

## کاربرد توابع مفصل ارشمیدسی در تحلیل فراوانی سیلاب (مطالعه موردی: حوضه آبریز دز)

فرشاد احمدی<sup>۱\*</sup>، فریدون رادمنش<sup>۲</sup>، غلامعلی پرهام<sup>۳</sup>، رسول میرعباسی نجف آبادی<sup>۴</sup>

۱. دانشجوی دکتری، مهندسی منابع آب، دانشکده علوم آب، دانشگاه شهید چمران اهواز

۲. دانشیار، گروه مهندسی منابع آب دانشکده علوم آب، دانشگاه شهید چمران اهواز

۳. استاد، گروه آمار دانشکده علوم ریاضی، دانشگاه شهید چمران اهواز

۴. استادیار، گروه مهندسی آب، دانشکده کشاورزی، دانشگاه شهرکرد

(تاریخ دریافت: ۱۳۹۵/۷/۲۷ - تاریخ بازنگری: ۱۳۹۵/۸/۱۷ - تاریخ تصویب: ۱۳۹۵/۸/۱۹)

### چکیده

یکی از پدیده‌های هیدرولوژیکی که ماهیت بسیار پیچیده داشته و در صورت رخداد خسارات فراوانی را ایجاد می‌کند، پدیده سیلاب می‌باشد. در این مطالعه تحلیل فراوانی سیلاب حوضه آبریز دز در محل اتصال دو ایستگاه سپید دشت-سزار (س. د. س) و سپید دشت-زاز (س. د. ز) در دوره آماری ۱۳۹۱-۱۳۳۵ با استفاده از توابع مفصل مورد بررسی قرار گرفت. بدین منظور در ابتدا سری‌های جزئی سیلاب در ایستگاه‌های مورد مطالعه با استفاده از روش مالمود و توکارت استخراج گردید. در مرحله بعد ۱۱ تابع توزیع مختلف به سری‌های سیلاب استخراجی برازش داده شد و در نهایت توزیع‌های لجستیک تعمیم یافته (ایستگاه س. د. س) و تابع توزیع حدی تعمیم یافته (س. د. ز) به عنوان توزیع حاشیه‌ای مناسب انتخاب گردید. پس از انتخاب توزیع حاشیه‌ای، از توابع مفصل خانواده ارشمیدسی (شامل مفصل‌های علی-میخائیل-حق، فرانک و کلایتون) برای تحلیل فراوانی توام سیلاب حوضه آبریز دز استفاده شد. نتایج نشان داد که مفصل فرانک برای جفت داده‌های ایستگاه‌های سپید دشت-سزار و سپید دشت-زاز بیشترین تطابق را با تابع مفصل تجربی داشته است. برای بررسی دوره بازگشت وقایع در حالت توأم، از دوره بازگشت توأم در دو حالت «یا» و «و» دوره بازگشت توأم شرطی استفاده شد. براساس نتایج به دست آمده از تحلیل توام سری‌های سیلاب دو سرشاخه متصل به هم مشخص شد که دو رودخانه سپید دشت سزار و سپید دشت زاز هر ۷۰ سال یکبار به صورت هم‌زمان می‌تواند در معرض سیلاب شدید قرار گیرند.

**واژه‌های کلیدی:** آزمون ایستایی، تابع مفصل، توزیع حاشیه‌ای، سری جزئی، قانون توانی.

### مقدمه

هرساله، وقوع سیل در نقاط مختلف جهان سالانه خسارات جانی و مالی فراوانی را به مردم و کشورها تحمیل می‌کند. در دهه‌های اخیر با گسترش شهرنشینی و ایجاد تغییر در کاربری اراضی، خسارات ناشی از وقوع سیل همواره روبه افزایش بوده است. کلمه سیل در اذهان معمولاً مترادف با خرابی و بی‌خانمانی است، چرا که تقریباً هیچ سالی نیست که وقوع سیل در یک یا چند منطقه از کشور باعث ویرانی خانه‌ها و تاسیسات، تخریب مزارع، تلفات احشام و از دست رفتن جان عده‌ای از انسان‌ها نگردد. به عنوان نمونه، در کشور ایران در طول سال‌های ۱۳۶۱ تا ۱۳۷۱، حدود ۴۸۱ مورد سیلاب مهم به وقوع پیوسته که بالغ بر ۶۳۰ نفر تلفات انسانی به همراه داشته است (Dastoorani *et al.*, 2014). ولی به هر حال جهت کاهش خسارات سیل و

همچنین امکان طراحی بهینه سازه‌های آبی قطعاً اولین چیزی که ضروری می‌باشد، پیش‌بینی و برآورد مقادیر سیلاب با دقت قابل قبول است. در این رابطه روش‌های مختلفی بسته به شرایط و داده‌های موجود به کار گرفته شده است که البته هر کدام نقاط قوت و ضعف مربوط به خود را داشته و لذا تحقیق و بررسی در این خصوص همچنان ادامه دارد.

تحلیل فراوانی تک متغیره یکی از روش‌های متداول برای برآورد سیلاب طرح می‌باشد که در صورت وجود آمار کافی، به‌طور وسیع مورد استفاده قرار می‌گیرد. Kumar and Chatterjee (2005) با استفاده از آزمون‌های ناهماهنگی و ناهمگنی، نمودارهای نسبت گشتاورهای خطی و آزمون نکویی برازش، به تحلیل فراوانی سیلاب منطقه‌ای پرداختند. نتایج نشان داد که تابع توزیع مقادیر حدی تعمیم یافته بهترین برازش

را با آمار سیلاب حوضه آبخیز براهماپوترا<sup>۱</sup> شمالی هند دارد. Kumar *et al.* (2015) توزیع پیرسون نوع سه را به عنوان توزیع برتر در تحلیل فراوانی سیلاب حوضه آبریز رودخانه گوداواری<sup>۲</sup> هند گزارش کردند. May *et al.* (2015) تغییرات جریان و فراوانی سیلاب‌های حوضه آبریز رودخانه کلانگ<sup>۳</sup> را تحت تاثیر تغییر اقلیم مورد بررسی قرار داده و بیان داشتند که فراوانی سیلاب‌ها در دوره آماری پیش‌بینی شده از نظر تعداد و حجم نسبت به دوره تاریخی کاهش می‌یابد.

با توجه به تحقیقاتی نظیر Zhang *et al.* (2011) می‌توان سیلاب را در دو رودخانه به صورت توامان مورد بررسی قرار داده و از این‌رو تحلیل جامع و دقیقی را برای تحلیل فراوانی چند متغیره سیلاب ارائه نمود. جدیدترین روش ارائه شده برای تحلیل چند متغیره پدیده‌های هیدرولوژیک، اولین بار توسط اسکالر معرفی و به نام تابع مفصل شناخته می‌شود (Sklar, 1959). توابع مفصل، محدودیت‌های توابع توزیع دو متغیره را نداشته و می‌تواند با پیوند دادن توابع توزیع حاشیه‌ای تک متغیره متفاوت، توابع توزیع چند متغیره را ایجاد و با استفاده از آن‌ها ساختارهای وابستگی را به شکل دقیق‌تری توصیف نمایند (Salvadori and De Michele, 2007). در دهه‌های اخیر، مفصل‌ها به‌عنوان یک ابزار کارآمد برای کمی کردن ساختار وابستگی بین کمیت‌های همبسته معرفی شده‌اند. انعطاف پذیری ارائه شده توسط مفصل‌ها برای ایجاد توزیع‌های توأم در مطالعات زیادی به اثبات رسیده است. توابع مفصل در مطالعات هیدرولوژی اولین بار به‌وسیله De Michele and Salvadori (2003) برای تحلیل فراوانی باران بکار برده شدند. در ایران نیز از توابع مفصل در زمینه‌های مختلفی همچون تحلیل خشکسالی (Mirabasi *et al.* 2012; Abdi *et al.* 2016)، مدل‌سازی دما و بارش (Sanikhani *et al.* 2014) و تحلیل فراوانی سیلاب (Rahimi *et al.* 2014) استفاده شده است.

De Michele *et al.* (2005) از خانواده گامبل مفصل‌های ارشمیدسی برای مدل کردن وابستگی بین حداکثرهای سیلاب و حجم‌های سیلاب استفاده نمودند. این دو حاشیه به‌وسیله توزیع مقادیر حدی تعمیم یافته تحلیل گردید و یک مدل دومتغیره برای محاسبه هیدروگراف‌های سیلاب برای یک دوره بازگشت معین ایجاد شد و با مدل مخزن خطی برای ارزیابی کفایت اندازه سرریز سد سیپو مادرلی در شمال ایتالیا ترکیب گردید. Zhang and Singh (2006) ساختار وابستگی بین حداکثر سیلاب، حجم

و مدت را با آزمون چهار خانواده مختلف از مفصل‌های ارشمیدسی شامل گامبل- هوگارد، علی- میخائیل- حق، فرانک و کوک- جانسون مورد بررسی قرار دادند. حاشیه‌ها با استفاده از توزیع مقادیر حدی نوع I و لوگ پیرسون نوع III تحلیل شدند. آن‌ها همبستگی مثبت بین حداکثر و حجم سیلاب و نیز بین حجم و مدت سیلاب مشاهده کردند و نتیجه‌گیری کردند که خانواده گامبل- هوگارد برای مشخص کردن ساختار وابستگی مناسب‌تر می‌باشد. کاربردهای دیگر مفصل‌ها در تحلیل فراوانی سیلاب را می‌توان در Saad *et al.* (2015)، Ming *et al.* (2015) و Shafaie *et al.* (2016) یافت.

