایه مخفی برای نمونه‌های مورد استفاده در آموزش توسط این ماتریس ارائه می‌شود. در این ماتریس z ستون و k ردیف است. ماتریس H به عنوان ماتریس لایه مخفی خروجی شبکه عصبی بیان می‌شود. وزن‌های بین نرون‌های لایه مخفی و خروجی با استفاده از برازش حداقل مربعات برای مقادیر هدف در حالت آموزش در برابر خروجی‌های نرون‌های لایه مخفی برای هر نمونه آموزشی، به کار برده می‌شود که معادل ریاضی آن را می‌توان به شکل زیر بیان کرد:

$$H\beta = T \quad (\text{رابطه ۴})$$

$$\beta = (\beta_1, \dots, \beta_j)_{j \times 1}$$

که β نشان‌دهنده وزن بین نرون لایه خروجی و نرون‌های لایه مخفی است و T بردار نشان‌دهنده مقادیر هدف برای نمونه‌های آموزش است که به صورت زیر بیان می‌شود:

$$T = (T_1, \dots, T_k)_{k \times 1} \quad (\text{رابطه ۵})$$

نهایتاً وزن‌ها را می‌توان از رابطه زیر محاسبه کرد:

$$\beta = HT \quad (\text{رابطه ۶})$$

که در آن:

$$H(\tilde{a}, \tilde{b}, \tilde{x}) = \begin{bmatrix} G(a_1, b_1, x_1) & \dots & G(a_L, b_L, x_L) \\ \vdots & & \vdots \\ G(a_1, b_1, x_N) & \dots & G(a_L, b_L, x_N) \end{bmatrix}_{N \times L} \quad (\text{رابطه ۷})$$

al. 1996). تبدیل موجک پیوسته توانایی عملکرد در هر مقیاس را داراست هرچند که محاسبه ضرایب موجک در هر مقیاس بسیار مشکل است و نیازمند زمان محاسباتی بالا و تولید حجم زیادی داده می‌باشد. در انحصار تبدیل موجک تنها یک زیر مجموعه از مقیاس‌ها و موقعیت‌ها به منظور انجام محاسبات انتخاب می‌شود. در مدل‌سازی یک مساله خاص با استفاده از روش‌های مبتنی بر هوش مصنوعی، علاوه بر توانایی روش مورد نظر، انتخاب پارامترهای موثر بر پارامتر هدف به عنوان ورودی‌های مدل، نقش قابل توجهی در دقت مدل دارد. در مدل‌سازی‌های سری‌زمانی که به صورت تاریخچه زمانی ارائه می‌شود، در نظر گرفتن تاخیرهای موثر، می‌تواند منجر به یک نتیجه قابل قبول شود. در این مطالعه انتخاب ورودی‌های مدل که به صورت در نظر گرفتن تقسیم‌های مختلف می‌باشد با استفاده از روش برازش گام به گام در محیط MATLAB صورت می‌گیرد (Silhavy et al. 2017). با استفاده از روش انتخاب گام به گام، ۱۰ مدل مختلف به صورت جدول (۱)، پیشنهاد می‌شود. لازم به ذکر است که داده‌های مشاهده‌ای برای ۱۰ سال (۱۲۰ ماه) از سال ۱۳۷۷ تا ۱۳۹۷ گردآوری شده‌اند که برای آموزش مدل‌های هوش مصنوعی تعریف شده از ۶۰ درصد این داده‌ها و برای آزمون مدل‌های مذکور از ۴۰ درصد باقیمانده استفاده شد.

الگوریتم، انتخاب استراتژی بردار trial را داراست. از این‌رو، الگوریتم ماشین‌آموزش نیرومند خودتطبیقی (SAELM) جهت بهینه‌سازی وزن‌های ورودی شبکه و بایاس‌های نود مخفی، توسط Cao et al. (2012) ارائه شده است. با داشتن مجموعه داده‌های آموزشی، تعداد L نود مخفی و تابع فعال‌سازی $g(x)$ ، می‌توان ماشین‌آموزش نیرومند خودتطبیقی را فرمول‌نویسی کرد. بدین منظور، ابتدا جمعیت اولیه با استفاده از بردارهای جمعیت (NP) که نودهای مخفی را در بر می‌گیرند.

