

## ارزیابی عملکرد تابع مفصل در پهنه‌بندی کیفی آب‌های زیرزمینی، مطالعه موردی دشت‌های کرمان و راور

معین گنجعلیخانی<sup>۱</sup>، محمد ذونعمت کرمانی<sup>۲\*</sup>، محسن رضاپور<sup>۳</sup>، محمدباقر رهنما<sup>۴</sup>

۱. فارغ‌التحصیل کارشناسی ارشد مهندسی منابع آب، بخش مهندسی آب، دانشگاه شهید باهنر کرمان

۲. دانشیار، بخش مهندسی آب، دانشگاه شهید باهنر کرمان

۳. استادیار، بخش آمار، دانشگاه شهید باهنر کرمان

۴. دانشیار، بخش مهندسی آب، دانشگاه شهید باهنر کرمان

(تاریخ دریافت: ۱۳۹۴/۱/۱۸ - تاریخ تصویب: ۱۳۹۴/۱۲/۳)

### چکیده

پژوهش حاضر به ارائه روشی برای درون‌یابی با استفاده از تابع مفصل به‌منظور پهنه‌بندی کیفی آب زیرزمینی می‌پردازد. در این راستا داده‌های مربوط به غلظت بی‌کربنات در ۸۷ چاه مشاهده‌ای مربوط به دشت‌های کرمان و راور مربوط به شهریورماه سال ۱۳۹۲ مورد بررسی قرار گرفته است. برای این منظور از چهار تابع مفصل ارشمیدسی شامل توابع کلایتون، فرانک، گامبل و جو بهره‌گیری شده است. تحلیل ضریب همبستگی جفت چاه‌ها، فاصله مکانی بیش از ۱۷ کیلومتر را به‌عنوان فاصله مستقل نشان می‌دهد. در ادامه به‌منظور ارزیابی عملکرد تابع مفصل، نتایج به‌دست‌آمده با نتایج حاصل از روش‌های متداول پهنه‌بندی مورد مقایسه قرار گرفت. تحلیل نتایج با توجه به معیار جذر میانگین مربعات خطا در پهنه‌بندی با استفاده از تابع مفصل بر اساس میانه ۱/۸۴ و بر اساس میانگین ۱/۹۵ میلی‌اکی‌والان بر لیتر به دست آمد که در مقایسه با دو روش کریگینگ با خطای ۲/۲۱، کریگینگ با تبدیل باکس کاکس با خطای ۲/۱۴، کریگینگ با تبدیل لگاریتمی ۱/۹۸ و روش معکوس فاصله موزون با خطای ۲/۸۳ میلی‌اکی‌والان بر لیتر عملکرد مناسب‌تری را نشان داد.

**واژه‌های کلیدی:** توابع مفصل ارشمیدسی، درون‌یابی کریگینگ، مدل‌سازی بی‌کربنات، پیش‌بینی مکانی، زمین آمار

### مقدمه

در بررسی کیفیت و کمیت آب‌های زیرزمینی معمولاً تعداد محدودی چاه، معرف اطلاعات سطح وسیعی از منطقه می‌باشد و این چاه‌ها اغلب به‌صورت نامنظم در سطح منطقه پراکنده شده‌اند. معمولاً به‌منظور تخمین مقادیر کمی و کیفی آب زیرزمینی در مناطق فاقد برداشت داده در بین چاه‌ها، از روش‌های آمار کلاسیک و زمین‌آمار استفاده می‌شود. در بررسی‌های آمار کلاسیک، نمونه‌هایی که از کل جامعه به‌منظور شناخت آن برداشت می‌شود، فاقد اطلاعات موقعیتی در فضا بوده و در نتیجه مقادیر اندازه‌گیری شده یک کمیت در یک نمونه خاص هیچ‌گونه اطلاعاتی در مورد مقدار همان کمیت در نمونه دیگری به فاصله معلوم را در بر نخواهد داشت و نتایج به‌دست‌آمده مستقل از موقعیت فضایی مورد تجزیه و تحلیل قرار می‌گیرند. در مقابل، روش‌های زمین‌آمار بر این چالش فائق آمده به‌طوری‌که علاوه بر مقدار یک کمیت معین در یک نمونه، موقعیت فضایی نمونه‌ها همراه با مقدار کمیت به‌صورت توأم

مورد تجزیه و تحلیل قرار می‌گیرند. این تجزیه و تحلیل‌ها غالباً به کمک واریوگرام و یا تابع کوواریانس بیان می‌شود. این روش در کنار محاسن مذکور، معایبی نیز دارد. مهم‌ترین ضعف این روش، شرط گاوسی بودن داده‌هاست که در شرایط طبیعی کمتر مشاهده می‌شود. داده‌های آب زیرزمینی اغلب دارای چولگی هستند که در آن‌ها فرض گاوسی بودن داده‌های رعایت نمی‌شود. حساسیت این روش به داده‌های پرت نیز از دیگر معایب این روش است. (Bárdossy, 2006; HasaniPak, 2007). در سال‌های اخیر تابع مفصل در زمینه هیدرولوژی آماری کاربرد گسترده‌ای پیدا کرده است. (Wong et al., 2009) با به‌کارگیری تابع مفصل سه متغیره بر روی مدت، شدت حداکثر و شدت متوسط خشک‌سالی اقدام به تحلیل خشک‌سالی نمودند. پژوهش آن‌ها به‌منظور مدل‌سازی تابع مفصل سه متغیره برای شدت، مدت و دوره بازگشت خشک‌سالی و همچنین تأثیر پدیده‌های النینو و لانینا بر روی این سه پارامتر خشک‌سالی در منطقه شرقی استرالیا صورت گرفت. (Omidi et al., 2010) با استفاده از توابع مفصل اقدام به بررسی احتمالاتی توأم شدت مدت و فراوانی خشک‌سالی در استان تهران پرداختند. Reddy

عنصر روی را به دقت بالاتری نسبت به روش کریژینگ ارائه کردند. این رویکرد امکان ترکیب توابع مفصل با خانواده‌های مختلف را فراهم می‌کند. در پژوهش حاضر سعی گردیده که با ارائه این رویکرد امکان استفاده از سایر خانواده‌های تابع مفصل نظیر خانواده ارشمیدسی که انعطاف‌پذیری بالایی دارند در مقوله کیفیت آب‌های زیرزمینی فراهم آید. برای این منظور پهنه‌بندی کیفی دشت کرمان و راور با استفاده از داده‌های مربوط به غلظت بی‌کربنات در ۸۷ چاه مشاهده‌ای مربوط به دشت‌های کرمان و راور مربوط به شهریورماه سال ۱۳۹۲ مورد بررسی قرار گرفته است و در نهایت نتایج روش مذکور با نتایج حاصل از روش‌های کریژینگ و معکوس فاصله موزون<sup>۲</sup> مقایسه گردید.