با توجه به مطالعات پیشین مشاهده می‌شود که در تحلیل فراوانی سیلاب از سری‌های حداکثر سالانه استفاده می‌شود. در روش سری حداکثر سالانه به ازای هر سال (تقویمی یا آبی) یک مقدار حداکثر استخراج می‌شود. بنابراین، در این روش از تعدادی از وقایع حدی روی داده در طی یک سال تنها یک مقدار انتخاب شده و سایر مقادیر حذف می‌گردند (White, 2007). حسن این روش آن است که داده‌های اخذ شده از یکدیگر مستقل می‌باشد. اما این روش محدودیت‌هایی نیز دارد. از جمله آنکه در سال‌های پر آبی (سیلابی) مقادیری که در مرتبه دوم و سوم به لحاظ بزرگی واقع می‌شوند، شانس شرکت در سری زمانی حداکثر سالانه را از دست می‌دهند و از طرفی دیگر در سال‌های خشک، مقادیر حداکثری که اتفاق می‌افتد که از مقادیر مذکور به مراتب کمتر هستند. بنابراین تطابق سری زمانی حداکثر سالانه با واقعیت مناسب نیست و این گونه انتخاب ممکن است موجب نادیده انگاشتن الگوی واقعی در مقادیر ثبت شده گردد. در روشی دیگر از سری زمانی جزئی (یا سری زمانی مقادیر بالاتر از حد آستانه) استفاده می‌گردد. در این روش نمونه‌گیری، آستانه معینی از دبی در نظر گرفته شده و تمام دبی‌هایی که بالاتر از آستانه قرار دارند، مورد توجه قرار می‌گیرند. در این مطالعه، برای انتخاب سری جزئی سیلاب از قانون توانی کمک گرفته شده است (Malamud and Turcotte, 2006). Nouri Gheidari *et al.* (2015) فراوانی سیلاب‌های دو ایستگاه هیدرومتری پیردان و پیشین واقع در رودخانه سرباز استان سیستان و بلوچستان را مورد بررسی قرار داده و عملکرد قانون توانی را در استخراج سری‌های جزئی سیلاب بسیار مناسب گزارش نمودند.

با وجود اینکه استفاده از توزیع‌های تک متغیره در تحلیل فراوانی سیلاب و تعیین معیار طراحی پروژه‌های عمرانی به‌صورت یک شیوه استاندارد در آمده است. در بسیاری از موارد به علت ماهیت چندمتغیره رویدادهای مذکور، توزیع‌های تک

1. Brahmaputra  
2. Godavari  
3. Klang River Basin

۱۷۳۶۵ کیلومترمربع می‌باشد. پوشش گیاهی در ارتفاعات پایین حوضه کم بوده و با افزایش ارتفاع، تراکم این پوشش زیادتیر می‌گردد. متوسط بارش سالانه در نواحی شمال و شرق حوضه دز نسبت به سایر مناطق حوضه بیشتر است. از نظر توزیع زمانی بارش نیز ۴۸/۸ درصد از بارش سالانه در زمستان، ۳۰/۶ درصد در فصل پائیز، ۲۰/۴ درصد در بهار و تنها ۰/۲ درصد از بارش در فصل تابستان رخ می‌دهد. همان گونه که شکل (۱) نشان می‌دهد، جهت جریان در حوضه آبریز دز از سمت شمال به جنوب است. رودخانه دز در ابتدا از اتصال دو شاخه اصلی رودخانه تیره و سیلاخور شروع شده و با اضافه شده سرشاخه ماربره رودخانه سپید دشت- سزار تشکیل می‌شود. از به هم پیوستن دو رودخانه سپید دشت- سزار و سپید دشت- زاز رودخانه سزار شروع شده و نهایتاً رودخانه دز در محلی به نام تنگ پنج در اعماق رشته کوه زاگرس، از تلاقی دو رودخانه سزار و بختیاری تشکیل می‌شود. در این مطالعه به منظور تحلیل فراوانی سیلاب حوضه آبریز دز از داده‌های روزانه ایستگاه‌های هیدرومتری سپید دشت- سزار (س.پ.س) و سپید دشت- زاز (س.د.ز) استفاده گردید. در جدول (۱) مشخصات ایستگاه‌های منتخب ارائه شده است.

متغیر قادر به توصیف مناسب آن‌ها نمی‌باشند. بررسی‌ها نشان می‌دهد کاربرد توزیع‌های مفصل با وجود مناسب‌تر بودن در این مسائل، کمتر دنبال شده است. بنابراین، اهداف کلی این مطالعه عبارت‌اند از:

- (۱) استخراج سری‌های جزئی سیلاب ایستگاه‌های سپید دشت- سزار و سپید دشت- زاز.
- (۲) تحلیل فراوانی تک متغیره سیلاب در محل دو رودخانه و انتخاب بهترین توزیع‌های حاشیه‌ای.
- (۳) انتخاب بهترین تابع مفصل مناسب دو بعدی براساس تحلیل خطا و بررسی رفتار احتمالاتی توام سیلاب.

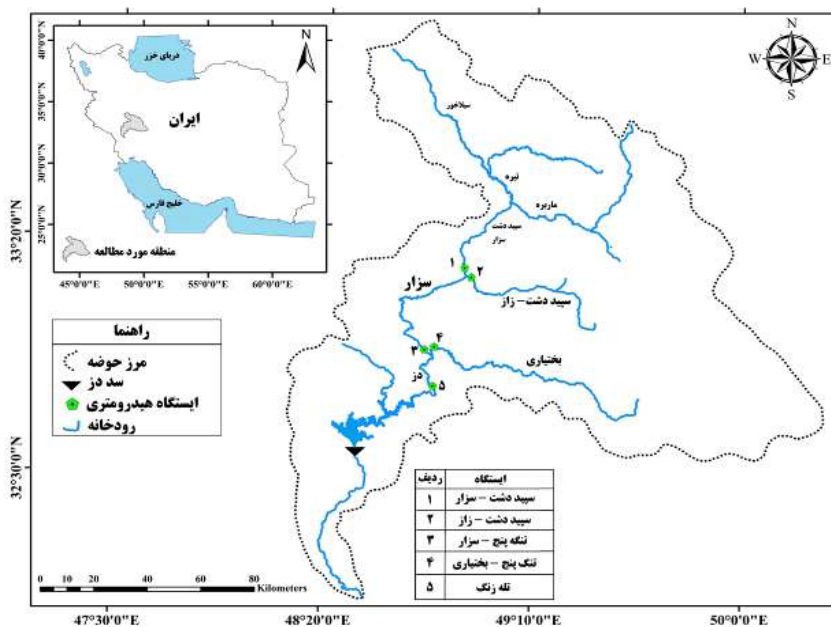
## مواد و روش‌ها

### داده‌های مورد استفاده و منطقه مورد مطالعه

شکل (۱) موقعیت حوضه آبریز دز را در کشور ایران نشان می‌دهد. حوضه دز از لحاظ موقعیت جغرافیایی بین ۴۸ درجه و ۱۰ دقیقه تا ۵۰ درجه ۲۱ دقیقه طول شرقی و ۳۱ درجه و ۳۴ دقیقه تا ۳۴ درجه ۷ دقیقه عرض شمالی محدود است. مساحت کل حوضه بالغ بر ۲۱۷۲۰ کیلومترمربع و متوسط ارتفاع حوضه حدود ۱۶۰۰ متر می‌باشد. محدوده مورد مطالعه در این تحقیق حوضه آبریز دز در بالادست سد دز است که مساحت آن حدود

جدول ۱. مشخصات ایستگاه‌های منتخب در حوضه دز در دوره آماری ۱۳۳۵ تا ۱۳۹۱.

UTM		ضریب چولگی	انحراف معیار	میانگین جریان	ایستگاه	رودخانه
Y(m)	X(m)					
۳۶۷۷۰۳۴	۳۰۳۴۶۷	۵/۱۴	۲۲/۴۷	۱۸/۱۹ (m <sup>3</sup> /s)	سپید دشت- زاز (س.د.ز)	سپید دشت- زاز
۳۶۷۸۰۹۴	۳۰۳۵۹۰	۵/۴۲	۵۵/۳۵	۴۱/۹۸ (m <sup>3</sup> /s)	سپید دشت- سزار (س. د. س)	سپید دشت- سزار



شکل ۱. موقعیت ایستگاه‌های منتخب در حوضه آبریز دز.

## استخراج سری‌های جزئی سیلاب با استفاده از قانون توانی

بر اساس تئوری فرکتال برای دنباله انتهایی یا داده‌های حدی بالا رابطه توانی برقرار است (Malamud and Turcotte, 2006). این رابطه برای پدیده سیلاب به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$Q_t = c \times T^\alpha \quad (\text{رابطه ۱})$$

که در آن،  $Q_T$  دبی سیلاب با دوره بازگشت  $T$  بوده و  $c$  و  $\alpha$  ضرایب ثابت می‌باشد که با استفاده از برازش یک منحنی توانی به سری‌های سیلاب به دست می‌آید. بر اساس رابطه (۱) فاکتور فراوانی سیلاب که تحت عنوان نسبت دو سیلاب با فاصله دوره بازگشت ۱۰ ساله قابل تعریف است، از رابطه زیر محاسبه می‌شود (Malamud and Turcotte, 2006):

$$F = \frac{Q_{10}}{Q_1} = \frac{Q_{100}}{Q_{10}} = \text{Constant} \quad (\text{رابطه ۲})$$

مقدار ثابت فوق تابع اقلیم منطقه بوده و مقدار آن در مناطق خشک بزرگتر است (Malamud and Turcotte, 2006).