تبدیل موجک

موجک دسته‌ای از توابع ریاضی است که برای تجزیه سیگنال پیوسته به مولفه‌های فرکانسی آن به کار می‌رود و توانایی بهینه‌سازی و افزایش دقت مدل‌های هوش مصنوعی را نیز دارد. این روش یک تحلیل طیفی مستقل از زمان است که به منظور توصیف مقیاس زمانی فرایندها و روابط آن‌ها، سری‌های زمانی را در فضای زمان-فرکانس از هم جدا می‌کند. تبدیل موجک همانند تبدیل فوریه، سری زمانی را به صورت ترکیب خطی از چند تابع اصلی (base)، در نظر می‌گیرد. یکی از مشخصات اصلی تبدیل موجک این است که این تبدیل توانایی به دست آوردن اطلاعات در زمان، تناوب و موقعیت را به طور همزمان، داراست (Misiti et

جدول ۱- ترکیب پارامترهای ورودی در پیش‌بینی تراز آب زیرزمینی

مدل‌ها	هف	ترکیب ورودی‌ها
1	GWL (t)	GWL(t-1)
2	GWL (t)	GWL(t-1), GWL(t-2)
3	GWL (t)	GWL(t-1), GWL(t-2), GWL(t-3)
4	GWL (t)	GWL(t-1), GWL(t-2), GWL(t-5)
5	GWL (t)	GWL(t-1), GWL(t-3), GWL(t-9)
6	GWL (t)	GWL(t-1), GWL(t-3), GWL(t-10)
7	GWL (t)	GWL(t-1), GWL(t-3), GWL(t-6)
8	GWL (t)	GWL(t-1), GWL(t-3), GWL(t-12)
9	GWL (t)	GWL(t-1), GWL(t-3), GWL(t-6), GWL(t-12)
10	GWL (t)	GWL(t-1), GWL(t-2), GWL(t-3), GWL(t-6), GWL(t-12)

$$VAF = \left(1 - \frac{\text{var}(F_i - O_i)}{\text{var}(F_i)} \right) \times 100 \quad (\text{رابطه ۱۰})$$

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (F_i - O_i)^2} \quad (\text{رابطه ۱۱})$$

$$MAE = \frac{\sum_{i=1}^n |F_i - O_i|}{n} \quad (\text{رابطه ۱۲})$$

$$MAPE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left(\frac{|F_i - O_i|}{O_i} \right) \quad (\text{رابطه ۱۳})$$

$$NSC = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (O_i - F_i)^2}{\sum_{i=1}^n (O_i - \bar{O})^2} \quad (\text{رابطه ۱۴})$$

معیار ارزیابی دقت مدل‌های هوش مصنوعی

در این مطالعه برای بررسی دقت مدل‌های عددی مختلف از شاخص‌های آماری ضریب همبستگی (R)، شاخص عملکرد (VAF)، ریشه میانگین مربعات خطا (RMSE)، خطای مطلق میانگین (MAE)، درصد خطای مطلق میانگین (MAPE) و ضریب نش (NSC) استفاده می‌شود: (رابطه ۹)

$$R = \frac{\sum_{i=1}^n (F_i - \bar{F})(O_i - \bar{O})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (F_i - \bar{F})^2 \sum_{i=1}^n (O_i - \bar{O})^2}}$$

است. بر اساس نتایج مدل‌سازی تراز آب زیرزمینی برای توابع فعال‌سازی مختلف مدل SAELM، تابع sigmoid مقادیر مشاهده‌ای را با دقت بیشتری شبیه‌سازی کرده است. به‌عنوان مثال مقدار MAE برابر با ۰/۵۹۴، به‌دست آمده است. همچنین مقادیر R و $RMSE$ برای تابع فعال‌سازی sigmoid به‌ترتیب معادل ۰/۷۷۲ و ۰/۹۱۶ محاسبه شد. علاوه بر این، برای توابع فعال‌سازی sine و hardlim مقدار ضریب همبستگی به‌ترتیب برابر با ۰/۷۳۳ و ۰/۰۷۴ به‌دست آمد. همچنین مقدار MAE برای تابع فعال‌سازی triangle basis به‌ترتیب مساوی ۰/۸۱۳ است. برای تابع radial basis نیز مقدار شاخص آماری ضریب بازدهی نش-ساتکلیف نیز ۰/۳۲۸ حاصل گردید. بنابراین همان‌گونه که مشاهده می‌شود، تابع فعال‌سازی sigmoid مقادیر تراز آب مشاهده‌ای را با دقت بیشتری شبیه‌سازی می‌نماید. نمودار پراکندگی مقادیر تراز آب زیرزمینی شبیه‌سازی شده توسط تابع sigmoid در شکل (۳) ارائه شده است. به بیان دیگر این تابع فعال‌سازی دارای بیشترین مقدار همبستگی و کمترین مقدار خطا است. در ادامه برای مدل‌سازی تراز آب زیرزمینی از این تابع فعال‌سازی استفاده می‌گردد.

در روابط فوق O_i مقادیر مشاهده‌ای، F_i مقادیر دبی پیش-بینی شده به‌وسیله مدل‌های عددی، \bar{O} میانگین مقادیر مشاهده‌ای و n برابر تعداد مقادیر مشاهده‌ای است. لازم به ذکر است که کلیه نتایج ارائه شده در متن مقاله مربوط به مرحله آزمون است.

