تحقیقات آب و خاک ایران، دورهٔ ۴۷، شمارهٔ ۲، تابستان ۱۳۹۵ (ص ۳۱۷-۳۰۷)

مدل سازی سطح آب در آبخوان بین دو کانال با استفاده از روش Differential Quadrature

داود مشیر پناهی[۱] ، سیدحامد معراجی[۲]*، دکتر عباس قاهری[۳]

۱. دانشجوی دکتری مهندسی آب، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران

۲. استادیار دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه خلیج فارس، بوشهر

۳. استاد دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران

(تاریخ دریافت: ۱۳۹۴/۲/۱- تاریخ تصویب: ۱۳۹۴/۱۰/۵)

چکیده

تعیین موقعیت هندسی سطح آب در پروژه‌ها و زمین‌های کشاورزی از دیرباز مورد توجه ویژه محققین و مهندسین بوده است. این امر معمولاً با ساده‌سازی معادلات حاکم بر جریان در محیط متخلخل و حل تحلیلی آنها و یا با بکاربردن روش‌های عددی مانند تفاضلات محدود و حل معادله دیفرانسیل غیرخطی بوزینسک انجام شده است. در این تحقیق از روش عددی Differential Quadrature که در سایر زمینه‌های علمی مانند مکانیک جامدات توسعه یافته، جهت تعیین عمق سطح ایستابی بین دو کانال آبیاری موازی در یک آبخوان با کف ناتراوا (مسطح و شیبدار) در حضور و عدم حضور تغذیه سطحی بکار رفته است. سپس نتایج حاصل از آن با نتایج حل تحلیلی و حل عددی به روش تفاضلات محدود مقایسه شده که نتایج رضایت بخشی از این قیاس بدست آمده است. از مزایای این روش، تعداد به‌مراتب کمتر گره‌های شبکه بدون از دست دادن دقت مسئله و در نتیجه کاهش زمان محاسبات و هزینه می‌باشد.

واژه‌های کلیدی: معادله بوزینسک، مدل‌سازی عددی، سطح آب، DQM

مقدمه

کانالها یکی از سازه‌های پرکاربرد برای انتقال آب جهت کشاورزی است. معمولاً در این کانال‌ها، به دلیل نوع مصالح (خاکی، سنگی) و یا به علت تخریب پوشش در دیواره و کف (کانال‌های بتنی)، آب به داخل زمین و آبخوان زیرین نشت می‌کند و باعث افزایش تراز سطح اولیه آبخوان می‌گردند. عامل مؤثر دیگر در افزایش تراز سطح آب زیرزمینی، تغذیه سطحی در منطقه می‌باشد. افزایش تراز آب می‌تواند تا آنجا ادامه یابد که سطح آب به سطح زمین برسد و منطقه کشاورزی را مستغرق و باتلاقی نماید و سبب می‌شود که زمین‌های کشاورزی قابلیت کشت را از دست دهند. اما در مناطقی با آب و هوای نیمه‌خشک و خشک که معمولاً لایه‌های شوری در عمق خاک وجود دارند، این مسئله اهمیت بیشتری می‌یابد. دلیل این امر این است که با افزایش سطح آب و عدم کنترل آن، لایه‌های شور به نزدیکی سطح زمین و یا سطح زمین می‌رسند که باعث تهدید جدی برای کشاورزی و حاصلخیزی در منطقه می‌گردد. نتیجه‌ی تمام عوامل ذکر شده، تخریب زمین‌های زراعی و کشاورزی و لطمه به اقتصاد منطقه می‌باشد که مطمئناً با عواقب اجتماعی، اقتصادی و زیست‌محیطی شدیدی همراه می‌باشد. جبران این لطمات و تأثیرات سوء، نیازمند صرف هزینه زیاد و وقت طولانی می‌باشد. لذا مطلوب‌تر آن است، که بجای برطرف نمودن عوارض، پیش از بهره‌برداری، اثرات این کانال‌ها و تغذیه سطحی بر روی سطح آب آبخوان، مورد مطالعه و بررسی قرار گیرد تا بتوان از ایجاد عوارض ناشی از صعود تراز آب جلوگیری کرد. محققین زیادی با توجه به اهمیت موضوع، این مسئله را مورد بررسی قرار داده‌اند. (Mustafa,1987) اثرات وجود دو کانال انتقال آب و تغذیه سطحی را بر روی سطح آب در آبخوان شیب‌دار با بکار بردن تبدیلات لاپلاس بررسی نمود. Sewat *et al* (1992) حل تحلیلی معادله بوزینسک را در آبخوان شیب‌دار که تحت تأثیر تغذیه سطحی یکنواخت را مورد بررسی قرار دادند و نتایج حاصل را با داده‌های آزمایشگاهی مقایسه نمودند و به تطابق خوبی دست یافتند. در ادامه، Sewat *et al* (1994) تحقیق قبلی خود را مورد بازنگری قرار دادند که حاصل آن ارائه راه حل تحلیلی دقیق‌تری در مقایسه با تحقیق قبلی بوده است. Sing *et al* (1992) روش حل تحلیلی معادله خطی شده بوزینسک را با استفاده از بسط توابع ویژه و مقادیر ویژه برای تعیین سطح آب در آبخوان در اثر توابع مختلف تغذیه ارائه نمودند. آنان برای اثبات صحت حل ارائه شده مسائلی را که به روش‌های دیگر تحلیلی مورد بررسی قرار گرفته بودند، مجدداً با استفاده از روش خود مورد بررسی قرار دادند. Manglik *et al*