رفتار فرکتالی آستانه‌های مختلف سری زمانی در یک مقیاس، با استفاده از تابع توزیع احتمال تجربی قابل توصیف می‌باشد. اگر در آستانه‌های بالا، دنباله توزیع احتمالاتی سری زمانی مورد بررسی از رابطه توانی زیر پیروی کند، می‌توان چنین نتیجه گرفت که سری مورد بررسی از رفتار فرکتالی تبعیت می‌کند (Nouri Gheidari et al., 2015).

$$P_T(X > x) \propto x^{-qD} \quad (\text{رابطه ۳})$$

با مقایسه رابطه (۱) و رابطه توانی (۳) می‌توان نتیجه گرفت که:

$$\alpha = \frac{1}{qD} \quad (\text{رابطه ۴})$$

یکی از مشکلات اصلی کاربرد سری‌های جزئی، تعیین حد آستانه می‌باشد. چون حد آستانه معیار مشخصی نداشته و طوری تعریف می‌شود که استقلال داده‌ها حفظ شود (Adamowski, 2000). (Malamud and Turcotte, 2006) سری جزئی سیلاب را طوری تعیین کردند که اولاً فاصله زمانی رخ داد سیلاب‌ها بیش از یک مقدار مشخص (مثلاً ۳۰ روز) باشد و همچنین تعداد سیلاب‌های انتخابی برابر تعداد سال‌های آماری باشد. استخراج سری جزئی سیلاب با حداقل فاصله زمانی ۳۰ روز به شرح زیر در نظر گرفته شد:

در ابتدا در سری زمانی رواناب ثبت شده (که در آن توالی زمانی رخ داد رواناب حفظ شده است) بزرگ‌ترین سیلاب به عنوان اولین عدد در سری جزئی سیلاب انتخاب شد و سپس در سری زمانی رواناب باقیمانده ۳۰ داده قبل و

۳۰ داده بعد از سیلاب انتخاب شده حذف گردید و دوباره در سری زمانی رواناب باقیمانده دومین سیلاب بزرگ (به عنوان دومین عدد در سری جزئی سیلاب) انتخاب و ۳۰ داده قبل و ۳۰ داده بعد آن حذف شده و به همین ترتیب به تعداد سال‌های آماری سیلاب‌های بزرگ با حداقل فاصله زمانی ۳۰ روز انتخاب گردید. در این روش دوره بازگشت داده‌های سری جزئی مشابه داده‌های حداکثر سیلاب سالانه محاسبه شد. این روند استخراج سری‌های جزئی برای فاصله زمانی ۷، ۱۴ و ۶۰ روز نیز تکرار می‌شود. سری جزئی سیلاب انتخاب شده باید شرط استقلال داده‌ها را نیز داشته باشد. در این مطالعه، استقلال و ایستایی سری‌های جزئی استخراج شده با استفاده از آزمون<sup>۱</sup> (W-W) مورد بررسی قرار گرفت (Hamed and Rao, 1999). برای انتخاب بهترین سری جزئی، به آن‌ها رابطه توانی (۱) را برازش داده و مقدار توان آن‌ها ( $\alpha$ ) محاسبه می‌شود. بر اساس رابطه (۴) هر کدام از سری‌های جزئی که مقدار پارامتر  $\alpha$  در آن نزدیک به  $1/qD$  باشد، به عنوان سری جزئی مناسب‌تر انتخاب می‌گردد (Nouri Gheidari et al., 2015).

## انتخاب توزیع‌های حاشیه‌ای

در روش متداول برآورد سیلاب طرح، ابتدا داده‌های حداکثر سیلاب سالانه یا سری جزئی استخراج و سپس توزیع‌های نرمال (NOR)، لوگ نرمال (LN)، پیرسون نوع سه (P3)، نمایی (EXP)، گاما (GAM)، توزیع مقادیر حدی تعمیم یافته (GEV)، ناکاگامی<sup>۲</sup> (NAK)، رایلی<sup>۳</sup> (RAY)، لجستیک (LOG)، لجستک تعمیم یافته (GLOG)، پارتوی تعمیم یافته (GPA) و ویبول (WEI) برازش داده می‌شود. پس از انتخاب توزیع آماری برتر، چندک‌های سیلاب به ازای دوره بازگشت مورد نظر برآورد می‌شود. در روش متداول برآورد سیلاب طرح به روش تحلیل فراوانی، برآورد پارامترهای توزیع احتمالاتی از اهمیت خاصی برخوردار است. زمانی که طول نمونه آماری کم باشد و یا احتمال وجود داده‌های پرت در نمونه آماری وجود داشته باشد، در این صورت روش گشتاورهای خطی از روش‌های پیشین از جمله روش گشتاورهای متداول و روش حداکثر درستنمایی، عملکرد بهتری دارد (Hosking and Wallis, 1988).

پس از برازش توزیع‌های آماری بر روی سری داده‌ها، می‌بایست نکویی برازش هر توزیع توسط آزمون کلموگروف -

1 . Wald-Wolfowitz  
2 . Nakagami  
3 . Rayleigh

به ارتباط بین متغیرها مربوط می‌شوند و توصیف کاملی از ساختار وابستگی کلی ارائه می‌دهند (Nelsen, 2006).

توابع مفصل به خانواده‌های متعددی تقسیم شده‌اند که در این میان، توابع مفصل ارشمیدسی یکی از پرکاربردترین توابع در تحلیل چند متغیره وقایع هیدرولوژیک بوده و دارای روابط صریح در توابع توزیع تجمعی خود می‌باشند که این مزیت استفاده از این توابع نسبت به برخی توابع مثلا توابع مفصل بیضوی می‌باشد که توزیع تجمعی صریحی ندارند. در این مطالعه از سه تابع مفصل مختلف شامل علی-میخائیل-حق، کلاپتون و فرانک به منظور تحلیل چند متغیره سیلاب حوضه آبریز دز استفاده گردید. جدول (۱) روابط مربوط به توابع مفصل مورد استفاده را نشان می‌دهد.

قدم اول در برازش و انتخاب تابع مفصل، تعیین میزان وابستگی دو متغیر مورد بررسی می‌باشد. در این مطالعه میزان وابستگی جریان کمینه هفت روزه در سرشاخه‌های متصل به هم حوضه آبریز دز با استفاده از روش کندال تاو<sup>۳</sup> (رابطه ۸) محاسبه گردید.

$$\tau = \left( \frac{N}{2} \right)^{-1} \sum_{i < j} \text{sign}[(x_i - x_j)(y_i - y_j)] \quad (\text{رابطه ۸})$$

که در رابطه فوق،  $N$  تعداد داده‌ها،  $\text{sign}()$  تابع علامت و  $x$  و  $y$  جفت داده‌های مشاهداتی برای سری‌های جزئی ۳۰ روزه سیلاب در محل اتصال دو سرشاخه می‌باشد.

قدم دوم و بسیار مهم در کاربرد توابع مفصل، تخمین پارامتر مفصل ( $\theta$ ) می‌باشد. برای تخمین پارامتر وابستگی مفصل روش‌های متعددی نظیر روش گشتاورها، روش حداکثر درستنمایی<sup>۴</sup>، روش حداکثر درستنمایی کانونیکال<sup>۵</sup>، روش‌های فراکوشی (مثل الگوریتم ژنتیک) و غیره توسط محققین توسعه داده شده است که هر کدام دارای مزایا و معایبی می‌باشند. در این میان، روش توابع منطقی برای حاشیه‌ها<sup>۶</sup> (IFM) متداول‌ترین روش برای تخمین پارامترهای مفصل می‌باشد که توسط Joe (1997) به شرح زیر ارائه گردیده است.

روش توابع منطقی برای حاشیه‌ها از نظر محاسباتی بسیار کارآمدتر از روش‌های دیگر است. برای موارد دو متغیره، فرض شد دو متغیر تصادفی همبسته  $X$  و  $Y$  به ترتیب به صورت توابع توزیع  $f_X(x; \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_p)$  و  $f_Y(y; \lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_r)$  توزیع شده‌اند که پارامترهای  $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_p$  و  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_r$

اسمیرنف مورد بررسی قرار گیرد. در صورتی که در سطح معنی‌داری پنج درصد برازش مدل‌ها توسط آزمون کلمگروف-اسمیرنف مورد تایید واقع شود، توزیع احتمالاتی مورد نظر پذیرفته می‌شود. پس از کنترل آماری نکویی برازش و تعیین توزیع‌های مورد قبول، برای انتخاب بهترین مدل برازشی، جذر میانگین مربعات نرمال شده<sup>۱</sup> (NRMSE) (رابطه ۵) و معیار نش-ساتکلیف<sup>۲</sup> (رابطه ۶) محاسبه می‌شود. هر کدام از توزیع‌های برازشی که بیشترین مقدار معیار نش-ساتکلیف (NS) و کمترین NRMSE را داشته باشند، به عنوان توزیع مناسب جهت تخمین چندک‌های سیلاب برگزیده می‌شود.

$$NRMSE = 100 * \frac{\sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (S_i - O_i)^2}}{O_{max} - O_{min}} \quad (\text{رابطه ۵})$$

$$NS = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (S_i - O_i)^2}{\sum_{i=1}^n (O_i - \bar{O})^2} \quad (\text{رابطه ۶})$$

که در روابط فوق،  $n$  تعداد داده‌ها،  $O_i$  مقدار نمونه مشاهده شده،  $O_{min}$  و  $O_{max}$  به ترتیب مقادیر حداکثر و حداقل نمونه‌های مشاهده شده،  $\bar{O}$  میانگین مقادیر نمونه و  $S_i$  مقدار خروجی تابع توزیع مورد آزمون برای مقدار احتمال تجربی هر مقدار نمونه می‌باشد.

### توابع مفصل و تئوری اسکالر

مفصل‌ها یک شیوه انعطاف‌پذیر برای ایجاد توزیع‌های توأم آماری با توابع توزیع حاشیه‌ای متفاوت می‌باشند. مفصل‌ها توابع توزیع چندمتغیره هستند که حاشیه‌های یک بعدی آن‌ها بر بازه (۱ و ۰) یکنواخت باشند. معرفی و ارائه مفصل به Sklar (1959) نسبت داده شده است که در یک تئوری توصیف می‌کند چگونه توابع توزیع تک متغیره می‌تواند به فرم توزیع‌های چندمتغیره ترکیب شوند. اسکالر نشان داد که برای متغیرهای تصادفی پیوسته  $d$  بعدی  $\{X_1, \dots, X_d\}$  با CDF های حاشیه‌ای  $u_j = F_{X_j}(x_j)$  که  $j=1, \dots, d$  یک مفصل  $d$  بعدی یکنای  $C_{U_1, \dots, U_d}$  وجود دارد به طوری که:

$$C_{U_1, \dots, U_d}(U_1, \dots, U_d) = H_{X_1, \dots, X_d}(X_1, \dots, X_d) \quad (\text{رابطه ۷})$$

که در آن  $u_j$ ،  $j$  امین حاشیه و  $H_{X_1, \dots, X_d}$  همان CDF توأم  $\{X_1, \dots, X_d\}$  می‌باشد. چون برای متغیرهای تصادفی پیوسته تابع CDF حاشیه‌ها از ۰ تا ۱ غیرکاهشی می‌باشند، می‌توان مفصل  $C_{U_1, \dots, U_d}$  را به عنوان تبدیل  $H_{X_1, \dots, X_d}$  از  $[-\infty, \infty]^d$  به  $[0, 1]^d$  در نظر گرفت. نتیجه این تبدیل این است که توزیع‌های حاشیه‌ای از  $H_{X_1, \dots, X_d}$  جدا می‌گردند و بنابراین،  $C_{U_1, \dots, U_d}$  تنها

3 . Kendall's  $\tau$

4 .Maximum Likelihood Method

5 . Canonical Maximum Likelihood

6 . Inference Functions for Margins

1 . Normalized Root Mean Square Error (NRMSE)

2 . Nash-Sutcliffe

$$\begin{aligned} \ln L(x, y; \hat{\alpha}_1, \hat{\alpha}_2, \dots, \hat{\alpha}_p, \hat{\gamma}_1, \hat{\gamma}_2, \dots, \hat{\gamma}_r, \theta) = & \quad (\text{رابطه ۹}) \\ \ln L_C(x, y; F_X(x), F_Y(y), \theta) + & \\ \ln L_X(x; \hat{\alpha}_1, \hat{\alpha}_2, \dots, \hat{\alpha}_p) + \ln L_Y(y; \hat{\gamma}_1, \hat{\gamma}_2, \dots, \hat{\gamma}_r) & \end{aligned}$$

که در آن  $\ln L_C$  تابع لگاریتم درست‌نمایی تابع چگالی مفصل‌ها می‌باشند. با جاگذاری مقادیر تخمین زده شده برای  $\hat{\alpha}_1, \hat{\alpha}_2, \dots, \hat{\alpha}_p$  و  $\hat{\gamma}_1, \hat{\gamma}_2, \dots, \hat{\gamma}_r$  در رابطه (۹)، تابع لگاریتم درست‌نمایی  $\ln L$  برای به دست آوردن پارامتر مفصل تخمینی  $\hat{\theta}$  بیشینه می‌شود.