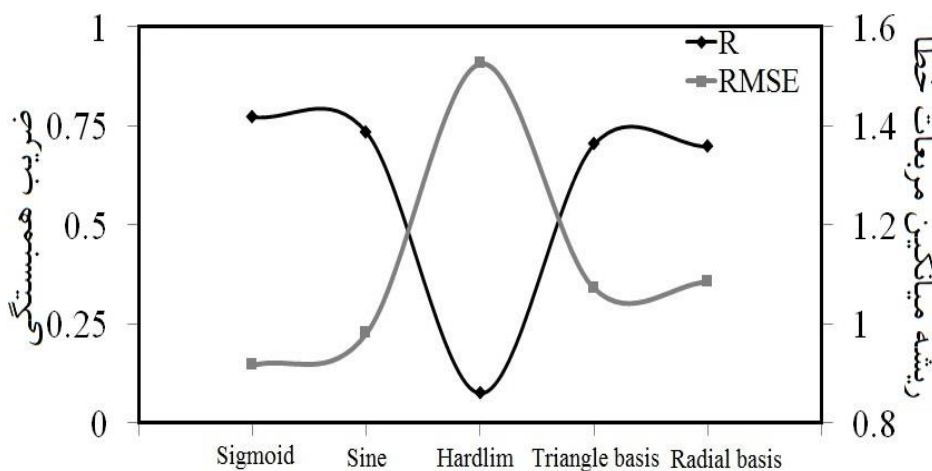
نتایج و بحث

بررسی توابع فعال‌سازی

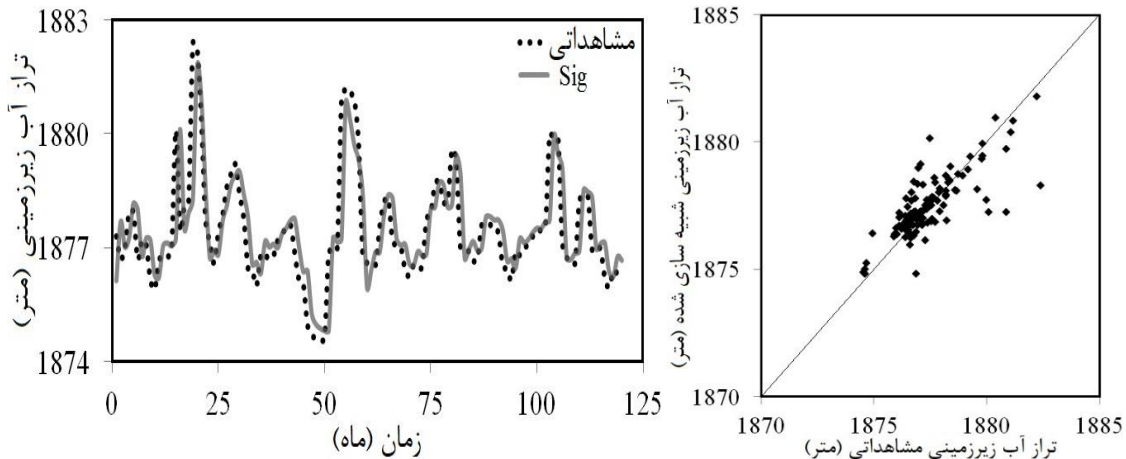
در این قسمت توانایی توابع فعال‌سازی مختلف مدل SAELM در تخمین تراز آب زیرزمینی مورد ارزیابی قرار می‌گیرد. از مدل شماره یک (SAELM 1) برای انتخاب تابع فعال‌سازی استفاده شده است. مدل SAELM به صورت پیش فرض پنج تابع فعال‌سازی دارد که با روند سعی و خطا بهترین تابع فعال‌سازی انتخاب شد. در جدول (۲) مقادیر شاخص‌های آماری مختلف توابع فعال‌سازی sig، sin، hardlim، tribas و radbas مرتب شده است. همچنین نحوه تغییرات ضریب همبستگی و $RMSE$ برای توابع فعال‌سازی مدل SAELM نیز در قالب شکل (۲) نشان داده شده

جدول ۲- شاخص‌های آماری مختلف برای توابع فعال‌سازی مدل SAELM

	VAF	MAE	$MAPE$	$Nash$
sig	۵۹/۳۴۰	۰/۵۹۴	۰/۰۰۰۳	۰/۴۰۵
sin	۵۳/۶۶۲۲	۰/۶۶۸	۰/۰۰۰۴	۰/۲۰۷
hardlim	۰/۵۲۲۹	۱/۲۴۲	۰/۰۰۰۷	-۷/۱۴۵
tribas	۴۵/۷۱۷۸	۰/۸۱۳	۰/۰۰۰۴	۰/۳۱۸
radbas	۴۳/۶۷۰۲	۰/۷۱۷	۰/۰۰۰۴	۰/۳۲۸



شکل ۲- تغییرات شاخص‌های آماری ضریب همبستگی و ریشه میانگین مربعات خطا برای توابع فعال‌سازی مختلف مدل SAELM