* نویسنده مسئول: h.meraji@pgu.ac.ir

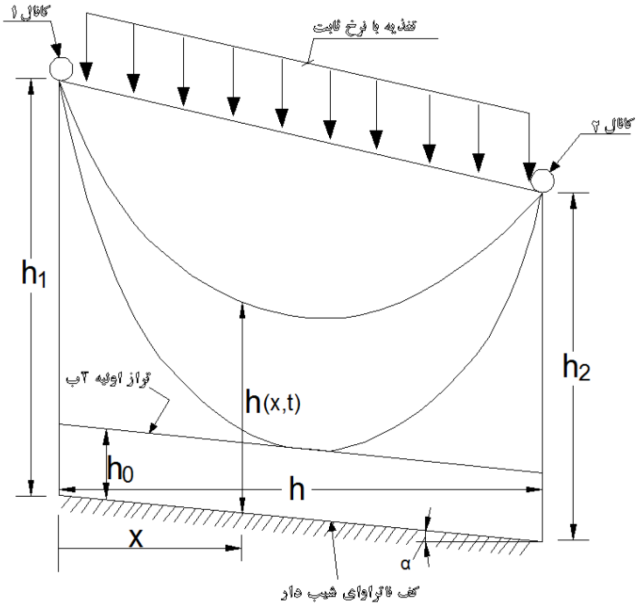
(1997) نیز به بررسی تغییرات سطح آب در یک آبخوان مستطیلی و حل معادلات حاکم با روش تحلیلی پیشنهادی پرداخته‌اند. Upadhyaya and Chauhan (2001) تحقیقی را برای تعیین سطح آب بین دو کانال انتقال آب در آبخوان با کف ناتراوای افقی که تحت اثر تغذیه سطحی متغیر قرار دارد، بررسی نموده‌اند. در این تحقیق یک روش تحلیلی جهت حل مسئله پیشنهاد شده و نتایج را با آنچه که تحقیق Mustafa (1987) ارائه داده بود مقایسه نمودند. مقایسه نشان دهنده کارایی مناسب روش ارائه شده می‌باشد. در ادامه Upadhyaya and Chauhan (2002) تلاش مجددی را برای تکمیل تحقیقات خود در رابطه با تعیین سطح آب بین دو کانال انتقال آب در آبخوان (افقی و یا شیب‌دار) که تحت اثر تغذیه سطحی یکنواخت قرار دارد، انجام دادند. در این تحقیق علاوه بر تکمیل روش حل تحلیلی معادلات خطی شده بوزینسک و ارائه آن برای آبخوان با کف ناتراوای افقی و شیب‌دار تحت اثر تغذیه یکنواخت، حل عددی معادله غیر خطی بوزینسک به روش تفاضلات محدود نیز ارائه شده است.

روش DQM[1]، امروزه به‌عنوان روش عددی قدرتمند در حوزه‌های مختلف علوم مهندسی مطرح می‌باشد. Bellman and Casti (1971)، این روش را با الهام از ایده انتگرال کوادراچر ابداع نمودند. این روش با حفظ دقت در تعیین نتایج به نسبت روش‌های عددی رایج، از تعداد به مراتب کمتری گره در شبکه مسئله سود می‌برد که این مطلب باعث کاهش چشمگیر زمان اجرا و تلاش محاسباتی در تعیین جواب‌های مسائل می‌گردد. DQM در زمینه‌های مختلف علمی توسعه یافته است. در مکانیک خاک می‌توان به تحقیق Chen *et al* (1971) جهت تعیین میزان تحکیم در خاکهای چند لایه اشاره نمود. در مکانیک سیالات می‌توان به تحقیقات Hashemi *et al* (2005,2007) اشاره نمود که در آنها با استفاده از DQM، معادلات حاکم بر جریان در کانال باز را در حالت جریان غیردائمی و شبیه‌سازی عددی امواج ساحلی را انجام داده‌اند. تحقیق دیگری که در حیطه آب زیرزمینی انجام شده است، مربوط به تعیین پروفیل سطح آب در یک قنات می‌باشد که پس از مقایسه نتایج بدست آمده از روش DQ با مقادیر اندازه‌گیری شده صحرایی، نتیجه گرفته شد که روش DQM به خوبی می‌تواند در این زمینه نیز بکار گرفته شود (Robati and Barani, 2009). در تحقیق حاضر روش DQM جهت شبیه‌سازی سطح آب بین دو کانال انتقال آب در آبخوان با کف نفوذناپذیر (افقی یا شیب‌دار) و تحت اثر تغذیه سطحی یکنواخت توسعه داده شده است. مسئله و شرایط حاکم مورد نظر مشابه آنچه که Upadhyaya and Chauhan (2002) در نظر گرفته‌اند، می‌باشد؛ بنابراین در تحقیق حاضر، نتایج روش DQM با نتایج تحقیق این مقاله مرجع که حاصل از دو روش حل تحلیلی معادله خطی شده بوزینسک و حل عددی معادله بوزینسک به روش تفاضلات محدود است، مورد مقایسه و بررسی قرار گرفته است. نتایج نشان دهنده دقت بسیار بالای روش DQM در حل اینگونه مسائل. همچنین نتایج نشان‌دهنده این است که روش DQM می‌تواند با شبکه با گره‌های کم نیز می‌تواند به جوابهای قابل قبولی دست یابد هرچند که با افزایش تعداد گره‌ها، دقت جوابها نیز افزایش می‌یابد. شبکه با تعداد گره کمتر، بر سرعت حل می‌افزاید که این خود بر کارایی روش DQM می‌افزاید.

1. Differential Quadrature Method

مواد و روش‌ها

در یک منطقه که اراضی آن دارای کاربری کشاورزی می‌باشند، آبیاری اراضی و یا انتقال آب توسط کانال‌های آبیاری باعث تغییر تراز آب زیرزمینی می‌گردد. در شکل (۱) آبخوانی نشان داده شده است که در سطح آن دو کانال انتقال آب موازی به فاصله‌ی L از یکدیگر احداث شده و از طریق نفوذ آب ناشی از آبیاری سطح نیز تغذیه می‌شود. در این آبخوان سطح آب به طور طبیعی در تراز اولیه‌ای با ارتفاع h_0 از کف ناتراوا (افقی یا شیب‌دار) قرار گرفته است.