## مواد و روش‌ها

### منطقه مورد مطالعه

آب‌های زیرزمینی منبع اصلی تأمین‌کننده آب شرب و کشاورزی دشت کرمان می‌باشند. این امر توجه به کیفیت این منابع را بسیار حائز اهمیت ساخته است. از طرفی افزایش فعالیت‌های کشاورزی در سال‌های اخیر منجر به کاهش تراز آب زیرزمینی دشت و همچنین افزایش آلودگی آب‌های زیرزمینی در اثر استفاده از سموم و کودهای شیمیایی شده است. به‌طور کلی ۹۰/۳۸ درصد تخلیه آب زیرزمینی در استان کرمان از طریق چاه‌ها و مابقی از طریق چشمه‌ها و قنات‌ها صورت می‌گیرد که از این مقدار ۹۵/۸۶ درصد آن در بخش کشاورزی، ۳/۳۴ درصد برای شرب و ۰/۸ درصد در بخش صنعت مصرف می‌گردد (Shahidasht and Abbasnejad, 2013). بهره‌برداری از منابع آب در این استان گسترش چشمگیری داشته و با توجه به اینکه رودخانه‌های پرآب و دائمی در این استان بسیار کم است، عمده بهره‌برداری از آب‌های زیرزمینی است. در نتیجه اکثر دشت‌ها و آبخوان‌های استان با کاهش حجم مخزن و افت فزاینده سطح آب زیرزمینی روبرو هستند. در شهرستان کرمان به دلیل بهره‌برداری بسیار زیاد از آب‌های زیرزمینی، میزان افت سالانه به‌طور متوسط سالانه ۹۰ سانتی‌متر می‌باشد (Shahidasht and Abbasnejad, 2013).

در جدول (۱) میزان تخلیه سالانه آب زیرزمینی استان کرمان قابل ملاحظه است.

در حال حاضر متوسط هدایت هیدرولیکی آب چاه‌های استان حدود ۲۸۶۰ میکروموس بر سانتی‌متر می‌باشد که بهترین

and Ganguli (2012) با به‌کارگیری توابع ارشمیدسی دومتغیره بر روی پیک، حجم و مدت سیلاب به‌صورت جفتی، به تحلیل سیلاب با دوره بازگشت‌های مختلف پرداختند. نتایج این پژوهش حاکی از توانایی بالای مدل تابع مفصل در تخمین مناسب‌تر ساختار شرطی دوره بازگشت سیلاب داشت که می‌تواند در تصمیم‌سازی‌های در طراحی‌های هیدرولوژیکی پروژه‌های منابع آب بسیار مؤثر واقع گردد. در تحقیقی دیگر، (Ariff *et al.* (2012) با استفاده از توابع مفصل دومتغیره، موفق به دست آوردن منحنی IDF شدند. همچنین Samaniego *et al.* (2010) به پیش‌بینی سیلاب در حوضه‌های فاقد ایستگاه هیدرومتری نمودند. پژوهش دیگری نیز توسط Moazami *et al.* (2014) نیز صورت گرفته است. آن‌ها بر روی میزان خطای حاصل از تخمین بارش با استفاده از تصاویر ماهواره‌ای تجزیه و تحلیل عدم قطعیت انجام دادند. همچنین پژوهشی در مورد تخمین مقدار بارش در ایستگاه‌های مفقود توسط (Bárdossy and Pegram (2014 صورت گرفته است. در این پژوهش مقدار داده در ایستگاه مفقود بر اساس ایستگاه‌های مجاور با استفاده از تابع مفصل تخمین زده شد و نتایج این روش با روش‌هایی از جمله نزدیک‌ترین همسایگی، کریژینگ و فازی مقایسه شد که نتایج حاکی از دقت بالای این مدل نسبت به سایر مدل‌های مذکور بود.

در این پژوهش سعی شده که روشی برای درون‌یابی با استفاده از تابع مفصل<sup>۱</sup> ارائه گردد. بدین منظور از داده‌های کیفی مربوط به ۸۷ چاه مشاهده‌ای دشت کرمان و راور استفاده گردید. تابع مفصل ابزاری برای مدل کردن وابستگی چند متغیر تصادفی به‌صورت مستقل از توابع توزیع حاشیه‌ای آن‌ها می‌باشد که در ابتدا توسط Sklar (1959) معرفی گردید. اخیراً تحقیقاتی نیز در زمینه پهنه‌بندی کمی و کیفی آب‌های زیرزمینی به‌وسیله تابع مفصل صورت گرفته است که از جمله آن‌ها می‌توان به پژوهش‌های (Bárdossy (2006)، Bárdossy and Li (2008) و Kaziánka and Pilz (2011) اشاره کرد؛ اما در پژوهش‌های ذکرشده عمدتاً از توابع مفصل خاص مانند تابع مفصل گوسی و با استفاده از روش‌های حل عددی استفاده شده است که علاوه بر محدودیت‌های تابع مفصل گوسی، نیاز به زمان محاسبه نسبتاً زیادی دارد. (Gräler and Pebesma (2011 رویکرد جدیدی برای درون‌یابی به کمک تابع مفصل بر اساس روش ارائه‌شده توسط (Aas *et al.* (2009) برای تبدیل تابع مفصل  $n$  متغیره به  $n(n-1)/2$  تابع مفصل دومتغیره پیش رو قراردادند و پهنه‌بندی

داده است (Mahmoudi et al. 2013).

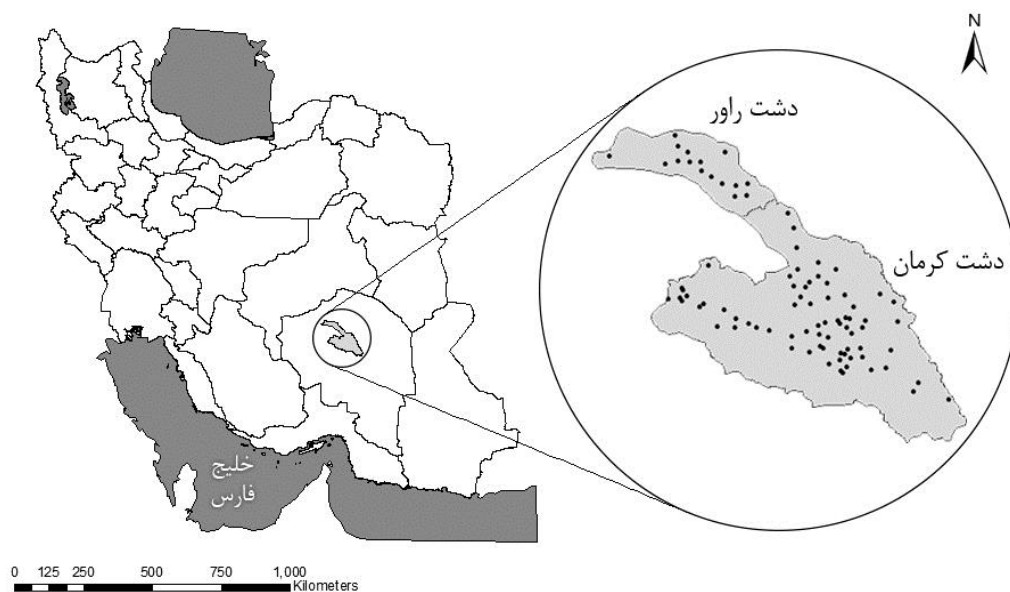
در این تحقیق به منظور بررسی کیفیت آب‌های زیرزمینی دشت کرمان و راور، تعداد ۸۷ چاه مشاهده‌ای انتخاب گردید و غلظت بی‌کربنات موجود در آن‌ها مورد بررسی قرار گرفت. در شکل (۱) موقعیت چاه‌های مشاهده‌ای مورد مطالعه مشاهده می‌گردد. جدول (۲) نیز نشان‌دهنده پارامترهای آماری داده‌های مورد مطالعه می‌باشد. همان‌گونه که مشاهده می‌گردد داده‌های موجود دارای چولگی مثبت نسبتاً بالایی می‌باشند.