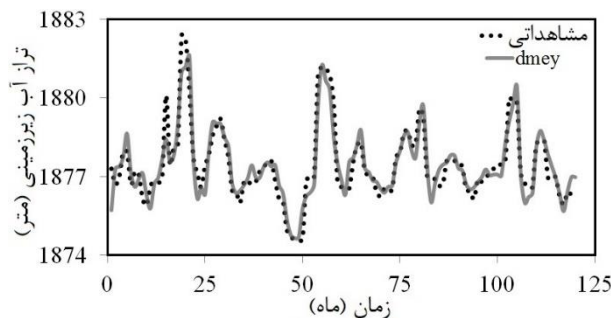


شکل ۳- مقادیر تراز آب پیش‌بینی شده توسط تابع فعال‌سازی sigmoid

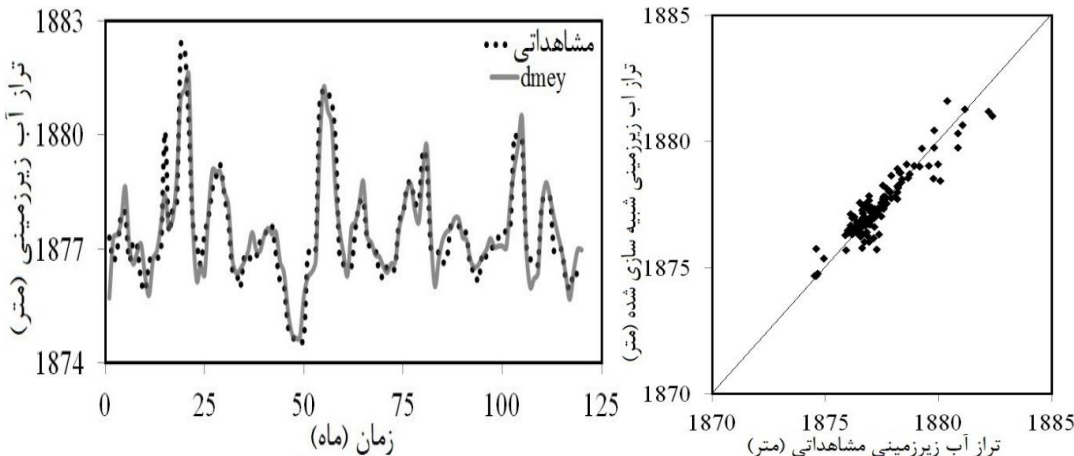
مختلف در شکل (۴) نشان داده شده است. بر اساس نتایج شبیه‌سازی، موجک مادر تحت عنوان dmey مقادیر تراز آب زیرزمینی را در مقایسه با سایر موجک مادر با دقت بیشتری مدل‌سازی نموده است. به‌عنوان مثال، مقادیر correlation coefficient و $RMSE$ و MAE برای dmey به ترتیب مساوی ۰/۹۲۷، ۸۵/۸۵۰ و ۰/۵۴۰ تخمین زده شده است. همچنین مقدار شاخص نش برای این موجک مادر مساوی ۰/۸۳۱ محاسبه گردیده است. در شکل (۵) مقادیر تراز آب پیش‌بینی شده توسط برای موجک مادر برتر (dmey) به تصویر کشیده شده است.

خانواده موجک

برای تجزیه داده‌های سری زمانی از موجک‌های مادر مختلف استفاده شد که در انتها با انجام یک روند سعی خطا در میان موجک‌های مادر مختلف، بهینه‌ترین آن‌ها از نظر دقت و عملکرد انتخاب گردید. مدل دارای پنج خانواده مختلف تحت عنوان موجک مادر که شامل خانواده haar یک عضو، خانواده db ده عضو، خانواده dmey یک عضو، خانواده sym هفت عضو و خانواده coif پنج عضو می‌باشند. نتایج شاخص‌های آماری برای موجک مادر مختلف در جدول (۳) مرتب گردیده است. همچنین نحوه تغییرات ضریب همبستگی و $RMSE$ برای موجک مادر



شکل ۴- تغییرات شاخص‌های آماری ضریب همبستگی و $RMSE$ برای mother wavelet مختلف



شکل ۵- مقادیر تراز آب پیش‌بینی شده توسط mother wavelet برتر

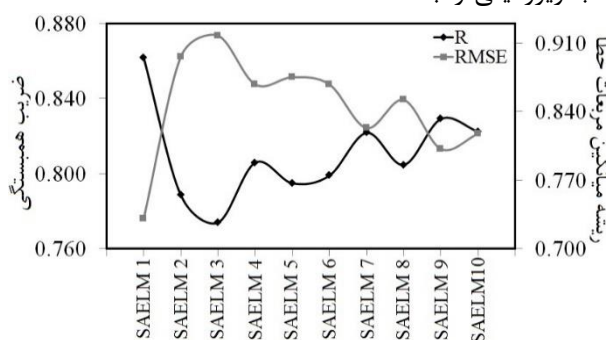
جدول ۳- شاخص‌های آماری مختلف برای موجک مادر مختلف