شکل ۱- آبخوان شیب‌دار واقع شده بر روی کف ناتراوا

اما پس از انتقال آب از کانال‌ها و آبیاری سطحی، سطح آب در آبخوان مرتباً افزایش می‌یابد. این مقدار افزایش به نرخ

تغذیه از سطح، مدت زمان تغذیه سطحی، تأثیر نشت از کانال‌ها و شیب‌های مختلف کف ناتراوای آبخوان بستگی دارد. در انجام این مطالعه فرضیات زیر در نظر گرفته شده است:

۱- آبخوان همگن، همسو و نامحدود و سیال تراکم ناپذیر منظور شده است.

۲- از صعود موییننگی صرف نظر شده است.

۳- در حل معادلات جریان از معادله‌ی بوزینسک و اعمال فرض دوپویی- فورشهایمر استفاده شده‌است.

با توجه به شکل (۱) و فرضیات فوق، معادله حاکم برای تعیین سطح آب در آبخوان، معادله دیفرانسیل یک بعدی غیرخطی مرتبه دوم بوزینسک می‌باشد که به صورت زیر بیان می‌شود:

$$h\frac{\partial^2 h}{\partial x^2}+\left(\frac{\partial h}{\partial x}\right)^2-\alpha\frac{\partial h}{\partial x}+\frac{R}{K}=\frac{S_{ya}}{K}\frac{\partial h}{\partial t} \quad \text{(رابطه ۱)}$$

در رابطه‌ی فوق h= ارتفاع آب از کف ناتروا بر حسب متر، x= فاصله از مبدأ (یکی از کانال‌ها) بر حسب متر، L= فاصله‌ی بین دو کانال بر حسب متر، α =شیب کف ناتراوا، K= ضریب هدایت هیدرولیکی بر حسب متر بر ثانیه، S_{ya}= ضریب آبدهی ویژه[1] آبخوان و R=تغذیه سطحی در واحد سطح بر حسب متر بر ثانیه می‌باشند.

همچنین با توجه به شکل (۱) شرایط مرزی حاکم بر رابطه ۱ به صورت روابط ۴-۲ خواهد بود:

$$h(x,0)=h_0 \ \ at \ \ 0<x<L \quad \text{(رابطه ۲)}$$

$$h(0,t)=h_1 \ ;t>0 \quad \text{(رابطه ۳)}$$

$$h(L,t)=h_2 \ ;t>0 \quad \text{(رابطه ۴)}$$

برای حل تحلیلی رابطه ۱ به دلیل غیرخطی بودن، ابتدا باید این معادله را بوسیله تغییر متغیری خطی‌سازی نمود و سپس حل تحلیلی را برای آن ارائه کرد. یکی از تغییر متغیرهای رایج در چنین معادلاتی روش Werner می‌باشد. در این روش متغیر z با رابطه $z = h_2\text{-}h0_2$ در معادله قرار داده می‌شود. با اعمال این تغییر متغیر در رابطه ۱ و صرف‌نظر از ترم $(\frac{\partial^2 h}{\partial x^2})$، رابطه ۱ و شرایط مرزی آن به صورت روابط ۸-۵ خطی سازی و بازنویسی می‌شوند (Upadhyaya and Chauhan, 2002).

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}-\frac{\alpha}{D}\frac{\partial z}{\partial x}+Q=\frac{1}{a}\frac{\partial z}{\partial t} \quad \text{(رابطه ۵)}$$

$$z(x,0)=z_0=0 \ \ at \ \ 0<x<L \quad \text{(رابطه ۶)}$$

$$z(0,t)=z_1=h_1^2-h_0^2 \ \ ;t>0 \quad \text{(رابطه ۷)}$$

$$z(L,t)=z_2=h_2^2-h_0^2 \ ;t>0 \quad \text{(رابطه ۸)}$$

در رابطه ۵، $a=KD/S_{ya}$ است که در آن پارامتر D عمق مشخصه برای خطی‌سازی (عمق متوسط جریان) می‌باشد. همچنین $Q=2R/K$ است که فرم بدون بعد تغذیه از سطح است. در این مرحله با توجه به شباهت فرآیند جریان آب در محیط متخلخل با مسائل انتقال حرارت Upadhyaya and Chauhan (2002) برای رابطه ۵، موفق به ارائه جواب‌های تحلیلی برای آبخوان با کف ناتراوای افقی و شیب‌دار در حالات دائمی و غیردائمی شدند که در این تحقیق از آنها جهت مقایسه نتایج استفاده می‌شود.

راه دیگر حل معادله دیفرانسیل غیرخطی بوزینسک علاوه بر روش تحلیلی، حل عددی این معادله می‌باشد. برای حل عددی معادله (۱) و شرایط مرزی حاکم بر آن را می‌توان با تغییر متغیرهای $X=x/L$، $H=h/h_2$ و $T=\left(k\,t\,h_2/S_{ya}L^2\right)$ به صورت رابطه ۹ و یا ۱۰ بی‌بعد نمود و معادلات مربوط به شرایط مرزی نیز به‌صورت روابط ۱۳-۱۱ بدست می‌آیند.

$$H\frac{\partial^2 H}{\partial X^2}+\left(\frac{\partial H}{\partial X}\right)^2-A\left(\frac{\partial H}{\partial X}\right)+\left(\frac{QL^2}{2h_2^2}\right)=\frac{\partial H}{\partial T} \quad \text{(رابطه ۹)}$$

و یا

$$\frac{1}{2}\frac{\partial^2 H^2}{\partial X^2}-A\left(\frac{\partial H}{\partial X}\right)+\left(\frac{QL^2}{2h_2^2}\right)=\frac{\partial H}{\partial T} \quad \text{(رابطه ۱۰)}$$

$$H(X,0)=\frac{h_0}{h_2} \ \ at \ \ T=0 \ \ for \ \ 0<X<1 \quad \text{(رابطه ۱۱)}$$

$$H(0,T)=\frac{h_1}{h_2} \ \ at\ T>0 \ \ for \ \ X=0 \quad \text{(رابطه ۱۲)}$$

$$H(1,T)=\frac{h_2}{h_2}=1 \ \ at \ \ T>0 \ \ for \ \ X=1 \quad \text{(رابطه ۱۳)}$$

که در آن $A=\alpha L/h_2, Q=2R/K$ می‌باشند.