کیفیت در دشتهای صوغان، ساردوئیه، دهکهان، بافت، سلطانی، رابر و بزنجان وجود دارد و بدترین کیفیت آب زیرزمینی مربوط به دشتهای راور، سیریز- طغرالجرد، کرمان، رفسنجان، زرنند و سیرجان است. بر اساس مطالعات انجام‌گرفته شوری آب برخی مناطق در دشتهای استان مانند دشت سیرجان، نوق و انار در رفسنجان و سیریز، به حدی بالاست که مشکلات جدی را برای ساکنین این مناطق ایجاد کرده است و حتی حیات گیاهان و جانوران را نیز در معرض خطر جدی قرار

جدول ۱- میزان تخلیه سالانه آب زیرزمینی استان کرمان طی سال‌های ۸۱ تا ۸۹

سال آبی	چاه عمیق		چاه نیمه عمیق		قنات		چشمه	
	تعداد (حلقه)	تخلیه سالانه	تعداد (حلقه)	تخلیه سالانه	تعداد (رشته)	تخلیه سالانه	تعداد (دهنه)	تخلیه سالانه
۸۱-۸۲	۸۷۱۸	۳۸۵۲/۳	۱۲۵۳۱	۱۳۰۷/۸۲	۱۷۲۶	۱۱۶۱/۵	۴۸۰	۱۲۹/۴
۸۲-۸۳	۸۷۱۸	۳۸۵۲/۳	۱۲۵۳۱	۱۳۰۷/۸۲	۱۷۲۶	۱۱۶۱/۵	۴۸۰	۱۲۹/۴
۸۳-۸۴	۸۷۱۱	۳۸۵۲/۳	۱۲۵۳۱	۱۳۰۷/۸۲	۱۷۲۶	۱۱۶۱/۵	۴۸۰	۱۲۹/۴
۸۴-۸۵	۱۱۶۸۹	۴۲۸۴/۱	۱۷۴۸۲	۱۵۷۸/۱	۱۹۲۸	۷۲۶/۳	۱۱۷۲	۱۵۰/۰
۸۵-۸۶	۱۱۶۳۰	۴۲۹۳/۴	۱۷۴۴۵	۱۵۸۶/۷	۱۹۲۷	۷۲۱/۰	۱۱۷۰	۱۵۰/۰
۸۶-۸۷	۱۱۶۴۷	۴۲۹۶/۸	۱۷۴۴۶	۱۵۸۶/۵	۱۹۵۷	۷۳۰/۸	۱۱۷۳	۱۵۰/۶
۸۷-۸۸	۱۱۷۹۰	۴۳۸۸/۸	۱۷۵۴۰	۱۵۹۵/۵	۲۰۲۵	۷۵۶/۲	۱۱۷۳	۱۵۰/۶
۸۸-۸۹	۱۱۶۳۰	۴۲۹۳/۷	۱۷۴۴۵	۱۵۸۶/۵	۱۹۲۷	۷۲۱/۴	۱۱۷۰	۱۵۰/۰

مآخذ: شرکت سهامی آب منطقه‌ای استان کرمان



شکل ۱. موقعیت چاه‌های مشاهده‌ای مورد مطالعه

جدول ۲- پارامترهای آماری غلظت بی‌کربنات در چاه‌های منطقه مورد مطالعه (واحد: میلی‌اکی‌والان بر لیتر)

آماره	کمینه	بیشینه	میانگین	میانه	انحراف معیار	چولگی
مقدار	۱/۲۵	۱۴	۴/۷۶	۳/۶۵	۳/۵۵	۳/۶۲

### تابع مفصل

تابع مفصل در ابتدا توسط اسکالر (۱۹۵۹) به منظور توصیف توابع توزیع در فضای  $[0,1]^n$  که توزیع‌های چندمتغیره را به حاشیه‌های یک متغیره آن ارتباط می‌دهد، بیان شد (Nelsen, 2007). اسکالر بیان کرد که بجای بیان تابع توزیع دو متغیره  $F$  به صورت تابعی از چندک‌ها، می‌توان آن را به صورت تابعی از حاشیه‌ها یا احتمالات تجمعی  $u_i$  و  $u_j$  نوشته شود. همچنین نشان داد که اگر  $F$  کاملاً پیوسته باشد، تابع یک‌ه‌ای به صورت  $C: [0,1]^2 \rightarrow [0,1]$  وجود دارد به نحوی که:

$$C(u_i, u_j) = F(F_i^{-1}(u_i), F_j^{-1}(u_j)) \quad (\text{رابطه ۱})$$

تابع  $C$  را تابع مفصل گویند. این نام به دلیل تأکید بر روشی که توابع توزیع مشترک را به حاشیه‌های تک متغیره آن متصل می‌کند، انتخاب گردیده است. تابع مفصل  $n$ -متغیره به صورت زیر تعریف می‌شود.

$$H(x_1, \dots, x_n) = C(F_1(x_1), \dots, F_n(x_n)) \quad (\text{رابطه ۲})$$

در این رابطه،  $C$  تابع مفصل،  $H$  یک تابع توزیع  $n$ -متغیره و  $F_1$  تا  $F_n$  توابع توزیع حاشیه‌ای یک متغیره آن می‌باشد. در حقیقت، تابع مفصل، یک تابع توزیع  $n$ -متغیره که توابع توزیع حاشیه‌ای آن یکنواخت است، تعریف می‌گردد (Schmidt, 2007).