$\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_r$  پارامترهای  $f_Y(y)$  هستند. تعداد واقعی پارامترها بستگی به نوع توزیع‌های حاشیه‌ای تک متغیره دارد. برای  $n$  جفت مشاهده مستقل، تابع لگاریتم درست‌نمایی برای  $X$  و  $Y$  یعنی  $\ln L_X(x; \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_p)$  و  $\ln L_Y(y; \lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_r)$  به‌طور مجزا جهت تخمین پارامترها بیشینه شدند. تابع لگاریتم درست‌نمایی تابع چگالی توأم می‌باشند. تابع لگاریتم درست‌نمایی تابع چگالی توأم  $f_{X,Y}(x, y)$  به‌صورت زیر در نظر گرفته شد:

جدول ۱. توابع مفصل مورد استفاده (نلسن ۲۰۰۶).

خانواده مفصل	تابع مفصل	تابع توزیع تجمعی	$\theta$
	علی-میخائیل-حق	$C(u, v) = \frac{uv}{1 - \theta(1-u)(1-v)}$	$-1 \leq \theta \leq 1$
ارشمیدسی	کلایتون	$C(u, v) = \max[(u^{-\theta} + v^{-\theta} - 1)^{-1/\theta}, 0]$	$\theta \geq 0$
	فرانک	$C(u, v) = \frac{-1}{\theta} \ln[1 + \frac{(e^{-\theta u} - 1)(e^{-\theta v} - 1)}{e^{-\theta} - 1}]$	$\theta \neq 0$

### دوره بازگشت دو متغیره

تحلیل فراوانی دومتغیره در مورد دو متغیر تصادفی همبسته (مانند سری‌های جزئی ۳۰ روزه سیلاب در ایستگاه‌های سپید دشت- سزار و سپید دشت- زاز) به‌وسیله دوره بازگشت توأم تعریف می‌گردد. دوره‌های بازگشت توأم در دو حالت به شرح زیر تعریف شده‌اند (Yue et al., 2001):

حالت اول دوره بازگشت توأمی است که در آن مقدار مشاهده شده از  $x$  یا از  $y$  تجاوز نموده باشد (یعنی،  $X > x$  یا  $Y > y$ ) که با  $T_{XY}$  نشان داده می‌شود.

حالت دوم دوره بازگشت توأمی است که در آن جفت مشاهده شده هم از  $x$  و هم از  $y$  تجاوز نموده باشد (یعنی،  $X > x$  و  $Y > y$ ) که با  $T'_{XY}$  نشان داده می‌شود.

این دو نوع دوره بازگشت توأم برحسب مفصل‌ها ارائه شده‌اند و به ترتیب به‌صورت زیر محاسبه شدند:

$$T_{XY} = \frac{1}{P(X > x \text{ or } Y > y)} = \frac{1}{1 - C(F_X(x), F_Y(y))} \quad (\text{رابطه ۱۳})$$

(رابطه ۱۴)

$$T'_{XY} = \frac{1}{P(X > x \text{ and } Y > y)} = \frac{1}{1 - F_X(x) - F_Y(y) + C(F_X(x), F_Y(y))}$$

### دوره بازگشت شرطی در حالت دو متغیره

در حالت چند متغیره، دوره بازگشت می‌تواند به‌صورت  $T_{x\alpha} = \frac{1}{P(X < x)}$  بیان شود که  $x$  حد آستانه خطر برای یک واقعه  $X$  است. پس می‌توان رابطه مذکور را به‌صورت زیر در نظر گرفت:

برای انتخاب مناسب‌ترین مفصل، به این صورت عمل می‌شود که بعد از انتخاب و برازش توزیع حاشیه‌ای مناسب بر هر کدام از متغیره‌های مورد بررسی و تخمین پارامترهای توزیع به روش حداکثر درست‌نمایی، چند نوع تابع مفصل مختلف را برای پیوند این دو تابع توزیع حاشیه‌ای در نظر گرفته و پارامتر تابع مفصل با روش IFM (Joe, 1997) برآورد می‌شود. سپس با مقایسه نتایج هر کدام از مفصل‌ها با نتایج حاصل از احتمال تجربی، مفصل مناسب برای داده‌های مورد نظر انتخاب شد. برای انتخاب بهترین تابع مفصل از آماره‌های NS (رابطه ۱۰)، AIC (رابطه ۱۱) و آماره کرامر-فون مایسس (رابطه ۱۲) استفاده شد.

$$NS = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (C_{pi} - C_{ei})^2}{\sum_{i=1}^n (C_{ei} - \bar{C}_e)^2} \quad (\text{رابطه ۱۰})$$

$$AIC = -2 \ln ML + 2k \quad (\text{رابطه ۱۱})$$

$$S_n = \sum_{i=1}^n (C_{pi} - C_{ei})^2 \quad (\text{رابطه ۱۲})$$

که در روابط فوق،  $n$  اندازه نمونه،  $C_p$  مقادیر محاسبه شده مفصل تئوری،  $C_e$  مقادیر مشاهداتی مفصل تجربی،  $\bar{C}_e$  میانگین مقادیر مشاهداتی مفصل تجربی،  $\ln ML$  مقدار بیشینه تابع لگاریتم درست‌نمایی و  $k$  تعداد پارامترهای برازش داده شده می‌باشند. تابع مفصلی مناسب‌تر در نظر گرفته شد که در آن مقادیر AIC و Sn کمترین بوده و مقدار NS به یک نزدیک‌تر باشد.

### نتایج

استخراج سری‌های جزئی سیلاب با استفاده از قانون توانی در شکل (۲) تابع احتمالات تجربی برای ایستگاه‌های مورد مطالعه ارائه شده است. با توجه به این شکل مشاهده می‌شود که تابع احتمالاتی در قسمت انتهایی از یک تابع توانی تبعیت می‌کند. به عبارت دیگر، در سیستم مختصات لگاریتمی قسمت انتهایی به صورت خط راست می‌باشد. این واقعیت تایید کننده وجود رفتار فراکتالی در داده‌های جریان حوضه آبریز دز می‌باشد.

در شکل (۲) توان رابطه توانی محاسبه شده ( $Q_D$ ) برای هر ایستگاه به صورت مجزا ارائه شده است. هر چقدر مقدار  $Q_D$  در محل ایستگاه مورد نظر کوچک باشد، تغییرات جریان در آن ایستگاه بیشتر خواهد بود (Labat et al., 2002). با توجه به مقادیر  $Q_D$  محاسبه شده برای ایستگاه‌های مورد بررسی حوضه آبریز دز می‌توان چنین نتیجه‌گیری کرد که تغییرات جریان در ایستگاه سپید دشت - زاز نسبت به ایستگاه سپید دشت - سزار بیشتر است. در مطالعاتی نظیر Tessier et al. (1996)، Pandey et al. (1998) و Nouri Gheidari (2015) مقدار  $Q_D$  برای ایستگاه‌های مورد بررسی از ۱/۲ تا ۳/۴ نیز محاسبه شده است.

$$T_{X < x} = \frac{1}{1 - P(X < x)} \quad (\text{رابطه ۱۵})$$

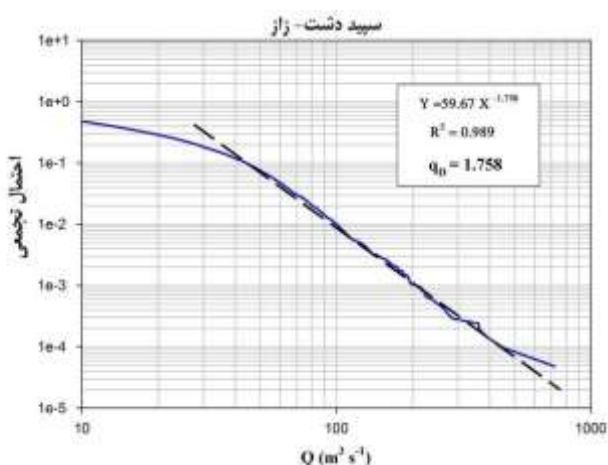
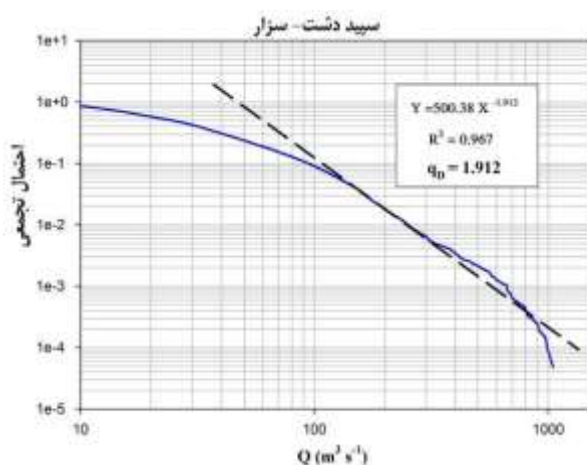
حال برای تعیین دوره بازگشت‌های شرطی برحسب سال، برای وقایعی که حد آستانه‌های آن به طور شرطی بیان می‌شوند، نیز می‌توان توابع توزیع توام شرطی را جایگزین  $P(X \leq x)$  نمود. به‌طور مثال برای تعیین دوره بازگشت رخداد وقایع دو متغیره با  $X < x$  به شرط اینکه  $Y < y$  باشد، با استفاده از توابع مفصل حاکم بر متغیرها، می‌توان از رابطه زیر استفاده نمود.

$$T_{(X|Y)}(x|y) = \frac{1}{1 - C(u|v)} \quad (\text{رابطه ۱۶})$$

که در رابطه فوق  $C(U|V)$  وقایعی را بیان می‌کند که در آن‌ها  $U \leq u$  به شرط اینکه  $V \leq v$  و  $u$  و  $v$  توابع توزیع حاشیه‌ای می‌باشند (Yue and Rasmussen, 2002). با در نظر گرفتن حد آستانه‌های شرطی مختلف و استفاده از توابع توزیع توام شرطی مربوطه می‌توان به مجمع نقاطی با دوره بازگشت-های یکسان دست یافت و براساس معیارهای مد نظر، یکی از این وقایع را به عنوان واقعه طراحی انتخاب نمود.