Upadhyaya and Chauhan (2002) توانستند حل معادله ۱۰ را با استفاده از روش تفاضلات محدود، با موفقیت به انجام رسانند که از آن نیز جهت مقایسه با نتایج تحقیق حاضر استفاده می‌شود. آنها فرض کردند که آبخوان دارای خاک با مشخصات هیدرودینامیکی شامل S_{ya}=0.3، تغذیه سطحی در دو حالت Q=0 و Q=0.00002 و $a=KD/S_{ya}=12000$ می‌باشند.

معرفی روش Differential Quadrature

همانگونه که پیش‌تر بیان شد DQM که در واقع یک روش گسسته سازی عددی برای تقریب مقادیر مشتقات می‌باشد، توسط Bellman and Casti (1971) ابداع گردید. در این روش

1. Specific yield

مشتق در یک راستا به‌صورت حاصل جمع وزنی از تمام مقادیر تابع در آن راستا بدست می‌آید. تعیین این ضرایب وزنی، کلیدی‌ترین مرحله در روش DQM می‌باشد. برای تعیین این ضرایب وزنی در ابتدا Bellman و همکارانش دو روش را ارائه نمودند (مرجع). روش اول شامل حل یک دستگاه معادلات جبری می‌باشد که در آن موقعیت گره‌ها را می‌توان به‌صورت دلخواه انتخاب نمود، اما زمانی تعداد گره‌ها زیاد باشد (بیشتر از ۱۳)، ماتریس دستگاه معادلات تشکیل شده بد وضع می‌گردد که حل این دستگاه معادلات بسیار مشکل است. در روش دوم ارائه شده توسط Bellman از یک فرمول ساده جبری استفاده می‌گردد، اما نکته‌ای که در روش دوم وجود دارد، موقعیت نقاط شبکه‌بندی می‌باشد که می‌بایست از ریشه‌های چند جمله تغییر یافته لژاندر استفاده شود. به دلیل محدودیت‌های روش Bellman در تعیین ضرایب وزنی، محققین همواره به فکر بسط و توسعه این روش بودند. Shu and Richards (1990) روش جدیدی را با استفاده توأم از تقریب چند جمله‌ای‌ها و خواص آنها با تحلیل بردار خطی فضایی برای تعیین این ضرایب وزنی ارائه نمودند. سپس این روش را به‌گونه‌ای توسعه دادند که هیچ‌گونه محدودیتی از نظر تعداد گره‌ها و ابعاد مش بندی مورد استفاده در آن وجود نداشته باشد و به‌راحتی بتوان ضرایب وزنی مربوط به هر نوع مسئله را تعیین نماید (Shu, 2000).

در این روش مشتق مرتبه‌ی n ام تابع $f(x)$ در گره ی i ام به صورت رابطه ۱۴ محاسبه می‌گردد.

(رابطه ۱۴)

$$f^{n}(x_i)=\sum_{j=1}^{N} w_{i,j}^{n}.f(x_j) \quad ,for\ i=1,2,...,n$$

که در آن $w_{i,j}^{n}$ ضرایب وزنی و $f(x_j)$ مقدار تابع در نقطه x_j و $f^{n}(x_i)$ مقدار مشتق در نقطه x_i می‌باشد. Shu (2000) با در نظر گرفتن خواص چندجمله‌ای‌های پایه، روابط زیر را جهت تعیین ضرایب وزنی مشتقات اول، $a_{i,j}$ و ضرایب وزنی مشتقات دوم $b_{i,j}$ ارائه نمود:

$$a_{i,j}=\frac{M^{(1)}(x_i)}{(x_i-x_j).M^{(1)}(x_i)} \quad , for\ i\neq j \qquad \text{(رابطه ۱۵)}$$

$$a_{i,i}=-\sum_{j=1,j\neq i}^{N} a_{i,j}$$

(رابطه ۱۶)

$$b_{i,j}=-2.a_{i,j}\left(a_{i,i}-\frac{1}{x_i-x_j}\right), for\ j\neq i \qquad \text{(رابطه ۱۷)}$$

$$b_{i,i}=-\sum_{j=1,j\neq i}^{N} b_{i,j} \qquad \text{(رابطه ۱۸)}$$

$$M^{(1)}(x_i)=-\prod_{k=1,k\neq i}^{N}(x_i-x_k) \qquad \text{(رابطه ۱۹)}$$

اعمال روش DQ بر معادلات حاکم

در این بخش نحوه گسسته‌سازی معادلات حاکم بر مسئله توسط روش DQM برای فرم بدون بعد رابطه ۱۰ تشریح شده است. در مدل ارائه شده تمامی مشتقات مکانی توسط روش DQM و مشتقات زمانی با روش تفاضل محدود پیشرو رتبه اول[1] گسسته‌سازی می‌شوند. از آنجایی که مسئله مورد نظر از نوع غیردائمی و گذرا است، روش‌های مختلفی برای حل آن وجود دارد. روش اول، روش حل صریح[2] است که در آن مطابق با رابطه ۲۰ جهت حل مسئله از زمان صفر شروع کرده و با مقدار پارامترها در هر زمان T_n و یا گام زمانی "n"، با رابطه بدست آمده حاصل از گسسته سازی معادلات، مقدار هر پارامتر برای زمان $T_{(n+1)}$ و یا گام زمانی "n+1" مستقیماً بدست می‌آید. اختلاف زمانی بین هر گام زمانی ΔT می‌باشد ($\Delta T=T_{n+1}-T_n$).

$$\left[\frac{1}{2}\frac{\partial^2 H^2}{\partial X^2}-A\left(\frac{\partial H}{\partial X}\right)+\left(\frac{QL^2}{2h_2^2}\right)\right]_i^n=\left[\frac{H^{n+1}-H^n}{\Delta T}\right]_i \qquad \text{(رابطه ۲۰)}$$