	<i>MAE</i>	<i>MAPE</i>	<i>Nash</i>	<i>VAF</i>
Haar	۰/۶۲۱	۰/۰۰۰۳	۰/۳۰۷	۶۰/۵۰۳
db1	۰/۶۵۷	۰/۰۰۰۳	۰/۱۳۹	۵۶/۷۳۲
db2	۰/۵۵۷	۰/۰۰۰۳	۰/۶۸۶	۷۵/۸۲۹
db3	۰/۵۴۹	۰/۰۰۰۳	۰/۷۱۱	۷۳/۶۷۱
db4	۰/۵۱۹	۰/۰۰۰۳	۰/۷۰۹	۷۴/۷۳۸
db5	۰/۵۱۴	۰/۰۰۰۳	۰/۷۰۱	۷۷/۲۰۴
db6	۰/۴۷۹	۰/۰۰۰۳	۰/۸۱۸	۸۳/۶۳۲
db7	۰/۵۶۴	۰/۰۰۰۳	۰/۶۸۲	۷۲/۰۶۵
db8	۰/۵۰۶	۰/۰۰۰۳	۰/۷۴۹	۷۸/۸۲۴
db9	۰/۵۰۵	۰/۰۰۰۳	۰/۶۸۷	۷۹/۹۳۱
db10	۰/۵۳۷	۰/۰۰۰۳	۰/۶۷۰	۷۵/۴۷۳
dmey	۰/۴۰۲	۰/۰۰۰۲	۰/۸۳۱	۸۵/۸۵۰
sym2	۰/۵۰۸	۰/۰۰۰۳	۰/۷۸۳	۸۰/۰۵۰
sym3	۰/۵۲۴	۰/۰۰۰۳	۰/۷۵۳	۷۷/۷۷۴
sym4	۰/۴۶۳	۰/۰۰۰۲	۰/۶۵۲	۷۷/۵۹۹
sym5	۰/۵۳۵	۰/۰۰۰۳	۰/۵۸۶	۷۳/۰۹۱
sym6	۰/۴۴۴	۰/۰۰۰۲	۰/۸۱۱	۸۳/۶۰۵
sym7	۰/۴۹۷	۰/۰۰۰۳	۰/۷۴۸	۷۹/۶۹۸
sym8	۰/۴۲۷	۰/۰۰۰۲	۰/۷۷۱	۸۲/۹۳۴
coif1	۰/۵۹۸	۰/۰۰۰۳	۰/۵۸۴	۶۸/۵۵۱
coif2	۰/۵۶۳	۰/۰۰۰۳	۰/۶۱۶	۶۸/۳۷۳
coif3	۰/۵۷۸	۰/۰۰۰۳	۰/۶۵۶	۷۰/۵۵۱
coif4	۰/۵۶۱	۰/۰۰۰۳	۰/۵۹۵	۷۰/۹۳۶
coif5	۰/۵۳۷	۰/۰۰۰۳	۰/۶۲۴	۷۵/۳۰۸

انتخاب مدل‌های برتر

در این بخش از مطالعه به معرفی مدل‌های برتر SAELM و WA- SAELM پرداخته می‌شود. همچنین تعداد نرون‌ها را از ۲ شروع شده و تا ۲۰ ادامه می‌یابد. تعداد نرون‌ها تا اندازه‌ای افزایش داده می‌شود که بعد از آن افزایش تعداد نرون‌ها تاثیر قابل توجهی در دقت مدل‌سازی ندارد. به عبارت دیگر بعد از انتخاب تعداد نرون‌ها مساوی ۱۹ دقت مدل‌سازی افزایش پیدا نکرد. بنابراین در این مطالعه، برای کلیه مدل‌های SAELM و WA-SAELM تعداد نرون‌ها برابر ۱۹ انتخاب می‌شود. همچنین، در ابتدا مدل‌های SAELM مورد ارزیابی قرار می‌گیرند. در میان کلیه مدل‌های SAELM مدل SAELM1 مقادیر تراز آب زیرزمینی را با دقت