شایان ذکر است که در این مطالعه به منظور انجام محاسبات مربوط به استخراج سری‌های جزئی سیلاب از نرم افزارهای اکسل و متلب استفاده گردید. همچنین کد مربوط به محاسبات توابع مفصل و دوره‌های بازگشت شرطی در نرم افزار متلب توسعه داده شد.

$$C(u|v) = \frac{C(u,v)}{v} \quad (\text{رابطه ۱۷})$$

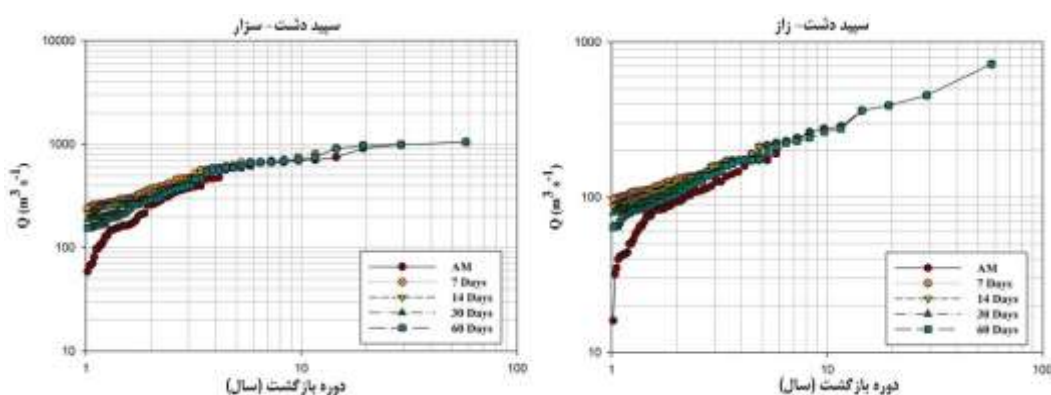


شکل ۲. منحنی احتمال تجمعی جریان حوضه آبریز دز در محل ایستگاه‌های مورد بررسی.

سیلاب‌ها ۳۰ روز انتخاب گردید. به منظور بررسی صحت انتخاب فاصله زمانی ۳۰ روز، سری جزئی سیلاب برای فواصل زمانی ۷، ۱۴ و ۶۰ روز نیز استخراج گردید. شکل (۳) سری‌های جزئی استخراج شده و سری حداکثر سالانه حوضه آبریز دز را

در این مطالعه، از روش ارائه شده توسط Malamud and Turcotte (2006) برای استخراج سری‌های جزئی سیلاب استفاده شد. در این روش تعداد داده‌های سیلاب در سری جزئی برابر با تعداد سال‌های آماری بوده و حداقل فاصله زمانی بین

پیوسته باشد. اما یک مقایسه ساده بین سری حداکثر سالانه و سری‌های جزئی استخراج شده به روشنی نشان می‌دهد که در ایستگاه‌های مورد مطالعه در دوره بازگشت‌های پایین با کاهش حداقل فاصله زمانی بین سیلاب‌ها، بزرگی سیلاب افزایش می‌یابد، چون در این حالت احتمال حذف سیلاب‌های بزرگ کاهش یافته است. با توجه به شکل ۳، مشاهده می‌شود که سری‌های جزئی استخراج شده با انتقال به مقیاس لگاریتمی تقریباً روی یک خط واقع شده و از یک رابطه توانی تبعیت می‌کنند، اما سیلاب‌های حداکثر سالانه این ویژگی را نداشته و به سختی می‌توان یک رابطه توانی را برای آن‌ها برآزش داد.



شکل ۳. سری‌های جزئی و حداکثر سالانه حوضه آبریز دز در مختصات لگاریتمی.

رایلی (RAY)، لجستیک (LOG)، لجستیک تعمیم یافته (GLOG)، پارتوی تعمیم یافته (GPA) و ویبول (WEI) برای انجام تحلیل فراوانی سیلاب بهره گرفته شد. برای برآزش توزیع‌های احتمالاتی به سری‌های جزئی سیلاب ۳۰ روزه حوضه آبریز دز، ابتدا گشتاورهای خطی برای سری‌های استخراجی محاسبه و سپس با برابر قرار دادن آن‌ها با گشتاورهای خطی توزیع‌های احتمالاتی، ضرایب توزیع‌های مورد نظر برآورد گردید. در ابتدا می‌بایست نکویی برآزش توزیع‌های مورد استفاده با استفاده از آزمون کلموگروف-اسمیرنوف از نظر آماری تایید گردد. سپس با استفاده از آماره‌های جذر میانگین مربعات نرمال شده و معیار نش-ساتکلیف میزان دقت و کارایی توزیع‌های آماری در مدل کردن سری جزئی ۳۰ روزه سیلاب بررسی شده و در هر ایستگاه بهترین توزیع جهت تحلیل فراوانی سیلاب انتخاب می‌شود.

نتایج حاصل از آزمون کلموگروف-اسمیرنوف (K-S) در جدول (۳) ارائه شده است. با توجه به این جدول مشاهده می‌شود که آزمون K-S نکویی برآزش توزیع‌های احتمالاتی مورد استفاده برای تحلیل فراوانی سیلاب حوضه آبریز دز را در سطح معنی‌داری ۵ درصد مورد تایید قرار می‌دهد. فقط در ایستگاه سپید دشت-زاز توزیع آماری NAK از نظر آماری فاقد برآزش

در مختصات لگاریتمی نشان می‌دهد. با توجه به این شکل مشاهده می‌شود که به ازای دوره بازگشت‌های کوچک‌تر، سری حداکثر سالانه مقادیر کوچک‌تری را نسبت به سری‌های جزئی به دست می‌دهد. با توجه به اینکه در سری حداکثر سالانه در هر سال یک عدد به عنوان سیلاب انتخاب می‌گردد، این امکان وجود دارد که سال مورد نظر در دوران خشکی بوده و یا در سال‌های قبل یا بعد، تعداد سیلاب‌های بیشتری به وقوع پیوسته اما در سری حداکثر سالانه امکان انتخاب آن‌ها وجود نداشته باشد. بنابراین، می‌توان چنین انتظار داشت که به ازای دوره بازگشت‌های کوچک‌تر، سیلاب‌های کوچک‌تری نیز به وقوع

بر اساس نتایج ارائه شده در جدول (۱)، مقدار پارامتر  $1/q_D$  در تمامی ایستگاه‌های مورد مطالعه اختلاف ناچیزی با سری جزئی استخراج شده ۳۰ روزه دارد. بنابراین در این مطالعه با توجه به پیشنهاد Malamud and Turcotte (2006) و نیز نتایج به دست آمده، انتخاب سری جزئی ۳۰ روزه برای تحلیل فراوانی سیلاب حوضه آبریز دز صحیح‌تر می‌باشد. یکی از مشکلات اصلی کاربرد سری‌های جزئی، حفظ استقلال سری‌های استخراج شده می‌باشد (Adamowski, 2000). در این مطالعه برای بررسی استقلال داده‌های سری‌های جزئی سیلاب از آزمون W-W در سطح معنی‌داری ۵ درصد استفاده شد. نتایج حاصله در جدول (۲) ارائه شده است. نتایج نشان داد که مقدار آماره آزمون W-W در ایستگاه‌های مورد مطالعه کمتر از مقدار بحرانی در سطح معنی‌داری ۵ درصد ( $Z=1.96$ ) می‌باشد. این امر تایید کننده استقلال سری‌های جزئی سیلاب حوضه آبریز دز می‌باشد.

#### انتخاب توزیع حاشیه‌ای مناسب

پس از تایید استقلال و ایستایی سری‌های جزئی سیلاب ۳۰ روزه حوضه آبریز دز، از توزیع‌های نرمال (NOR)، لوگ نرمال (LN)، پیرسون نوه سه (P3)، نمایی (EXP)، گاما (GAM)، توزیع مقادیر حدی تعمیم یافته (GEV)، ناکاکامی (NAK)،



برتر برای تحلیل فراوانی سیلاب ایستگاه سپید دشت- سزار انتخاب می‌گردد. برای ایستگاه سپید دشت- زاز نیز توزیع GEV بیشترین NS و کمترین مقدار NRMSE را به خود اختصاص داده و در نتیجه به عنوان توزیع حاشیه‌ای مناسب انتخاب می‌گردد.

مناسب بوده و در نتیجه از ادامه تحلیل‌ها کنار گذاشته می‌شود. پس از این مرحله می‌بایست دقت و عملکرد توزیع‌های احتمالاتی مورد استفاده بررسی گردد. با توجه به جدول (۳) مشاهده می‌شود که در ایستگاه سپید دشت- سزار مقدار آماره NS و NRMSE برای توزیع GLOG به ترتیب بیشترین و کمترین مقدار می‌باشد و از این رو به عنوان توزیع حاشیه‌ای

جدول ۲. نتایج آزمون ایستایی W-W و ضرایب رابطه توانی برای سری‌های جزئی و حداکثر سالانه.