$, for\ i=1,2,...,N$

این روش تنها از اطلاعات گام زمانی "n"برای محاسبه پارامترها در گام زمانی "n+1" استفاده می‌کند بنابراین لازم است گام زمانی ΔT به اندازه کافی کوچک انتخاب شود. روش دوم، روش حل ضمنی[3] است که در آن مطابق با رابطه ۲۱ جهت حل مسئله از زمان صفر شروع کرده و از مقدار پارامترها در هر گام زمانی "n" تنها جهت گسسته سازی مشتقات زمانی استفاده شده و جهت گسسته سازی مشتقات مکانی از مقدار پارامترها در گام زمانی "n+1" استفاده می‌شود. بنابراین روابط بدست آمده حاصل از گسسته سازی معادلات، تشکیل یک دستگاه معادلات خطی می‌دهند که مقدار هر پارامتر برای زمان $T_{(n+1)}$ و یا گام زمانی "n+1" به‌طور ضمنی از طریق حل این دستگاه معادلات خطی بدست می‌آید.

$$\left[\frac{1}{2}\frac{\partial^2 H^2}{\partial X^2}-A\left(\frac{\partial H}{\partial X}\right)+\left(\frac{QL^2}{2h_2^2}\right)\right]_i^{n+1}= \qquad \text{(رابطه ۲۱)}$$

$$=\left[\frac{H^{n+1}-H^n}{\Delta T}\right]_i$$

$, for\ i=1,2,...,N$

روش سوم، روش حل شبه ضمنی[4] است که مشابه با روش حل ضمنی است با این تفاوت که در آن مطابق با رابطه

1. First-order forward Finite difference scheme
2. Explicit Scheme
3. Implicit scheme
4. Semi-implicit crank-nicolson scheme

۲۲ جهت حل مسئله از مقدار پارامترها در هر گام زمانی "n" علاوه بر گسسته سازی مشتقات زمانی، در گسسته سازی مشتقات مکانی نیز در کنار مقدار پارامترها در گام زمانی "n+1" استفاده می‌شود. بنابراین روابط بدست آمده حاصل از گسسته‌سازی معادلات، همچنان تشکیل یک دستگاه معادلات خطی می‌دهند که مقدار هر پارامتر برای زمان $T_{(n+1)}$ و یا گام زمانی "n+1" از طریق حل این دستگاه معادلات خطی بدست می‌آید.

(رابطه ۲۲)

$$\left[\frac{H^{n+1}-H^{n}}{\Delta T}\right]_i = \frac{1}{2}\left(\left[\frac{1}{2}\frac{\partial^2 H^2}{\partial X^2}-A\left(\frac{\partial H}{\partial X}\right)\right]_i^{n+1} + \left[\frac{1}{2}\frac{\partial^2 H^2}{\partial X^2}-A\left(\frac{\partial H}{\partial X}\right)\right]_i^{n}\right)$$

$$, for\ i=1,2,...,N$$

بنابراین با توجه به مطالب بیان شده می‌توان فرم کلی گسسته سازی معادله ۱۰ را به صورت زیر بیان نمود:

(رابطه ۲۳)

$$\theta\left[\frac{1}{2}\frac{\partial^2 H^2}{\partial X^2}-A\left(\frac{\partial H}{\partial X}\right)+\left(\frac{QL^2}{2h_2^2}\right)\right]_i^{n+1} + (1-\theta)\left[\frac{1}{2}\frac{\partial^2 H^2}{\partial X^2}-A\left(\frac{\partial H}{\partial X}\right)+\left(\frac{QL^2}{2h_2^2}\right)\right]_i^{n} = \left[\frac{H^{n+1}-H^{n}}{\Delta T}\right]_i$$

$$, for\ i=1,2,...,N$$

که در آن می‌توان با قرار دادن θ=1 به فرم ضمنی، θ=0 به فرم صریح و θ=0.5 به فرم شبه ضمنی دست یافت. با اعمال روش DQ برای گسسته سازی مشتقات مکانی در گام زمانی "n+1" بر روی معادله (۲۳)، رابطه تعیین مقدار تراز سطح آب زیرزمینی H^{n+1} در زمان $T_{(n+1)}$ بصورت زیر بدست می‌آید:

(رابطه ۲۴)

$$\frac{H_i^{n+1}-H_i^{n}}{\Delta T} = \frac{1}{2}\sum_{k=1}^{N} b_{i,k}\left[\theta\left(H_k^{n+1}\right)^2+(1-\theta)\left(H_k^{n}\right)^2\right] - A\sum_{k=1}^{N} a_{i,k}\left[\theta H_k^{n+1}+(1-\theta)H_k^{n}\right]+\left(\frac{QL^2}{2h_2^2}\right)$$

$$, for\ i=1,2,...,N-1$$

و با توجه شرط مرزی:

(رابطه ۲۵) $H_i^0=1,\ for\ i=2,3,...,N-1$

(رابطه ۲۶) $H_1^{n+1}=H_N^{n+1}=0,\ \ for\ all\ \ n$

با اعمال رابطه ۲۴ برای هر گره، دستگاه معادلات غیرخطی برای H^{n+1}_i بدست می‌آید که حل آن نسبتاً مشکل می‌باشد. بنابراین لازم است که این دستگاه معادلات به نحوی خطی شود تا قابل حل گردد. Jain *et al* (1994) روشی را جهت خطی سازی دستگاه معادلات ارائه کرده‌اند که در این تحقیق مورد استفاده قرار گرفته است. در روش پیشنهادی مقدار H^{n+1}_i برابر با $H^n_i+V^n_i$ قرار داده می‌شود که در آن V^n_iمیزان تغییرات H از گام زمانی "n" تا "n+1" در هر نقطه می‌باشد. با جایگذاری این عبارت در رابطه ۲۴، رابطه ۲۷ بدست می‌آید.