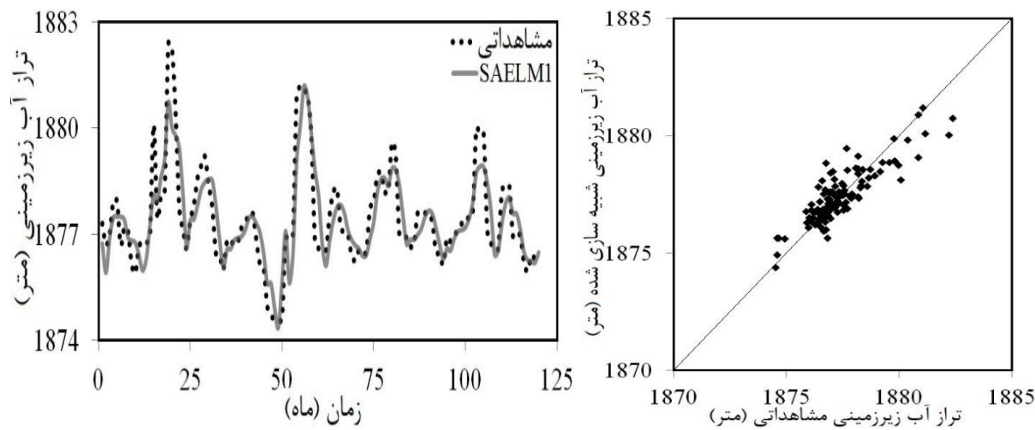
بیشتری پیش‌بینی نموده است. همچنین، مقدار MAE برای SAELM1 مساوی ۰/۵۴۲ محاسبه گردیده است. علاوه بر این، مقدار ضریب بازدهی نش-ساتکلیف برای این مدل برابر ۰/۶۰۵ است. لازم به ذکر است که مدل SAELM1 تابعی از تاخیر شماره (t-1) می‌باشد. بنابراین، در غیاب تبدیل موجک، مدل شماره یک به عنوان مدل برتر و تاخیر (t-1) موثرترین تاخیر در تخمین تراز آب زیرزمینی شناخته می‌شوند. در جدول (۴) و شکل (۶) نتایج شاخص‌های آماری مدل‌های SAELM قابل مشاهده است. همچنین نحوه مدل‌سازی تراز آب زیرزمینی و نمودارهای پراکندگی مدل SAELM1 در شکل (۷) به تصویر کشیده شده است.



شکل ۶- تغییرات شاخص‌های آماری ضریب همبستگی و RMSE برای مدل‌های SAELM مختلف

جدول ۴- شاخص‌های آماری مختلف برای مدل‌های مختلف SAELM

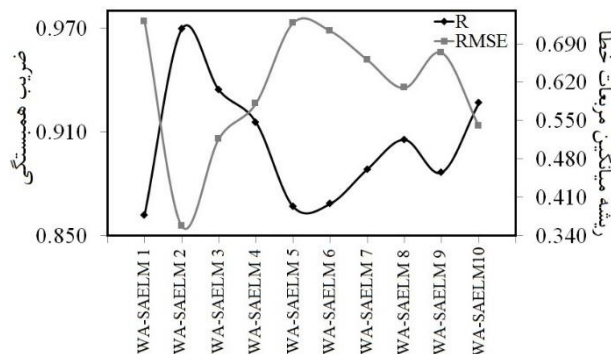
	<i>MAE</i>	<i>MAPE</i>	<i>Nash</i>	<i>VAF</i>
SAELM 1	۰/۵۴۲	۰/۰۰۰۳	۰/۶۰۵	۷۴/۰۵۱
SAELM 2	۰/۶۰۱	۰/۰۰۰۳	۰/۴۸۳	۶۱/۵۸۵
SAELM 3	۰/۵۸۵	۰/۰۰۰۳	۰/۴۲۸	۵۹/۳۹۹
SAELM 4	۰/۵۹۲	۰/۰۰۰۳	۰/۵۳۵	۶۴/۳۸۳
SAELM 5	۰/۵۸۷	۰/۰۰۰۳	۰/۴۷۱	۶۳/۰۱۴
SAELM 6	۰/۵۷۲	۰/۰۰۰۳	۰/۴۹۳	۶۳/۵۹۱
SAELM 7	۰/۵۵۱	۰/۰۰۰۳	۰/۵۵۲	۶۷/۴۱۹
SAELM 8	۰/۵۵۶	۰/۰۰۰۳	۰/۴۷۴	۶۴/۷۲۹
SAELM 9	۰/۵۶۸	۰/۰۰۰۳	۰/۵۴۳	۶۸/۷۶۲
SAELM 10	۰/۵۴۹	۰/۰۰۰۳	۰/۵۲۲	۶۷/۶۴۰



شکل ۷- مقادیر تراز آب پیش‌بینی شده توسط SAELM برتر

گردیده است. نحوه مدل‌سازی تراز آب زیرزمینی توسط این مدل در قالب شکل (۹) نشان داده شده است. بنابراین همان‌گونه که ملاحظه می‌شود، در بین کلیه مدل‌های معرفی شده، WA-SAELM 2 به‌عنوان مدل برتر معرفی می‌شود. لازم به‌ذکر است که تجزیه و تحلیل نتایج مدل‌سازی‌ها نشان داد که تاخیرهای شماره (t-1) و (t-2) موثرترین تاخیرها برای تخمین تراز آب زیرزمینی توسط مدل هوش مصنوعی موجک-ماشین آموزش نیرومند خود تطبیقی هستند.