در حالت دو متغیره و زمانی که تابع توزیع  $H$  به صورت حاصل ضرب توابع توزیع حاشیه‌ای باشد و یا به عبارت دیگر متغیره‌ها به صورت کامل از یکدیگر مستقل باشند، تابع مفصل متناظر با  $H$  به صورت زیر تعریف می‌گردد.

$$\Pi(u_1, u_2) = u_1 \cdot u_2 \quad (\text{رابطه ۳})$$

که  $\Pi$  تابع مفصل حاصل ضرب می‌باشد (Schmidt, 2007). در حالتی که داده‌ها همبستگی کامل مثبت داشته باشند، تابع مفصل مربوط به آن‌ها به صورت زیر می‌باشد و آن را تابع مفصل مینیمم می‌نامند.

$$M(u_1, u_2) = \min(u_1, u_2) \quad (\text{رابطه ۴})$$

که  $M$  تابع مفصل مینیمم می‌باشد. تابع مفصل شرطی دو متغیره به صورت زیر تعریف می‌گردد که تابعی برحسب  $u_1$  به ازای  $U_2 = u_2$  می‌باشد.

$$C(u_1 | u_2) = \lim_{\Delta u_2 \rightarrow 0} \frac{C_\theta(u_1, u_2 + \Delta u_2) - C_\theta(u_1, u_2)}{\Delta u_2} = \frac{\partial}{\partial u_2} C_\theta(u_1, u_2) |_{U_2 = u_2} \quad (\text{رابطه ۵})$$

در این رابطه،  $C$  تابع مفصل می‌باشد. همچنین تابع مفصل  $n$ -متغیره شرطی  $u_1$  به شرط  $u_2 = U_2, \dots, u_n = U_n$  به صورت

زیر بیان می‌شود.

(رابطه ۶)

$$C(u_1 | u_2, \dots, u_n) = \frac{\frac{\partial^n C(u_1, u_2, \dots, u_n)}{\partial u_2 \dots \partial u_n}}{\frac{\partial^{n-1} C(u_2, \dots, u_n)}{\partial u_2 \dots \partial u_n}}$$

در این رابطه،  $u_1$  تا  $u_n$  متغیره‌های حاشیه‌ای می‌باشند. مشابه توابع توزیع دو متغیره، تابع مفصل نیز دارای تابع چگالی است که به صورت زیر بیان می‌گردد.

$$c_{12}(u_1, u_2) = \frac{\partial^2 C(u_1, u_2)}{\partial u_1 \partial u_2} \quad (\text{رابطه ۷})$$

تابع چگالی مفصل  $n$ -متغیره نیز به صورت زیر تعریف می‌شود.

(رابطه ۸)

$$c_{1\dots n}(u_1, \dots, u_n) = \frac{\partial^n C(u_1, \dots, u_n)}{\partial u_1 \dots \partial u_n}$$

بنابراین تابع چگالی مفصل شرطی  $C_{ij|h}$  که  $h = \{1, \dots, n\} \setminus \{i, j\}$  به صورت زیر می‌باشد.

(رابطه ۹)

$$c_{ij|h}(u_1, \dots, u_n) = \frac{\frac{\partial^{n-2} C(u_1, \dots, u_n)}{\partial u_1 \dots \partial u_{i-1} \partial u_{i+1} \dots \partial u_{j-1} \partial u_{j+1} \partial u_n}}{\frac{\partial^{n-2} C(u_1, \dots, u_{i-1}, u_{i+1}, \dots, u_{j-1}, u_{j+1}, \dots, u_n)}{\partial u_1 \dots \partial u_{i-1} \partial u_{i+1} \dots \partial u_{j-1} \partial u_{j+1} \partial u_n}}$$

که پارامترها مشابه رابطه ۹ می‌باشند. تابع مفصل دارای خانواده‌های متعددی است که تعدادی از آن‌ها توسط نلسن (۲۰۰۷) بیان شده‌اند. در این میان توابع مفصل ارشمیدسی<sup>۱</sup> دارای بیشترین کاربرد خصوصاً در علوم هیدرولوژی می‌باشند. دلیل این امر نیز توانایی پوشش همبستگی مثبت و منفی داده‌ها، سهولت ایجاد آن‌ها و همچنین تعداد زیاد این خانواده از تابع مفصل می‌باشد (Serinaldi & Grimaldi, 2007). تابع مفصل ارشمیدسی به صورت زیر بیان می‌گردد (Nelsen, 2007).

(رابطه ۱۰)

$$C_\theta(u_1, u_2) = \phi^{-1} \{ \phi(u_1) + \phi(u_2) \}, \quad 0 < u_1, u_2 < 1$$

در این رابطه،  $\theta, u \in (0,1)$  پارامتر تابع مفصل و  $\phi$  تابع مولد مفصل است که تابعی نزولی، محدب و دارای خواص زیر است.

$$\begin{aligned} \phi: [0,1] &\rightarrow [0, \infty) \\ \phi(0) &= \infty, \quad \phi(1) = 0 \end{aligned} \quad (\text{رابطه ۱۱})$$

به تفصیل در جدول (۳) قابل مشاهده است (Nelsen, 2007). برای برازش یک تابع مفصل به داده‌های  $n$ -متغیره، ابتدا توابع توزیع تک متغیره حاشیه‌ای مناسب به داده‌ها برازش داده می‌شود. سپس مقدار تابع توزیع تجمعی حاشیه‌ای برای آن‌ها محاسبه گردیده و در نهایت بهترین تابع مفصل بر روی داده‌های تبدیل یافته برازش داده می‌شود.

4. Joe

که  $\phi^{-1}$  به صورت  $\phi^{-1}(x) = \sup\{y : \leq x\}$  تعریف می‌شود.

در این پژوهش از ۴ تابع مفصل ارشمیدسی به نام‌های کلایتون<sup>۱</sup>، فرانک<sup>۲</sup>، گامبل<sup>۳</sup> و جو<sup>۴</sup> استفاده گردیده است که

1. Clayton
2. Frank
3. Gumbel

جدول ۳- توابع مفصل ارشمیدسی مورد استفاده در تحقیق حاضر

نام	$C_\theta(u,v)$	تابع مولد $(\phi)$	محدوده پارامتر $(\theta \in \mathbb{R})$
کلایتون	$\max\left(\left[u^{-\theta} + v^{-\theta} - 1\right]^{-1/\theta}, 0\right)$	$\frac{1}{\theta}(t^{-\theta} - 1)$	$[-1, \infty) \setminus \{0\}$
فرانک	$-\frac{1}{\theta} \ln \left( 1 + \frac{(e^{-\theta u} - 1)(e^{-\theta v} - 1)}{(e^{-\theta} - 1)} \right)$	$-\ln \frac{e^{-\theta t} - 1}{e^{-\theta} - 1}$	$(-\infty, \infty) \setminus \{0\}$
گامبل	$\exp\left(-\left[(\ln u)^\theta + (\ln v)^\theta\right]^{1/\theta}\right)$	$(-\ln t)^\theta$	$[1, \infty)$
جو	$\left[ (1-u)^\theta + (1-v)^\theta - (1-u)^\theta (1-v)^\theta \right]^{1/\theta}$	$\ln \left[ 1 - (1-t)^\theta \right]$	$[1, \infty)$

برای هر جفت داده بافاصله  $h + \Delta h$  می‌توان به صورت زیر در نظر گرفت.

$$C_h(u_1, u_2) = P[F_z(Z(x)) < u_1, F_z(Z(x+h)) < u_2] \\ = C(F_z(Z(x)), F_z(Z(x+h))) \quad (\text{رابطه ۱۲})$$

در این رابطه،  $F_z$  تابع توزیع متغیر ناحیه‌ای  $Z$  است که برای تمامی نقاط  $x$  یکسان می‌باشد. در نتیجه وابستگی هر دو نقطه از فضا را که دارای فاصله  $h$  از یکدیگر می‌باشند، می‌توان به وسیله تابع مفصل دومتغیره فوق بیان کرد (Haslauer et. Al., 2010). به منظور توصیف ساختار فضایی، دو شرط دیگر نیز به صورت زیر بایستی اعمال گردد.