(رابطه ۲۷)

$$\frac{\left(H_i^n+V_i^n\right)-H_i^n}{\Delta T} = \frac{1}{2}\left(\sum_{k=1}^{N} b_{i,k}\left[\theta\left(H_k^n+V_k^n\right)^2+(1-\theta)\left(H_k^n\right)^2\right]\right) - A\left(\sum_{k=1}^{N} a_{i,k}\left[\theta\left(H_k^n+V_k^n\right)+(1-\theta)\left(H_k^n\right)\right]\right)+\left(\frac{QL^2}{2h_2^2}\right)$$

$$, for\ i=1,2,...,N-1$$

با ساده‌سازی رابطه ۲۷ و صرف‌نظر از ترمهای مرتبه $O(V^2)$، دستگاه معادلات خطی زیر برای V^n_i بدست می‌آید:

(رابطه ۲۸)

$$V_i^n+\sum_{k=1}^{N}\left[\theta.\Delta T\left(Aa_{i,k}-b_{i,k}H_k^n\right)V_k^n\right] = \frac{\Delta T}{2}\sum_{k=1}^{N} b_{i,k}\left(H_k^n\right)^2-\Delta T.A\sum_{k=1}^{N} a_{i,k}H_k^n+\Delta T.\left(\frac{QL^2}{2h_2^2}\right)$$

$$, for\ i=1,2,...,N-1$$

شرایط مرزی نیز به صورت زیر قابل بیان می‌باشند.

(رابطه ۲۹) $H_i^0=1 \qquad for\ i=2,3,...,N-1$

(رابطه ۳۰) $H_1^n=H_N^n=0, \qquad for\ all\ \ n$

(رابطه ۳۱) $V_1^n=V_N^n=0, \qquad for\ all\ \ n$

با حل این دستگاه معادلات خطی و محاسبه V^n_i در هر گام زمانی، مقادیر H^{n+1}_i را می‌توان با اضافه نمودن V^n_i به H^n_i بدست آورد. اگر θ=0، فرم صریح حل معادله به صورت زیر بدست می‌آید:

(رابطه ۳۲)

$$V_i^n = \frac{\Delta T}{2}\sum_{k=1}^{N} b_{i,k}\left(H_k^n\right)^2-\Delta T.A\sum_{k=1}^{N} a_{i,k}H_k^n+\Delta T.\left(\frac{QL^2}{2h_2^2}\right)$$

$$, for\ i=1,2,...,N-1$$

اگر θ=0.5، فرم شبه ضمنی حل معادله به صورت زیر به دست می‌آید:

(رابطه ۳۳)

$$2V_i^n+\sum_{k=1}^{N}\left[\Delta T\left(A.a_{i,k}-b_{i,k}.H_k^n\right)V_k^n\right] = \Delta T\sum_{k=1}^{N} b_{i,k}\left(H_k^n\right)^2-2.\Delta T.A\sum_{k=1}^{N} a_{i,k}.H_k^n+\Delta T.\left(\frac{QL^2}{2h_2^2}\right)$$

$$, for\ i=1,2,...,N-1$$

اگر θ=1 فرم ضمنی حل معادله به صورت زیر می‌شود:

(رابطه ۳۴)
$$V_i^n + \sum_{k=1}^{N}\left[\Delta T\left(A a_{i,k} - b_{i,k}.H_k^n\right)V_k^n\right] = \\ = \frac{\Delta T}{2}\sum_{k=1}^{N} b_{i,k}\left(H_k^n\right)^2 - \Delta T.A\sum_{k=1}^{N} a_{i,k}H_k^n + \Delta T.\left(\frac{QL^2}{2h_2^2}\right) \\ , for\ i = 1,2,...,N-1$$

نتایج

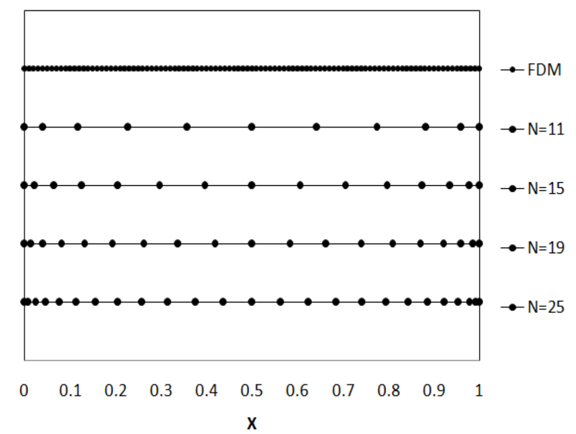
همانگونه که پیش‌تر ارائه گردید Mustafa (1987) و Upadhyaya and Chauhan (2002) مسئله را با روش‌های تحلیلی و عددی (تفاضلات محدود) مورد بررسی قرار داده‌اند. در تحقیق حاضر کاربرد DQM بر روی همان مسئله مورد بررسی قرار گرفته است.

مشخصات و مقدار پارامترهای مسئله مذکور بدین صورت است که فاصله دو کانال آبیاری از یکدیگر ۱۰۰۰ متر، مقدار تغذیه‌ی سطحی بدون بعد (Q) ۰/۰۰۰۰۲، مقدار پارامتر $a = KD/S_{ya}$ برابر (m^2d^{-1}) ۱۲۰۰۰ که در آن مقدار S_{ya} برابر ۰/۳ است و مقادیر z_0، z_1، z_2 به ترتیب برابر ۰ و $(۱۰)^۲$ و $(۱۰/۹۵۵)^۲$ می‌باشند و $D = 0.5\left[\left(z_1+z_2\right)/2\right]^{0.5} = 5.244\,m$ در نظر گرفته شده است. برای تکمیل بررسی‌ها در شیب‌های مختلف یک‌بار با سطح آب بدون تغذیه سطحی (صفر) و یک‌بار با تغذیه سطحی به مقدار ۰/۰۰۰۰۲ محاسبات انجام شده است. در این مسئله سطح آب در زمان‌های ۵ و ۱۰ (روز) و در حالت پایدار مورد بررسی و شبیه‌سازی قرار می‌گیرند. برای شبیه‌سازی سطح آب توسط روش تفاضلات محدود مقادیر ΔX برابر ۰/۰۱ و مقدار ΔT برابر ۰/۰۰۰۰۱ برای حالت معادلات بی‌بعد در نظر گرفته شده است. در تحقیق Upadhyaya and Chauhan (2002) با اعمال این مقادیر و استفاده از ۱۰۰ گره مکانی، شبیه‌سازی سطح آب انجام شده است، اما در تحقیق حاضر و در روش DQM از تعداد گره‌های به مراتب کمتری با توزیع غیریکنواخت استفاده شده است (۱۱ و ۱۵ و ۱۹ و ۲۵ گره). نحوه‌ی توزیع گره‌ها با توجه به این مطلب بوده است، که برای سازگاری هرچه بیشتر با شرایط مرزی، گره‌ها در نزدیکی مرزها متراکم‌تر از نقاط میانی می‌باشند. مختصات گره‌ها با استفاده از رابطه ۴۵ تعیین گردیده است (Jain *et al*,1994).