سری‌های سیلاب						ایستگاه
سری جزئی	سری جزئی	سری جزئی	سری جزئی	سری حداکثر	پارامتر	
۶۰ روزه	۳۰ روزه	۱۴ روزه	۷ روزه	سالانه		
۲۰۶/۸۰	۲۳۹/۷۵	۲۳۸/۶۳	۲۶۰/۵۳	۱۲۰/۱۲	C	س. د. س
۰/۶۱	۰/۵۴	۰/۴۸	۰/۴۶	۰/۷۷	$\alpha$	
۰/۹۰	۰/۹۵	۰/۹۲	۰/۹۳	۰/۸۲	$R^2$	
۰/۵۲	۰/۵۲	۰/۵۲	۰/۵۲	۰/۵۲	$1/q_D$	
۱/۱۹	۰/۸۱۰	۰/۰۶	۰/۵۴	۱/۵۷	W-W	
۶۹/۸۲	۷۸/۱۶	۸۷/۴۹	۹۳/۹۶	۴۷/۳۰	C	س. د. ز
۰/۵۹	۰/۵۵	۰/۵۱	۰/۴۸	۰/۷۶	$\alpha$	
۰/۹۳	۰/۹۸	۰/۹۶	۰/۹۴	۰/۹۱	$R^2$	
۰/۵۶	۰/۵۶	۰/۵۶	۰/۵۶	۰/۵۶	$1/q_D$	
۰/۲۵	۰/۰۲	۰/۱۱	۰/۳۱	۰/۷۲	W-W	

جدول ۳. مقادیر آماره K-S، NS و NRMSE برای توزیع‌های آماری برازش داده شده بر سری‌های جزئی سیلاب ۳۰ روزه حوضه آبریز دز.

ایستگاه						توزیع آماری
سپید دشت- زاز			سپید دشت- سزار			
NRMSE	NS	K-S	NRMSE	NS	K-S	
۱۲/۰۲	۰/۸۲	۰/۲۰	۱۰/۳۷	۰/۸۷	۰/۱۷	NOR
۶/۶۹	۰/۹۴	۰/۱۵	۶/۷۵	۰/۹۴	۰/۱۴	LN
۸/۶۵	۰/۸۸	۰/۲۷	۹/۹۸	۰/۸۹	۰/۱۸	P3
۲۰/۹۳	۰/۴۷	۰/۴۴	۱۸/۰۲	۰/۶۱	۰/۴۱	EXP
۸/۴۲	۰/۹۱	۰/۲۰	۷/۸۸	۰/۹۲	۰/۱۶	GAM
۲/۰۰	۰/۹۸	۰/۱۵	۴/۵۴	۰/۹۵	۰/۱۲	GEV
۷/۱۲	۰/۹۴	۰/۲۱	۷/۶۷	۰/۹۳	۰/۱۸	LOG
۴/۶۱	۰/۹۷	۰/۱۳	۳/۹۰	۰/۹۷	۰/۱۱	GLOG
۱۱/۱۹	۰/۸۵	۰/۲۴	۸/۳۸	۰/۹۱	۰/۱۹	RAY
۱۰/۸۶	۰/۸۶	۰/۳۶	۹/۴۱	۰/۸۹	۰/۲۴	NAK
۱۷/۶۹	۰/۶۲	۰/۲۸	۱۳/۰۰	۰/۷۹	۰/۲۷	GPA
۱۰/۹۱	۰/۸۵	۰/۱۹	۸/۷۶	۰/۹۰	۰/۱۵	WEI

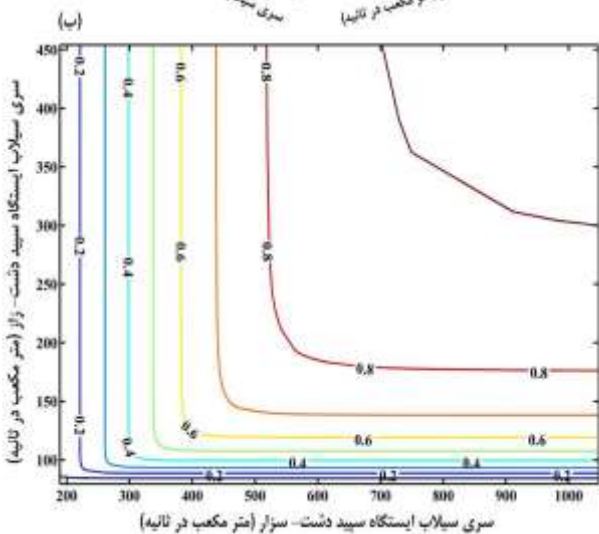
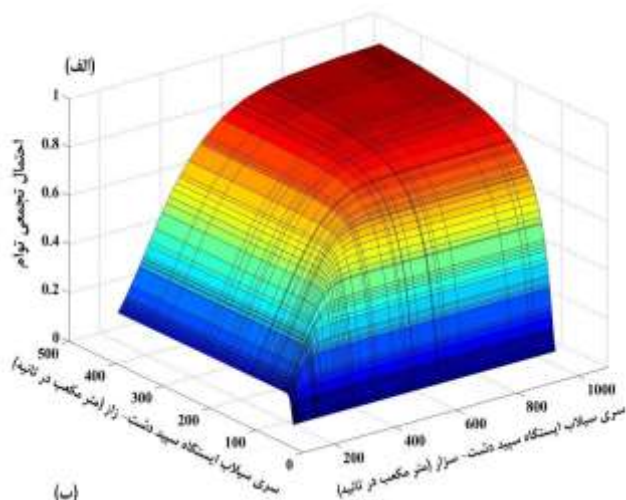
جزئی ۳۰ روزه سیلاب در ایستگاه‌های سپید دشت- سزار و سپید دشت- زاز با استفاده از آماره تاو کندال برابر با ۰/۴۰ محاسبه گردید. در مرحله بعد به منظور تخمین پارامتر وابستگی مفصل از روش IFM استفاده شد. برای انتخاب مناسب‌ترین تابع

#### انتخاب تابع مفصل

پس از تعیین توابع حاشیه‌ای مناسب، از توابع مفصل ارشمیدسی علی- میخائیل- حق، کلایتون و فرانک برای ساخت توابع توزیع توام استفاده گردید. در ابتدا وابستگی بین سری‌های

تحلیل احتمالات توام سری‌های جزئی ۳۰ روزه سیلاب حوضه آبریز دز

شکل (۴-الف) نمودار بهترین تابع مفصل منتخب را برای سری سیلاب در ایستگاه‌های سپید دشت- سزار و سپید دشت- زاز نشان می‌دهد. با توجه به این شکل مشاهده می‌شود که مفصل فرانک وابستگی بین دو متغیر سیلاب را به خوبی توجیه می‌نماید. شکل (۴-ب) نیز خطوط هم احتمال تابع توزیع توام را برای ایستگاه‌های مورد بررسی نشان می‌دهد. این نمودار نشان می‌دهد که چگونه می‌توان با استفاده از احتمالات توام، سیلاب را در دو ایستگاه متصل به هم، به صورت همزمان تعیین نمود. این امر می‌تواند اطلاعات بسیار مفیدی را در ارتباط با رفتار احتمالاتی جریان کمینه به منظور بهره‌برداری بهینه از آب‌های سطحی، در اختیار کاربران و محققان قرار دهد. به عنوان مثال، می‌توان به ازای جریان کمینه مشخص در ایستگاه سپید دشت- سزار یا سپید دشت- زاز، احتمال وقوع شرطی و نیز دوره‌های بازگشت توام را تعیین نمود.



شکل ۴. الف) احتمال تجمعی توام سری جزئی سیلاب ۳۰ روزه در ایستگاه‌های سپید دشت سزار و سپید دشت زاز (ب): خطوط هم احتمال تجمعی توام.

مفصل از آماره‌های AIC، NS و Sn بهره گرفته شد. جدول (۴) نتایج آزمون‌های نکویی برازش را برای هر یک از توابع مفصل نشان می‌دهد. با توجه به این جدول مشاهده می‌شود که برای دو ایستگاه سپید دشت- سزار و سپید دشت- زاز، مفصل فرانک با داشتن کمترین (بیشترین) مقدار AIC و Sn (NS) بهترین عملکرد را در برآورد مقادیر مشاهداتی داشته است.

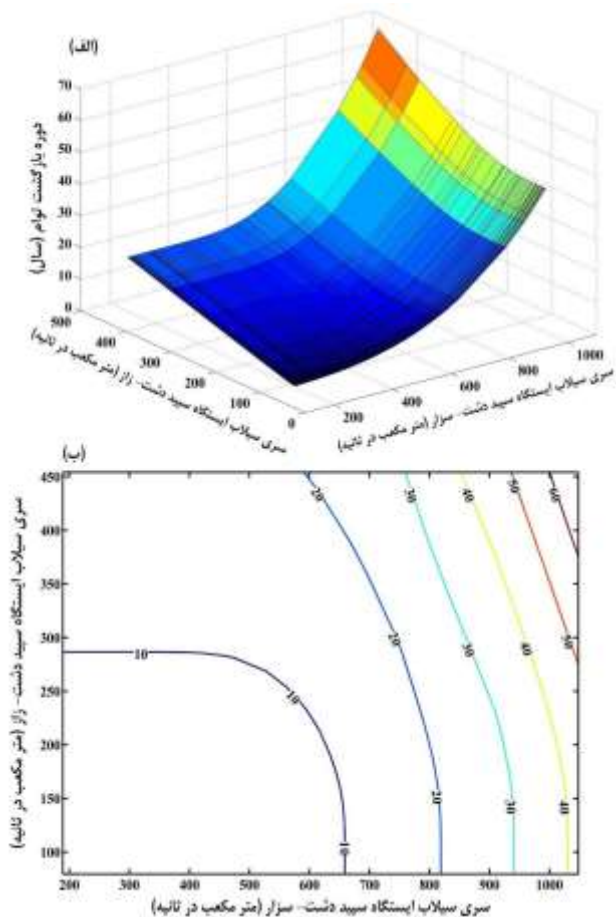
جدول ۴. نتایج آزمون‌های نکویی برازش و پارامتر مفصل برای توابع مختلف مورد مطالعه.