۱. به ازای  $\|h\| \rightarrow \infty$  باید  $C_h(u) \rightarrow \Pi^2(u)$ ، نشان‌دهنده آن است که در فواصل زیاد دو متغیر کاملاً از دیگر مستقل می‌باشند.

۲. به ازای  $\|h\| \rightarrow 0$  باید  $C_h(u) \rightarrow M^2(u)$ ، این شرط نیز بیانگر آن است که در فواصل بسیار کم دو متغیر به طور کامل به یکدیگر وابسته‌اند.

با توجه به اینکه با تغییر فاصله، تابع مفصل برازش یافته به داده‌ها تغییر می‌یابد، جهت برازش یک مدل مناسب به داده‌ها ابتدا بر روی فواصل بهترین تابع مفصل برازش داده می‌شود. در

### تابع مفصل و توصیف ساختار متغیرهای فضایی

به منظور توصیف و تحلیل ساختارهای فضایی می‌توان از تابع مفصل به عنوان تابع توزیع دومتغیره برای نقاطی بافاصله مشخص استفاده نمود. بدین منظور لازم است که تابع توزیع حاشیه‌ای که بر متغیرهای ناحیه‌ای برازش یافته برای تمامی نقاط در میدان تصادفی یکسان باشد (Li, 2010). استفاده از روش‌های مرسوم زمین‌آمار این محدودیت را دارد که توابع توزیع حاشیه‌ای حتماً بایستی گاوسی باشد؛ اما در بررسی ساختار فضایی به وسیله تابع مفصل رعایت این شرط الزامی نیست (Bárdossy, 2006). بدین منظور ابتدا تابع توزیع حاشیه‌ای مناسب برای متغیرهای ناحیه‌ای  $Z$  به داده‌ها برازش داده می‌شود. سپس تابع مفصل نیز بر جفت داده‌های بافاصله  $h + \Delta h$  برازش می‌یابد که در آن  $h$  فاصله مکانی دلخواه و  $\Delta h$  دامنه نوسان می‌باشد. اعمال دامنه نوسان با توجه به پراکندگی نامنظم چاه‌ها و اینکه احتمال یافتن چند زوج نمونه بافاصله دقیقاً مساوی بسیار کم است، الزامی است. لازم به ذکر است که شرط متغیر ناحیه‌ای بایستی بر داده‌ها صدق کند. بدین معنی که مقدار متغیرها در هر نقطه از فضا باید مستقل از مختصات آن نقطه باشد (HasaniPak, 2007). در نتیجه تابع مفصل را

یک متغیر تصادفی پیوسته باشد، آنگاه:

$$f(x_1, \dots, x_n) = c_{1..n}(F_1(x_1), \dots, F_1(x_1)) \quad (\text{رابطه ۱۶})$$

$$f_1(x_1) \dots f_n(x_n)$$

در این رابطه،  $f(x_1)$  تا  $f(x_n)$  توابع چگالی حاشیه‌ای متغیر  $X$  می‌باشند. اگر  $f(x_i | x_1, \dots, x_{i-1}, x_{i+1}, \dots, x_n)$  تابع چگالی شرطی متغیر تصادفی باشد، آنگاه طبق قاعده زنجیره‌ای داریم:

(رابطه ۱۷)

$$f(x_1, \dots, x_n) = f_n(x_n) f(x_{n-1} | x_n) f(x_{n-2} | x_{n-1}, x_n) \dots f(x_1 | x_2, \dots, x_n)$$

همچنین با توجه با ویژگی‌های تابع مفصل و قاعده زنجیره‌ای می‌توان بیان داشت که

$$f(x_1, \dots, x_n) = c_{1..n} \{F_1(x_1), \dots, F_1(x_1)\} f_1(x_1) \dots f_n(x_n) \quad (\text{رابطه ۱۸})$$

در این رابطه،  $c_{1..n}$  تابع چگالی مفصل شرطی  $n$ -متغیره می‌باشد. همچنین برای توابع چگالی مفصل شرطی داریم:

(رابطه ۱۹)

$$f(x_1 | x_2) = c_{12} \{F_1(x_1), F_2(x_2)\} f_1(x_1)$$

$$f(x_i | x_1, \dots, x_{i-1}, x_{i+1}, \dots, x_n) = c_{i|k} \{F(x_i | x_{k-j}), F(x_j | x_{k-j})\} f(x_i | x_{k-j})$$

که  $k = \{1, \dots, n\} \setminus i$  و  $x_j$  یک عضو انتخابی از  $x$  و

(رابطه ۲۰)

$$F(x_i | x_k) = \frac{\partial C_{i,j|k} \{F(x_i | x_{k-j}), F(x_j | x_{k-j})\}}{\partial F(x_j | x_{k-j})}$$

در این رابطه،  $C_{i,j|k}$  تابع مفصل شرطی می‌باشد. با استفاده از معادلات فوق می‌توان توابع چگالی مفصل چند متغیره را که در رابطه ۹ مشاهده می‌گردند، با استفاده از توابع چگالی مفصل جفتی محاسبه کرد. ساختار کلی تابع چگالی مفصل ساختار درختی متعارف به صورت زیر می‌باشد (Aas et al. 2009).

(رابطه ۲۱)

$$\prod_{k=1}^n f(x_k) \prod_{j=1}^{n-1} \prod_{i=1}^{n-j} c_{j,j+i|1, \dots, j-1} \{F(x_j | x_1, \dots, x_{j-1}), F(x_{j+i} | x_1, \dots, x_{j-1})\}$$

برای ارزیابی یک نقطه با استفاده از  $n$  نقطه اطراف آن Bárdossy (2006) از تابع مفصل شرطی استفاده نمود و میانه تابع مفصل شرطی را به عنوان برآوردی از تابع توزیع در نقطه مجهول به صورت زیر در نظر گرفت (Bárdossy, 2006).

(رابطه ۲۲)

$$C^{-1}(U_1 | F(x_2), \dots, F(x_{k+1}))|_{U_1=0.5}$$

در این رابطه،  $C^{-1}$  تابع معکوس مفصل می‌باشد. حال اگر  $F$  تابع توزیع متغیر ناحیه‌ای باشد، برآورد نقطه مجهول به صورت معکوس تابع  $F$  در نقطه مجهول می‌باشد (رابطه ۲۴). همچنین

ادامه با طبقه‌بندی فاصله، برای هر طبقه از تابع مفصل ترکیبی که از ترکیب دو تابع مفصل ابتدا و انتهای طبقه فاصله به دست می‌آید، در نظر گرفته می‌شود. همچنین با توجه با شرط‌های ۱ و ۲، توابع مفصل مربوط به نقطه ابتدای طبقه اول  $M$  و تابع مفصل مربوط به نقطه انتهایی طبقه آخر  $\Pi$  در نظر گرفته می‌شود.