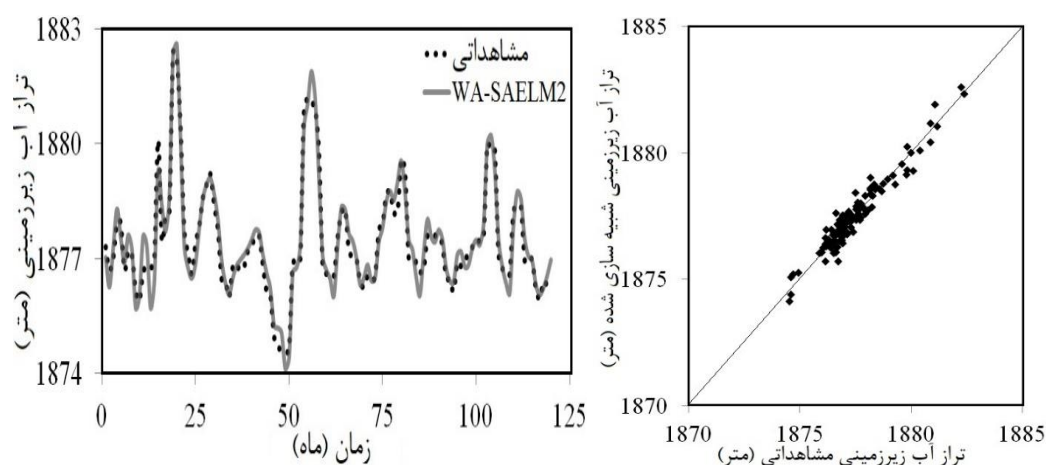
در جدول (۵) نیز شاخص‌های آماری مختلف برای مدل‌های WA-SAELM نشان داده شده است. علاوه بر این تغییرات شاخص‌های آماری ضریب همبستگی و RMSE برای مدل‌های WA-SAELM مختلف در شکل (۸) قابل مشاهده است. بر اساس نتایج مدل‌های WA-SAELM 2 مدل WA-SAELM دارای بیشترین همبستگی ($R=0/969$) و کمترین مقدار خطا ($RMSE=0/358$) است. همچنین مقادیر *MAE*، *MAPE* و *Nash* برای این مدل به‌ترتیب برابر $0/286$ ، $0/939$ و محاسبه



شکل ۸- تغییرات شاخص‌های آماری ضریب همبستگی و RMSE برای مدل‌های WA-SAELM مختلف

جدول ۵- شاخص‌های آماری برای مدل‌های مختلف WA-SAELM

	<i>VAF</i>	<i>MAE</i>	<i>MAPE</i>	<i>Nash</i>
WA-SAELM 1	۷۴/۰۵۱۶	۰/۵۴۳	۰/۰۰۰۳	۰/۶۰۸
WA-SAELM 2	۹۳/۸۴۹	۰/۲۸۶	۰/۰۰۰۲	۰/۹۳۹
WA-SAELM 3	۸۷/۱۶۸	۰/۳۸۹	۰/۰۰۰۲	۰/۸۶۳
WA-SAELM 4	۸۳/۶۷۲	۰/۳۹۸	۰/۰۰۰۲	۰/۸۲۰
WA-SAELM 5	۷۴/۴۴۶	۰/۵۰۶	۰/۰۰۰۳	۰/۷۱۵
WA-SAELM 6	۷۵/۴۰۴	۰/۵۲۴	۰/۰۰۰۳	۰/۶۶۹
WA-SAELM 7	۷۸/۹۱۷	۰/۴۷۷	۰/۰۰۰۳	۰/۷۳۸
WA-SAELM 8	۸۱/۹۸۵	۰/۴۲۸	۰/۰۰۰۲	۰/۷۸۳
WASAEML 9	۷۸/۳۲۹	۰/۴۷۸	۰/۰۰۰۳	۰/۷۵۰
WA-SAELM 10	۸۵/۸۵۰	۰/۴۰۲	۰/۰۰۰۲	۰/۸۳۱



شکل ۹- مقادیر تراز آب پیش‌بینی شده توسط WA-SAELM برتر

نتیجه‌گیری

با دقت مناسبی تخمین زد، مقادیر *VAF*، *MAPE* و *Nash* برای این مدل به ترتیب مساوی با ۹۳/۸۴۹، ۰/۰۰۰۲ و ۰/۹۳۹ تخمین زده شدند. علاوه بر این، تاخیرهای شماره (t-1) و (t-2) به‌عنوان موثرترین تاخیرها برای تخمین نوسانات تراز آب زیرزمینی با استفاده از روش هوش مصنوعی موجک-ماشین آموزش نیرومند خود تطبیقی شناسایی شدند. نتایج این مطالعه نشان داد که مدل‌های هوش مصنوعی ابزاری قدرتمند، دقیق، کارآمد و ارزان هستند که توانایی شبیه‌سازی تغییرات تراز آب زیرزمینی در بازه‌های درازمدت را دارند که مسئولین و تصمیم‌گیران می‌توانند از این ابزارهای مفید برای برنامه‌ریزی و مدیریت در حوزه آب و منابع آب‌های زیرزمینی استفاده کنند.