متغیر	آماره	تابع مفصل	
		علی-میخائیل-حق	کلایتون
سری‌های جزئی ۳۰ روزه سیلاب ایستگاه‌های س. د. س (U) و س. د. ز (V) <td>AIC <td>-۹/۱۱ <td>-۹/۱۶</td> </td></td>	AIC <td>-۹/۱۱ <td>-۹/۱۶</td> </td>	-۹/۱۱ <td>-۹/۱۶</td>	-۹/۱۶
	Sn <td>۰/۹۳ <td>۰/۳۵</td> </td>	۰/۹۳ <td>۰/۳۵</td>	۰/۳۵
	NS <td>۰/۸۰ <td>۰/۹۵</td> </td>	۰/۸۰ <td>۰/۹۵</td>	۰/۹۵
	$\theta$ <td>۱/۰۰ <td>۳/۶۷</td> </td>	۱/۰۰ <td>۳/۶۷</td>	۳/۶۷
	فرانک <td>-۹/۲۳ <td>۰/۲۱</td> </td>	-۹/۲۳ <td>۰/۲۱</td>	۰/۲۱

انتخاب مفصل‌های مناسب به محدوده سطح وابستگی که می‌توانند توصیف کنند، بستگی دارد. برای نمونه، مفصل گامبل-هوگارد می‌تواند فقط برای وابستگی مثبت به کار رود. مفصل علی-میخائیل-حق برای وابستگی ضعیف ( $-0.1807 < \tau < 0.3333$ ) و مفصل FGM برای  $0.22 < \tau < -0.22$  مناسب می‌باشد، در حالی که مفصل‌های کلایتون و فرانک برای هر دو وابستگی مثبت و منفی مناسب هستند (Nelsen, 2006). با توجه به نتایج به دست آمده مشاهده می‌شود که وابستگی سری‌های جزئی ۳۰ روزه سیلاب در ایستگاه‌های مورد مطالعه مقادیر مثبتی بوده و در نتیجه، مفصل‌هایی که برای وابستگی‌های مثبت مناسب بودند، بهترین عملکرد را داشته‌اند. همچنین دلیل عملکرد ضعیف مفصل علی-میخائیل-حق را نیز می‌توان با توجه به سطح وابستگی توجیه نمود. بنابراین با توجه به نتایج آزمون‌های نکویی برازش، در نهایت برای ایستگاه‌های سپید دشت سزار و سپید دشت زاز تابع مفصل فرانک برای ایجاد توزیع‌های توام انتخاب گردید. Zhang et al. (2011) نیز در مطالعه خود با بررسی مفصل‌های گامبل، فرانک و کلایتون، تابع مفصل کلایتون را به عنوان مناسب‌ترین مفصل برای تحلیل فراوانی جریان بیشینه هفت روزه دو ایستگاه وژو<sup>۱</sup> و شیجائو<sup>۲</sup> واقع در حوضه آبریز پرل معرفی کردند. در این مطالعه نیز مفصل فرانک با اختلاف اندکی از مفصل کلایتون به عنوان مفصل مناسب جهت تحلیل احتمالات توام برگزیده شد.

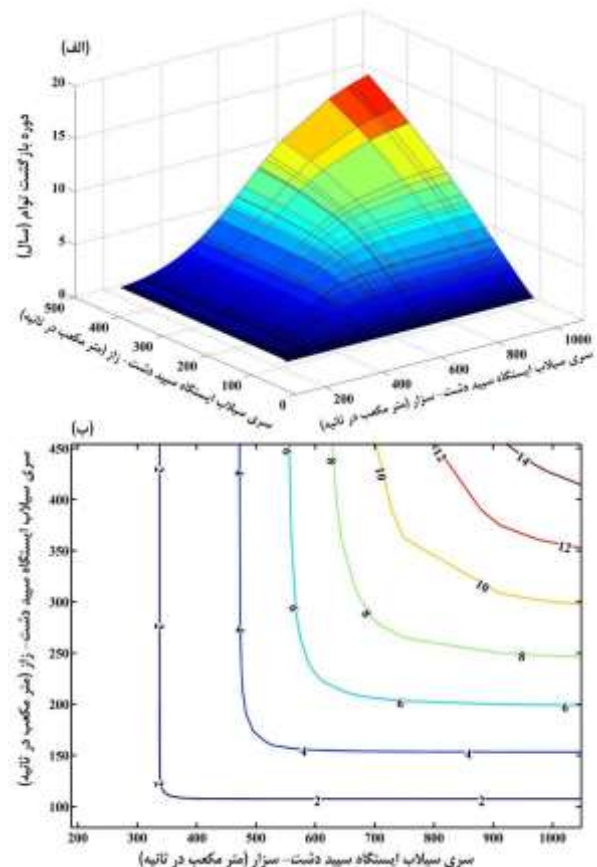
1. Wuzhou  
2. Shijiao

نگاه اول می‌توان مشاهده کرد که در حالت "و" دوره بازگشت محاسباتی افزایش می‌یابد. Yue and Rasmussen (2002) در مطالعه‌ای نشان دادند که مقدار دوره بازگشت محاسباتی در دو حالت "یا" و "و" می‌تواند به طور تقریبی به ترتیب با رابطه‌های  $T(X > x \text{ and } Y > y) \approx T^2$  و  $T(X > x \text{ or } Y > y) \approx T/2$  تخمین زده شود. برای مثال برای  $T_x = T_y = 100$  سال، دوره بازگشت توام در حالت "یا" برابر با ۵۰ سال و در حالت "و" برابر با ۱۰۰۰۰ سال تخمین زده می‌شود. این امر بدین مفهوم است که شانس وقوع دو واقعه به صورت همزمان بسیار کمتر بوده و در نتیجه دوره بازگشت‌های بزرگ‌تری را نیز تجربه خواهد کرد. بدین صورت می‌توان علت افزایش دوره بازگشت توام را در شکل (۶) توجیه نمود. اکنون به مانند شکل (۵)، می‌توان حالت‌های مختلفی را در نظر گرفته و احتمال وقوع هر حالت را بررسی نمود. شکل (۶-ب) نیز نشان می‌دهد که دوره بازگشت برای حالتی که جریان در هر دو ایستگاه از مقدار مشخصی بیشتر باشد، از ۱۰ سال تا ۶۰ سال متغیر بوده و ترکیبات مختلفی را می‌تواند شامل شود. این اطلاعات در تحلیل جامع خطرات سیلاب و طراحی سازه‌های آبی می‌تواند بسیار کارساز باشد.



شکل ۶. (الف) دوره بازگشت توام برای رخداد‌های  $X > x$  و  $Y > y$ : (ب) خطوط هم احتمال برای رخداد‌های  $X > x$  و  $Y > y$ .

شکل (۵) دوره‌های بازگشت توام جریان سیلابی را در ایستگاه‌های سپید دشت- سزار و سپید دشت- زاز، برای حالت "یا" ( $X > x \text{ or } Y > y$ ) نشان می‌دهد. با توجه به این شکل مشاهده می‌شود که با افزایش دوره بازگشت، مقدار جریان سیلابی نیز در هر دو ایستگاه افزایش می‌یابد. در حالتی که جریان در محل ایستگاه سپید دشت- زاز بین محدوده  $(\text{m}^3/\text{s})$  ۱۰۰ تا  $(\text{m}^3/\text{s})$  ۲۰۰ واقع می‌شود، احتمال رخداد افزایش می‌یابد. زمانی که جریان در ایستگاه سپید دشت سزار بین محدوده  $(\text{m}^3/\text{s})$  ۲۰۰ تا  $(\text{m}^3/\text{s})$  ۴۰۰ باشد، در این صورت دوره بازگشت کوتاه‌تر می‌گردد. حال با استفاده از این شکل می‌توان حالت‌های توام متفاوتی را مورد بررسی قرار داد. به عنوان مثال، حالتی در نظر گرفته شود که جریان در ایستگاه سپید دشت زاز بین  $(\text{m}^3/\text{s})$  ۴۰۰ تا  $(\text{m}^3/\text{s})$  ۵۰۰ باشد. در این صورت اگر جریان ایستگاه سپید دشت سزار را بین  $(\text{m}^3/\text{s})$  ۸۰۰ تا  $(\text{m}^3/\text{s})$  ۱۰۰۰ محدود گردد، احتمال رخداد این حالت بسیار کاهش یافته و دوره‌های بازگشت بزرگ‌تری را به دست می‌دهد.



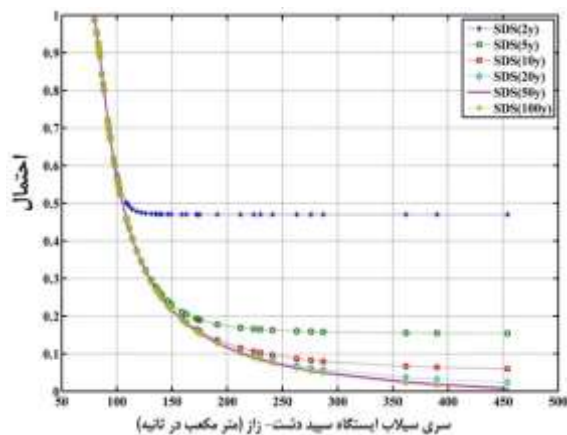
شکل ۵. (الف) دوره بازگشت توام سری جزئی سیلاب ۳۰ روزه در ایستگاه‌های سپید دشت سزار و سپید دشت زاز: (ب) خطوط هم احتمال دوره‌های بازگشت توام برای حالت "یا".

شکل (۶) دوره‌های بازگشت توام سری جزئی سیلاب ۳۰ روزه را در ایستگاه‌های سپید دشت- سزار و سپید دشت- زاز برای حالت "و" ( $X > x \text{ and } Y > y$ ) نشان می‌دهد. در

### تعیین احتمالات شرطی

پس از تعیین توابع مفصل منتخب برای بیان ساختار وابستگی بین پارمترهای سری جزئی سیلاب ۳۰ روزه، می‌توان از این توابع به منظور محاسبه دوره‌های بازگشت توام و شرطی استفاده نمود. بدین منظور، در ابتدا مقادیر چندک‌های تک متغیره با استفاده از توزیع حاشیه‌ای منتخب در هر ایستگاه در دوره‌های بازگشت ۲، ۵، ۱۰، ۲۰، ۵۰ و ۱۰۰ سال محاسبه گردید. جدول (۶) مقادیر چندک‌های برآورد شده را در محل ایستگاه سپید دشت- سزار و سپید دشت- زاز برای سری جزئی سیلاب ۳۰ روزه نشان می‌دهد. با استفاده از روابط ۱۲ و ۱۳ نیز مقادیر دوره بازگشت توام در شرایط "یا" و "و" محاسبه و در جدول (۶) ارائه شد. در این مطالعه برای بررسی دوره بازگشت شرطی، مقادیر چندک‌های محاسبه شده ایستگاه سپید دشت- سزار در حالت تک متغیره، به عنوان حد آستانه جریان در ایستگاه سپید دشت- زاز انتخاب گردید. حال می‌توان با استفاده از توابع حاکم بر متغیرهای سری جزئی سیلاب ۳۰ روزه در دو ایستگاه سپید

دشت- سزار و سپید دشت- زاز دوره بازگشت شرطی را تعیین و به صورت شکل (۷) ارائه نمود. در این شکل اولین نمودار از بالا، مربوط به حد آستانه  $Y \geq y$  که در آن  $y$  برابر با مقدار چندک، با دوره بازگشت ۲ ساله در ایستگاه سپید دشت- سزار می‌باشد.