(رابطه ۱۳)

$$C_h(u_1, u_2) = \begin{cases} \lambda_1 M(u_1, u_2) + (1 - \lambda_1) C_{1,h}(u_1, u_2) & \text{if } 0 \leq h < h_1 \\ \vdots & \vdots \\ \lambda_i C_{i-1,h}(u_1, u_2) + (1 - \lambda_i) C_{i,h}(u_1, u_2) & \text{if } h_{i-1} \leq h < h_i \\ \vdots & \vdots \\ \lambda_n C_{n-1,h}(u_1, u_2) + (1 - \lambda_n) \Pi(u_1, u_2) & \text{if } h_{n-1} \leq h < h_n \end{cases}$$

که  $\lambda_i$  بر اساس فواصل هر نقطه از کران‌های طبقات به صورت زیر بیان می‌گردد.

$$\lambda_i = \frac{(h_i - h)}{(h_i - h_{i-1})} \quad (\text{رابطه ۱۴})$$

در این رابطه،  $h$  نشان‌دهنده فاصله می‌باشد. Bárdossy (2006) به منظور درون‌یابی داده‌های کیفی آب زیرزمینی از تابع چگالی مفصل گوسی استفاده کرد. رویکرد ارائه‌شده در پژوهش مذکور استفاده از تابع مفصل  $n$ -متغیره بر اساس نزدیک‌ترین  $n$  نقطه به نقطه مجهول بود. با توجه به وجود معادله صریح برای مفصل شرطی گوسی در ابعاد بالا، Bárdossy (2006) تنها از تابع مفصل گوسی و با استفاده از روش‌های حل عددی به منظور درون‌یابی استفاده کرد که علاوه بر محدودیت‌های تابع مفصل گوسی، نیاز به زمان محاسبه نسبتاً زیادی دارد. رویکرد ارائه‌شده در این مقاله بر اساس روش ارائه‌شده توسط Aas et al. (2009) می‌باشد. این روش علاوه بر اینکه زمان محاسبات را کاهش می‌دهد، امکان استفاده از سایر خانواده‌های تابع مفصل نظیر ارشمیدسی را که انعطاف بالایی را دارند، میسر می‌سازد. Aas et al. (2009) روشی به منظور تبدیل تابع مفصل  $n$  متغیره به  $n(n-1)/2$  تابع مفصل دومتغیره ارائه کردند. این رویکرد امکان ترکیب توابع مفصل با خانواده‌های مختلف را فراهم می‌کند. در مقاله فوق از دو نوع ساختار مختلف استفاده گردید که در این پژوهش از مدل موسوم به ساختار درختی متعارف<sup>۱</sup> استفاده گردید که به صورت خلاصه در زیر بیان می‌گردد.

فرض شود که  $X = (x_1, \dots, x_n)$  دارای تابع توزیع مرتبط به مفصل  $C$  به صورت زیر باشد.

$$F(x_1, \dots, x_n) = C(F_1(x_1), \dots, F_n(x_n)) \quad (\text{رابطه ۱۵})$$

که  $F_1$  تا  $F_n$  توابع توزیع حاشیه‌ای بردار  $X$  هستند. اگر  $X$

تمامی دسته‌ها محاسبه گردید که نتایج در جدول ۵ مشاهده می‌گردد. لازم به ذکر است با توجه به این که حداقل فاصله چاه‌ها در محدوده مورد مطالعه ۲/۵ کیلومتر بود، حداقل فاصله برای برازش تابع مفصل، ۳ کیلومتر در نظر گرفته شد.

همان‌گونه که مشاهده می‌گردد از فاصله مکانی ۱۹ کیلومتر و بیش از آن همبستگی خاصی میان داده‌ها مشاهده نمی‌گردد و می‌توان داده‌ها را کاملاً مستقل از هم در نظر گرفت. به همین دلیل برازش تابع مفصل تا فاصله ۱۷ کیلومتر صورت گرفت و برای فواصل بالاتر تابع مفصل  $\Pi$  که نشان‌دهنده استقلال کامل داده‌های یکدیگر می‌باشد، استفاده گردید. در پژوهش حاضر به منظور برازش تابع مفصل مناسب از بسته<sup>۶</sup> *copula* تحت نرم‌افزار آماری R استفاده گردید. این بسته توسط هوفرت<sup>۷</sup> و همکاران ارائه شده است (Hofert et al. 2014). در جدول (۵) بهترین توابع مفصل برازش داده‌شده با استفاده از روش برآورد درست‌نمایی حداکثر و یا  $MLE^A$  و پارامترهای مربوط به آن‌ها مشاهده می‌گردند. لازم به ذکر است که کم بودن شاخص MLE در فاصله ۳ کیلومتر به دلیل کمتر بودن تعداد جفت نقاط نسبت به فاصله‌های بیشتر است که در جدول (۵) تعداد این جفت نقاط مشخص گردیده است.

پس از برازش توابع مفصل، با استفاده از روش پیشنهادی توسط Aas et al. (2009) توابع مفصل پنج متغیره ساخته شدند. در نهایت اقدام به تهیه نقشه میانه و مقدار متوسط داده‌ها گردید که این نقشه‌ها در شکل (۲) مشاهده می‌گردند.

به منظور مقایسه روش پیشنهادی با سایر روش‌های متداول، دقت مدل با روش‌های کریگینگ و روش معکوس فاصله موزون یا به اختصار IDW مقایسه گردید. روش IDW مقدار متغیر را در نقطه مجهول بر اساس وزن‌دهی به نقاط اطراف محاسبه می‌کند که این وزن بر اساس معکوس فاصله نقاط معلوم تا نقطه مجهول محاسبه می‌گردد. روش کریگینگ نیز بر اساس محاسبه تغییر نما<sup>۸</sup> به دست آمده از داده‌های معلوم، مقدار متغیر را در نقطه مجهول محاسبه می‌کند. جدول (۶) نیز نشان‌دهنده دقت روش‌های مختلف با توجه به معیار RMSE و MAE و  $R^2$  می‌باشد. لازم به ذکر است که در پژوهش حاضر، مدل برتر واریوگرام در روش کریگینگ، مدل دایره‌ای با ضریب ۱/۳۶ انتخاب گردید.

تخمین نقطه‌ای مقدار متوسط از مقدار نامشخص با استفاده از رابطه ۲۴ قابل محاسبه است (Bárdossy, 2006).

$$Z_{median}(x_1) = F^{-1}\left(C_{k+1}^{-1}\left(0.5 | F(x_2), \dots, F(x_{k+1})\right)\right) \quad (\text{رابطه } 23)$$

$$Z_{mean}(x_1) = \int_0^1 F^{-1}(u) c(u | F(x_2), \dots, F(x_{k+1})) du \quad (\text{رابطه } 24)$$

در این رابطه،  $F^{-1}$  معکوس توابع توزیع حاشیه‌ای می‌باشد.