در این مطالعه برای اولین بار با استفاده از مدل‌های ماشین آموزش نیرومند خود تطبیقی (SAELM) و موجک-ماشین آموزش نیرومند خود تطبیقی (WA-SAELM) تراز آب زیرزمینی در منطقه کیودر آهنگ واقع در استان همدان در یک بازه زمانی ۱۰ ساله از ۱۳۷۷ تا ۱۳۹۷ به‌صورت ماهیانه پیش‌بینی شد. برای این منظور ده مدل SAELM و WA-SAELM با استفاده از روش خود همبستگی معرفی شد. با تجزیه و تحلیل نتایج مدل‌های عددی، مدل WA-SAELM به‌عنوان مدل برتر شناسایی گردید. مدل هوش مصنوعی برتر مقادیر برتر مقادیر تراز آب زیرزمینی را

REFERENCES

Cao, J., Lin, Z. and Huang, G. B. (2012) Self-adaptive evolutionary extreme learning machine. *Neural Process. Lett.*, 36, 285–305.

Chang, F. J. and Chang, Y. T. (2006) Adaptive neuro-

fuzzy inference system for prediction of water level in reservoir. *Advances in water resources*, 29(1), 1-10.

Chitsazan, M., Rahmani, G. and Neyamadpour, A.

- (2013) Groundwater level simulation using artificial neural network: a case study from Aghili plain, urban area of Gotvand, south-west Iran. *Geopersia*, 3(1), 35-46.
- Coppola, E. A., Rana, A. J., Poulton, M. M., Szidarovszky, F. and Uhl, V. W. (2005) A neural network model for predicting aquifer water level elevations. *Groundwater*, 43(2), 231-241.
- Daliakopoulos, I. N., Coulibaly, P. and Tsanis, I. K. (2005) Groundwater level forecasting using artificial neural networks. *Journal of Hydrology*, 309(1), 229-240.
- Dash, N. B., Panda, S. N., Remesan, R. and Sahoo, N. (2010) Hybrid neural modeling for groundwater level prediction. *Neural Computing and Applications*, 19(8), 1251-1263.
- Ebrahimi, H. and Rajaei, T. (2017) Simulation of groundwater level variations using wavelet combined with neural network, linear regression and support vector machine. *Global and Planetary Change*, 148, 181-191.
- Emamgholizadeh, S., Moslemi, K. and Karami, G. (2014) Prediction the groundwater level of bastam plain (Iran) by artificial neural network (ANN) and adaptive neuro-fuzzy inference system (ANFIS). *Water resources management*, 28(15), 5433-5446.
- Huang, G. B., Zhu, Q. Y. and Siew, C. K. (2006) Extreme learning machine: theory and applications. *Neurocomputing*, 70(1), 489-501.
- Huang, G. B., Zhu, Q. Y. and Siew, C. K. (2004) Extreme learning machine: A new learning scheme of feedforward neural networks. In Proc. *IJCNN*, Budapest, Hungary, Jul. 25-29, 2, 985-990.
- Khaki, M., Yusoff, I. and Islami, N. (2015) Simulation of groundwater level through artificial intelligence system. *Environmental Earth Sciences*, 73(12), 8357-8367.
- Kisi, O. and Shiri, J. (2012) Wavelet and neuro-fuzzy conjunction model for predicting water table depth fluctuations. *Hydrology Research*, 43(3), 286-300.
- Malekzadeh, M., Kardar, S. and Shabanlou, S. (2019). Simulation of groundwater level using MODFLOW, extreme learning machine and Wavelet-Extreme Learning Machine models. *Groundwater for Sustainable Development*, 9, 100279.
- Misiti, M., Misiti, Y., Oppenheim, G. and Poggi, J. M. (1996) *Wavelet Toolbox for Use with Matlab*. The Mathworks, Inc.: Natick, Massachusetts, USA.
- Nayak, P. C., Rao, Y. S. and Sudheer, K. P. (2006) Groundwater level forecasting in a shallow aquifer using artificial neural network approach. *Water Resources Management*, 20(1), 77-90.
- Nourani, V., Mogaddam, A. A. and Nadiri, A. O. (2008) An ANN-based model for spatiotemporal groundwater level forecasting. *Hydrological Processes: An International Journal*, 22(26), 5054-5066.
- Silhavy, R., Silhavy, P. and Prokopova, Z. (2017) Analysis and selection of a regression model for the use case points method using a stepwise approach. *J. Syst. Softw.* 125, 1-14
- Storn, R. and Price, K. (1997) Differential evolution—a simple and efficient heuristic for global optimization over continuous spaces. *Journal of global optimization*, 11(4), 341-359.