(رابطه ۳۵)
$$X_i = \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2N}\right) - \cos\left(\frac{(2i-1)\pi}{2N}\right)}{\cos\left(\frac{\pi}{2N}\right) - \cos\left(\frac{(2N-1)\pi}{2N}\right)} \times L \\ ,i = 1,2,3,...,N$$

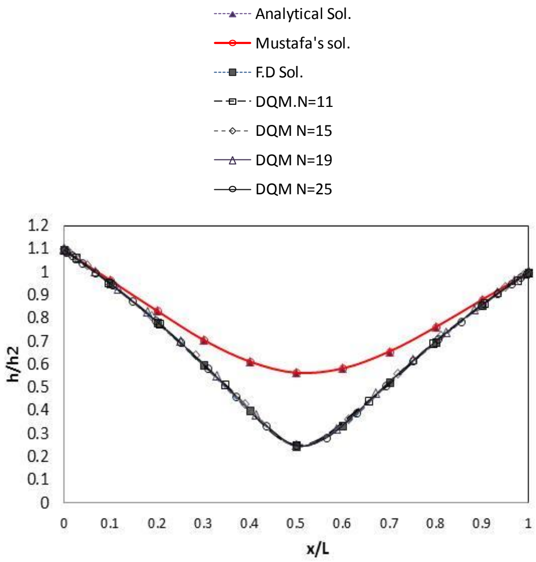
در رابطه ۳۵ پارامتر N نشانگر تعداد گره‌های انتخابی و L طول کل شبکه می‌باشد. شکل (۲) نشان دهنده شبکه‌های در نظر گرفته شده با تعداد گره‌های مختلف و طول کل واحد (L=۱)، برای حل معادلات بی‌بعد می‌باشد.

اشکال ۷-۳ نتایج حاصل از این تحقیق برای رقوم سطح آب بین دو کانال در زمان‌های مختلف را نشان می‌دهند. محور قائم h/h_2، رقوم سطح آب را به شکل بدون بعد نشان می‌دهد و محور افقی معرف مقدار بی‌بعد شده از فاصله بین دو کانال x/L است. این نتایج از روش DQM با تعداد گره‌های به‌صورت غیریکنواخت و در حالت شبه ضمنی برای θ =۰/۵ بدست آمده است. همچنین جهت کنترل نتایج، شبیه‌سازی عددی برای آبخوان افقی و شیب‌دار، وجود و عدم تغذیه سطحی صورت گرفته است. اشکال ۳ و ۴ نشان دهنده نتایج برای آبخوان افقی، به ترتیب برای حالت بدون و با تغذیه سطحی و اشکال ۵ و ۶ نیز نشان دهنده نتایج برای آبخوان شیب‌دار (۵٪) به ترتیب برای حالت بدون و با تغذیه سطحی می‌باشند.

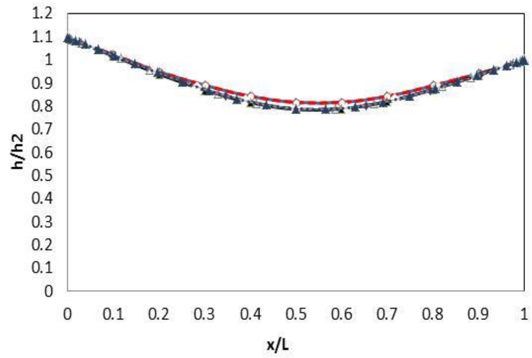


شکل۲. توزیع شبکه در نظر گرفته شده برای تعداد گره‌های مختلف

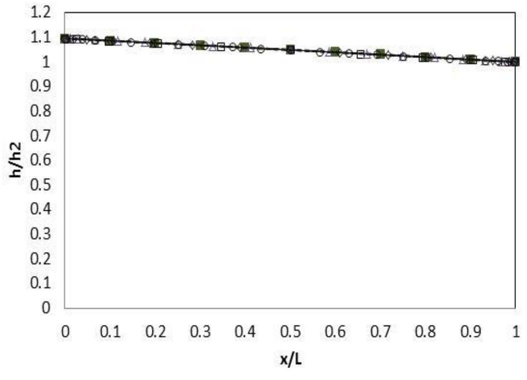
با توجه به اشکال ۳ تا ۶ مشاهده می‌گردد، نتایج حاصل از DQM با تعداد گره‌های ۱۱ و ۱۵ و ۱۹ و ۲۵ در مقایسه با روش عددی تفاضلات محدود کاملاً منطبق می‌باشند و در تمام حالات یک پروفیل سطح آب در فاصله بین دو کانال را مدل می‌نمایند. البته نتایج حاصل شده از DQM با گذشت زمان به جوابهای حل تحلیلی نزدیک می‌شوند تا جائیکه بر آن منطبق می‌شوند. این روند انطباق با نتایج تحلیلی با افزایش شیب کف کانال در زمان‌های کمتری اتفاق می‌افتد. همچنین جهت نشان دادن مقادیر محاسبه شده تراز سطح آب در زمانهای مختلف، جداول (۱ تا ۵) برای آبخوان با کف ناتراوای افقی بدون تغذیه سطحی (شکل ۳)، نتایج را ارائه می‌دهند.