### معیارهای اعتبارسنجی

به منظور اعتبارسنجی دقت روش‌های مورداستفاده در پهنه‌بندی کیفیت آب منطقه از معیارهای جذر میانگین مربعات خطا<sup>۱</sup> (RMSE)، میانگین قدر مطلق خطا<sup>۲</sup> (MAE) و ضریب همبستگی ( $R^2$ ) استفاده شد که مقادیر آن‌ها به ترتیب به صورت زیر می‌باشد.

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (X_i - Y_i)^2}{n}} \quad (\text{رابطه } 25)$$

$$MAE = \frac{\sum_{i=1}^n |X_i - Y_i|}{n} \quad (\text{رابطه } 26)$$

$$R^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})(X_i - \bar{X})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2} \sqrt{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}} \quad (\text{رابطه } 27)$$

که در آن  $X_i$  و  $Y_i$  به ترتیب  $i$  مین داده‌های مشاهداتی و محاسباتی و  $n$  تعداد داده‌ها می‌باشند.

### نتایج و بحث

به منظور ایجاد تابع مفصل فضایی، بهترین تابع توزیع حاشیه‌ای بر داده‌ها برازش داده شد. بهترین تابع توزیع حاشیه‌ای بر اساس سه آزمون کلموگروف-اسمیرنوف<sup>۳</sup>، آندرسون-دارلینگ<sup>۴</sup> و کای اسکوئر<sup>۵</sup> انتخاب گردید. نتایج مربوط به این آزمون‌ها در جدول (۴) مشاهده می‌گردد.

در نتیجه با توجه به نتایج جدول (۴) تابع بور با پارامترهای شکل ۰/۵۲ و ۴/۸۳ و همچنین پارامتر مقیاس ۳/۱۸ به عنوان تابع توزیع برتر انتخاب گردید. سپس برای فواصل مشخص جفت چاه‌ها جدا و ضریب همبستگی پیرسون برای

1. Root Mean Square Error
2. Mean Absolute Error
3. Kolmogorov-Smirnov
4. Anderson-Darling
5. Chi-Squared

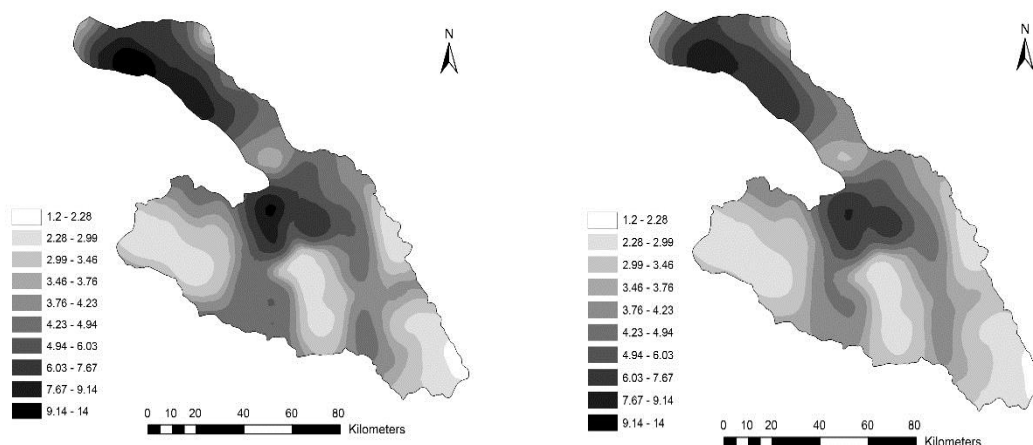
6. Package  
7. Hofert  
8. Maximum Likelihood Estimation  
9. Variogram

جدول ۴. نتایج مربوط به سه آزمون کلموگروف-اسمیرنوف، آندرسون-دارلینگ و کای اسکوتر برای انتخاب بهترین تابع توزیع حاشیه‌ای

تابع توزیع حاشیه‌ای	مقدار آماره در آزمون کلموگروف-اسمیرنوف	مقدار آماره در آزمون آندرسون-دارلینگ	مقدار آماره در آزمون کای اسکوتر
بور سه متغیره	۰/۰۶۷۷	۰/۲۲۶۹	۸/۲۲۴
بور چهار متغیره	۰/۰۶۸۹	۰/۲۲۸۰	۸/۲۴۰۶
لوگ لوجستیک	۰/۰۷۰۲	۰/۲۸۰۳	۹/۳۹۸۴

جدول ۵- توابع مفصل مربوط به فواصل مختلف و پارامترهای آن

فاصله (کیلومتر)	تعداد جفت چاه	ضریب همبستگی پیرسون	تابع مفصل	مقدار شاخص MLE	پارامتر تابع مفصل ( $\theta$ )
۳	۱۲	۰/۶۷۳	فرانک	۸/۳۷	۶/۴۲۶
۵	۵۶	۰/۶۴۴	جو	۱۰/۸۵	۲/۹۳۵
۷	۹۵	۰/۶۳۱	فرانک	۱۹/۶۴	۵/۲۵۴
۹	۱۱۹	۰/۴۸۳	فرانک	۱۶/۶۵	۴/۳۷۶
۱۱	۱۴۱	۰/۳۲۷	فرانک	۱۱/۸۳	۳/۴۴۸
۱۳	۱۲۹	۰/۲۳۴	فرانک	۶/۲۲	۲/۶۰۰
۱۵	۱۵۸	۰/۲۲۹	جو	۳/۱۴	۱/۴۳۳
۱۷	۱۶۱	۰/۱۴۱	جو	۳/۰۵	۱/۲۴۱
۱۹	۱۷۳	۰/۰۰۴	مستقل	-	-
۲۱	۱۳۶	۰/۰۰۹	مستقل	-	-



شکل ۲- نقشه پهنه‌بندی کیفی آب‌های زیرزمینی دشت با استفاده از تابع مفصل، سمت راست بر اساس میانه و سمت چپ بر اساس میانگین

همان‌گونه که در جدول (۶) مشاهده می‌گردد، توابع مفصل علی‌الخصوص با استفاده از میانه توانایی بیشتری را در پهنه‌بندی کیفی آب زیرزمینی نسبت به دو روش کریگینگ و IDW بروز دادند. از مهم‌ترین دلایل این امر می‌توان به امر توانایی برازش بهترین تابع توزیع حاشیه‌ای بر داده‌ها می‌باشد که در مدل کریگینگ بدین گونه نیست. همچنین توانایی بیان همبستگی بین داده‌ها در چندک‌های مختلف به‌صورت جداگانه و همچنین حساسیت بسیار کمتر نسبت به داده‌های پرت از

جدول ۶- مقدار خطای مربوط به روش‌های مختلف

مدل	MAE	RMSE	$R^2$
تابع مفصل (میانه)	۰/۶۹	۰/۹۵	۰/۷۱
تابع مفصل (میانگین)	۰/۸۶	۱/۰۹	۰/۶۷
کریگینگ	۰/۹۳	۱/۱۵	۰/۶۳
کریگینگ (با تبدیل پاکس کاکس)	۰/۹۲	۱/۱۳	۰/۶۸
کریگینگ (با تبدیل لگاریتمی)	۰/۸۲	۱/۰۸	۰/۶۷
IDW	۱/۱۲	۱/۲۸	۰/۶۱