شکل ۷. احتمال شرطی سری جزئی سیلاب ۳۰ روزه ایستگاه س. د. ز به ازای مقادیر جریان ایستگاه س. د. س در دوره بازگشت‌های ۲، ۵، ۱۰، ۲۰، ۵۰ و ۱۰۰ ساله.

جدول ۶. مقادیر دوره بازگشت توام سری جزئی سیلاب ۳۰ روزه در ایستگاه‌های سپید دشت- سزار (۷) و سپید دشت- زاز (۸).

دوره بازگشت توام (سال)		ایستگاه		دوره بازگشت تک متغیره	
$X > x$ and $Y > y$	$X > x$ or $Y > y$	س. د. ز	س. د. س	(سال)	(سال)
۲/۱۵	۱/۸۶	۷۱/۵۰	۱۰۰/۹۵	۲	۲
۶/۱۰	۴/۲۵	۱۷۱/۶۰	۴۷۸/۴۰	۵	۵
۱۴/۷۱	۷/۵۷	۲۹۵/۴۲	۶۳۰/۷۳	۱۰	۱۰
۳۹/۹۵	۱۳/۳۴	۲۷۰/۳۰	۷۳۹/۰۱	۲۰	۲۰
۱۷۶/۵۰	۲۹/۱۰	۳۱۹/۷۰	۸۴۲/۷۴	۵۰	۵۰
۶۱۱/۱۰	۵۴/۴۵	۳۵۰/۷۴	۹۰۱/۱۶	۱۰۰	۱۰۰

### نتیجه گیری

سیلاب و خطرات ناشی از آن همواره موجب شده است که در طراحی و بهره‌برداری از سازه‌های آبی بیشترین احتیاط ممکن صورت گیرد. به دلیل ماهیت پیچیده پدیده سیلاب، نیاز به روش‌هایی است که بتواند با در نظر گرفتن عوامل مختلف، دید جامع‌تری را ارائه نماید. بدین منظور در این مطالعه از روش توابع مفصل به منظور تحلیل توام سیلاب حوضه آبریز دز استفاده گردید. تحلیل فراوانی تک متغیره در ایستگاه‌های مورد مطالعه نشان داد که توزیع‌های GEV و GLOG به ترتیب در ایستگاه‌های سپید دشت- سزار و سپید دشت- زاز توزیع برتر بوده و بهترین عملکرد را داشته است. سپس با بررسی سطح همبستگی، از سه تابع مفصل مختلف به منظور دستیابی به

توزیع تجمعی توام بهره گرفته شد. نتایج نشان داد که برای زوج داده‌های سری جزئی سیلاب ۳۰ روزه ایستگاه‌های سپید دشت- سزار و سپید دشت- زاز تابع مفصل فرانک بهترین عملکرد را داشته است. در این مطالعه تحلیل فراوانی توام، با در نظر گرفتن دو حالت "یا" و "و" برای رخداد پدیده مورد نظر انجام شد. نتایج نشان داد که در ایستگاه‌های سپید دشت- سزار و سپید دشت- زاز برای حالت "یا"، شرایط به گونه‌ای است که می‌توان تقریباً هر ۲۰ سال یک‌بار انتظار وقوع سیلاب شدید را در یکی از دو رودخانه داشت. همچنین در حالت "و" برای ایستگاه‌های سپید دشت سزار و سپید دشت زاز نیز دوره بازگشت وقوع رخداد مورد نظر به شدت افزایش یافت.

## REFERENCES

- Abdi, A. Hassanzadeh, Y. Talatahari, S. Fakheri-Fard, A. & Mirabbasi, R. (2016). Regional bivariate modeling of droughts using L-comoments and copulas. *Stochastic Environmental Research and Risk Assessment*, DOI: 10.1007/s00477-016-1222-x.
- Adamowski, K. (2000). Regional analysis of annual maximum and partial duration flood data by nonparametric and L-moment methods. *229(3)*, 219-231.
- Dastoorani, M. Hayatzadeh, M. Fathzadeh, A. Hakimzadeh, M. (2014). Review the Efficiency of Empirical Relations on Estimating the Peak Flow Rate of Flood in Arid Areas of Central Iran. *Geography and Development Iranian Journal*, 12(36), 145-160.
- De Michele, C. and Salvadori, G. (2003). A generalized Pareto intensity-duration model of storm rainfall exploiting 2-copulas. *Journal of Geophysical Research: Atmospheres*, 108(D2).
- De Michele, C. Salvadori, G. Canossi, M. Petaccia, A. & Rosso, R. (2005). Bivariate statistical approach to check adequacy of dam spillway. *Journal of Hydrologic Engineering*, 10(1), 50-57.
- Hamed, K. & Rao, A. R. (1999). Flood frequency analysis. CRC press.
- Hosking, J. R. M. & Wallis, J. R. (1988). The effect of intersite dependence on regional flood frequency analysis. *Water Resources Research*, 24(4), 588-600.
- Joe, H. (1997). Multivariate models and multivariate dependence concepts. London: Chapman & Hall, 399 pp.
- Kumar, R. & Chatterjee, C. (2005). Regional flood frequency analysis using L-Moments for North Brahmaputra region of India. *Journal of Hydrologic Engineering*, 10(1), 1-7.
- Kumar, R. Goel, N. K. Chatterjee, C. & Nayak, P. C. (2015). Regional flood frequency analysis using soft computing techniques. *Water Resources Management*, 29(6), 1965-1978.
- Labat, D. Mangin, A. & Ababou, R. (2002). Rainfall-runoff relations for karstic springs: multifractal analyses. *Journal of Hydrology*, 256(3), 176-195.
- Rahimi, L. Dehghani, A. A. Abdolhosseini, M. & Ghorbani, K. (2014). Flood frequency analysis using archimedean copula functions based on annual maximum series (Case Study: Arzkuh hydrometric station in Golestan province). *Iranian Journal of Irrigation and Drainage*, 2(8), 353-365.
- Malamud, B. D. & Turcotte, D. L. (2006). The applicability of power-law frequency statistics to floods. *Journal of Hydrology*, 322(1), 168-180.
- May, R. Zainol, Z. & Shukor, M. F. B. (2015). Flood Frequency Analysis Due to Climate Change Condition at the Upper Klang River Basin. In ISFRAM 2014 (pp. 271-281). Springer Singapore.
- Ming, X. Xu, W. Li, Y. Du, J. Liu, B. & Shi, P. (2015). Quantitative multi-hazard risk assessment with vulnerability surface and hazard joint return period. *Stochastic environmental research and risk assessment*, 29(1), 35-44.
- Nelsen, R. B. (2006). An introduction to copulas. Springer, New York, 269p.
- Nouri Gheidari, M. N. Danko, A. Shahraki, M. (2015). Application of Power Law in Flood Frequency Analysis of Sarbaz River. *Journal of Water and Soil Science*, 24(4), 45-59.
- Pandey, G. Lovejoy, S. & Schertzer, D. (1998). Multifractal analysis of daily river flows including extremes for basins of five to two million square kilometres, one day to 75 years. *Journal of Hydrology*, 208(1), 62-81.
- Saad, C. El Adlouni, S. St-Hilaire, A. & Gachon, P. (2015). A nested multivariate copula approach to hydrometeorological simulations of spring floods: the case of the Richelieu River (Québec, Canada) record flood. *Stochastic Environmental Research and Risk Assessment*, 29(1), 275-294.
- Salvadori, G. and De Michele, C. (2007). On the use of copulas in hydrology: theory and practice. *Journal of Hydrologic Engineering*, 12(4), 369-380.
- Sanikhani, H. Mirabbasi Najaf Abadi, R. & Dinpashoh, Y. (2014). Modeling of temperature and rainfall of tabriz using copulas. *Journal of Irrigation and Water Engineering*, 5(17), 123-134. (In Farsi).
- Shafaei, M. Fakheri-Fard, A. Dinpashoh, Y. Mirabbasi, R. & De Michele, C. (2016). Modeling flood event characteristics using D-vine structures. *Theoretical and Applied Climatology*, DOI: 10.1007/s00704-016-1911-x.
- Sklar A (1959) Fonctions de Repartition and Dimensions et Leurs Marges. Publications de L'Institute de Statistique, Universite' de Paris, Paris, 8: 229-231.
- Tessier, Y. Lovejoy, S. Hubert, P. Schertzer, D. & Pecknold, S. (1996). Multifractal analysis and modeling of rainfall and river flows and scaling, causal transfer functions. *Journal of Geophysical Research: Atmospheres*, 101(21), 26427-26440.
- White, C. J. (2007). The Use of Joint Probability Analysis to Predict Flood Frequency in Estuaries and Tidal Rivers, University of Southampton.
- Yue, S. & Rasmussen, P. (2002). Bivariate frequency analysis: discussion of some useful concepts in hydrological application. *Hydrological Processes*, 16(14), 2881-2898.
- Yue, S. Ouarda, T. B. M. J. & Bobée, B. (2001). A review of bivariate gamma distributions for hydrological application. *Journal of Hydrology*, 246(1), 1-18.
- Zhang, L. & Singh, V. P. (2006). Bivariate flood frequency analysis using the copula method. *Journal of Hydrologic Engineering*, 11(2), 150-164.
- Zhang, Q. Chen, Y. D. Chen, X. & Li, J. (2011). Copula-based analysis of hydrological extremes and implications of hydrological behaviors in the Pearl River basin, China. *Journal of Hydrologic Engineering*, 16(7), 598-607.