مهم‌ترین نکاتی که بایستی رعایت گردد، مسئله عدم وجود چولگی در داده‌ها و به‌عبارت‌دیگر گاوسی بودن آن‌ها می‌باشد که در طبیعت مشاهده می‌گردد. در پژوهش حاضر پهنه‌بندی کیفی آب زیرزمینی به کمک تابع مفصل موردبررسی قرار گرفت و نتایج حاصل از این روش با روش‌های کریگینگ و IDW مقایسه گردید. با توجه به چولگی مثبت داده‌ها مدل کریگینگ حتی باوجود استفاده از تبدیل‌های لگاریتمی و باک کاکس<sup>۱</sup> دقت کمتری را نسبت به مدل تابع مفصل دارا می‌باشد. علاوه بر موارد فوق ویژگی مهم دیگر تابع مفصل که در مطالعات پهنه‌بندی و درون‌یابی می‌تواند موردتوجه قرار گیرد، ارائه مجزای همبستگی برای چندک‌های مختلف داده‌هاست. ویژگی‌های فوق بیانگر توانایی تابع مفصل به‌عنوان جایگزینی برای روش‌های مرسوم زمین‌آمار می‌باشد. با توجه به نتایج حاصله از این تحقیق می‌توان به توانایی تابع مفصل در پهنه‌بندی کیفی آب زیرزمینی پی برد که صحت این امر با عنایت به یافته‌های حاصل از پژوهش سایر محققین مورد تأیید قرار می‌گیرد.

1. Box-Cox

## REFERENCES

- Aas, K., Czado, C., Frigessi, A. and Bakken, H. (2009). Pair-copula constructions of multiple dependence. *Insurance: Mathematics and Economics*. 44(2), 182-198.
- Ariff, N. M., Jemain, A. A., Ibrahim, K. and Wan Zin, W.Z. (2012). IDF relationships using bivariate copula for storm events in Peninsular Malaysia. *Journal of Hydrology*. 470(1), 158-171.
- Bárdossy, A. and Li, J. (2008). Geostatistical interpolation using copulas. *Journal of Water Resources Research*. 44(7), 1-15.
- Bárdossy, A. (2006). Copula-based geostatistical models for groundwater quality parameters. *Journal of Water Resources Research*, 42(11), 1-12.
- Bárdossy, A. and Pegram, G. (2014). Infilling missing precipitation records – A comparison of a new copula-based method with other techniques. *Journal of Hydrology*. 519, Part A(0): 1162-1170.
- Gräler, B. and Pebesma, E. (2011). The pair-copula construction for spatial data: a new approach to model spatial dependency. *Procedia Environmental Sciences*. 7(1), 206-211.
- HasaniPak, A. (2007). Geostatistic. Tehran University Press, 341pp.
- Haslauer, C. P., Li, J. and Bárdossy, A. (2010). Application of copulas in geostatistics. In tkinson PM and Lloyd CD (Eds.). *geoENV VII-Geostatistics for Environmental Applications*. Springer pp. (395-404)
- Hofert, M., Yan, J. and Maechler, M.M. (2014). Package 'copula'. R Package Manual.
- Kazianka, H. and Pilz, J. (2011). Bayesian spatial modeling and interpolation using copulas. *Journal of Computers & Geosciences*. 37(3), 310-319.
- Li, J. (2010). Application of copulas as a new geostatistical tool, University of Stuttgart. Ph.D. Dissertation.
- Mahmoudi, Z. F., Nasirimehr, S. and Tahmasbipour, N. (2013). The importance and role of water resources management in Kerman province. In: Proceedings of 12<sup>th</sup> conference on irrigation and evaporation reduce. Shahid Bahonar university of Kerman. Kerman. Iran. (In Farsi)
- Moazami, S., Golian, S., Kavianpour, M. R. and Hong, Y. (2014). Uncertainty analysis of bias from satellite rainfall estimates using copula method. *Atmospheric Research*. 137(0): 145-166.
- Nelsen, R. B. (2007). An introduction to copulas. 2<sup>nd</sup> Ed. Springer.
- Omidi, M., Mohammadzade, M. and Mordid, S. (2010). Probabilistic analysis of drought severity in Tehran province using copula. *Journal of Soil and Water Research*. 41(1): 95:101.
- Reddy, M.J. and Ganguli, P. (2012). Bivariate flood frequency analysis of upper Godavari River Flows using Archimedean copulas. *Journal of Water Resources Management*. 26(14), 3995-4018.
- Samaniego, L., Bárdossy, A. and Kumar, R. (2010). Streamflow prediction in ungauged catchments using copula-based dissimilarity measures. *Journal of Water Resources Research*, 46(2), 1-22.

دلایل دیگر بالاتر بودن دقت مدل مذکور می‌باشد. نتایج حاصل از این تحقیق نشان‌دهنده دقت بالای روش تابع مفصل نسبت به روش‌های کریگینگ و IDW است که با نتایج تحقیقات محققین از جمله (Bárdossy (2006)، Li و Gräler and (2010) و Pebesma (2011) همسو می‌باشد.

## نتیجه‌گیری

در بررسی‌های زمین‌آمار، یکی از مهم‌ترین مشکلات پیش رو عدم امکان بررسی وابستگی پارامترها در مقادیر مختلف و یا به عبارتی چندک‌های مختلف داده‌هاست. از طرفی نیاز به داده‌هایی با توزیع گاوسی که در طبیعت کمتر یافت می‌شود، به مشکلات آن می‌افزاید. رویه پیش رو در این تحقیق، مشکلات ذکرشده را برطرف می‌کند. تابع مفصل با توجه به اینکه نسبت به تبدیل‌های یکنواخت حاشیه‌ای تغییر نمی‌کند و به‌طور کامل وابستگی احتمالاتی را بیان می‌کند، می‌تواند در این زمینه مورد استفاده قرار گیرد. همچنین حساسیت کمتر تابع مفصل به داده‌های پرت نسبت به مدل کریگینگ از دیگر مزایای این روش می‌باشد. در پهنه‌بندی با استفاده از روش کریگینگ یکی از

- Schmidt, T. (2007). Coping with copulas. In: Rank J (Ed.). Copulas-From Theory to Application in Finance. Risk Books. (pp. 3-34).
- Serinaldi, F., Grimaldi, S. (2007). Fully nested 3-copula: procedure and application on hydrological data. *Journal of Hydrologic Engineering*. 12(4), 420-430.
- Shahidasht, A. and Abbasnejad, A. (2013). Provide guidelines for groundwater resources management in Kerman Province. *Journal of Applied Geology*. 7(2), 131-146 (In Farsi)
- Sklar, A. (1959). Fonctions de répartition à n dimensions et leurs marges. Université Paris.
- Wong, G., Lambert, M. F., Leonard, M. and Metcalfe, A. V. (2009). Drought analysis using trivariate copulas conditional on climatic states. *Journal of Hydrologic Engineering*. 15(2), 129-141.