(الف)

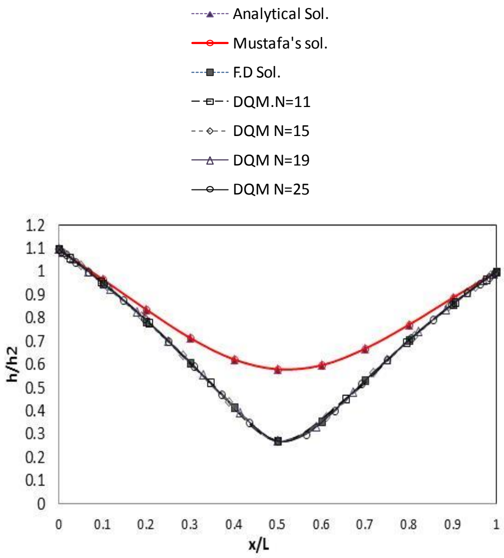


(ب)

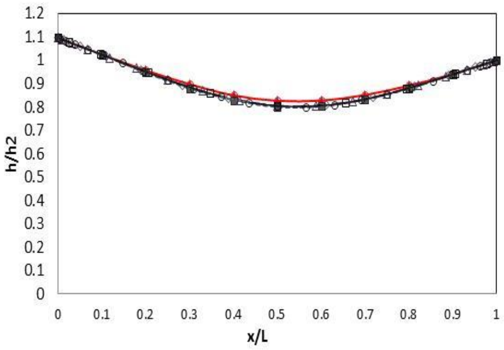


(ج)

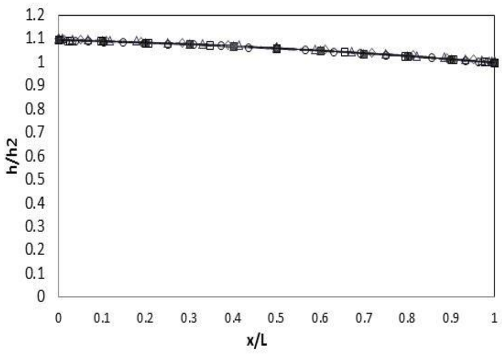
شکل ۳. پروفیل سطح آب بین دو کانال آبیاری در آبخوان با کف ناتراوای افقی بدون تغذیه سطحی به روش DQM با توزیع مش غیریکنواخت به ازای تعداد ۱۱ و ۱۵ و ۱۹ و ۲۵ گره و حل شبه ضمنی θ=۰/۵ در مقایسه با نتایج حل تحلیلی و روش تفاضل محدود (الف) در زمان ۵ روز (ب) در زمان ۱۰ روز (ج) جریان پایدار



(الف)

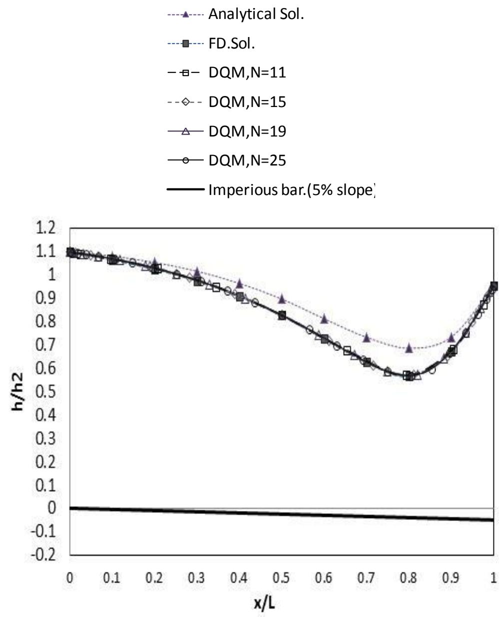


(ب)

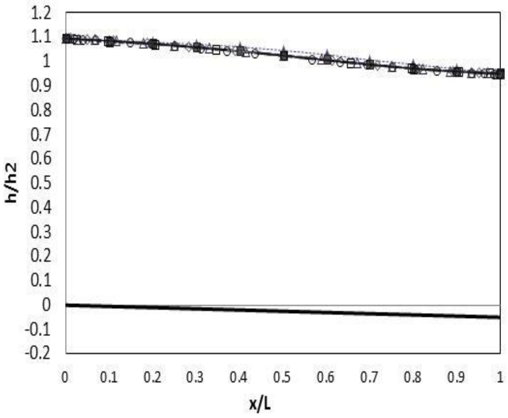


(ج)

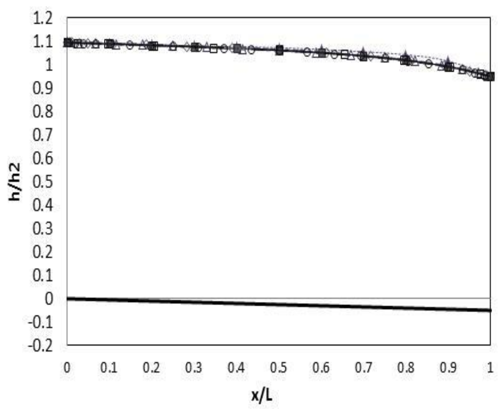
شکل ۴. پروفیل سطح آب در بین دو کانال آبیاری در آبخوان با کف ناتراوای افقی همراه با تغذیه سطحی (۰/۰۰۰۰۲) به روش DQ با توزیع مش غیریکنواخت به ازای تعداد ۱۱ و ۱۵ و ۱۹ و ۲۵ گره و حل شبه ضمنی θ=۰/۵ در مقایسه با نتایج حل تحلیلی و روش تفاضل محدود (الف) در زمان ۵ روز (ب) در زمان ۱۰ روز (ج) جریان پایدار



(الف)

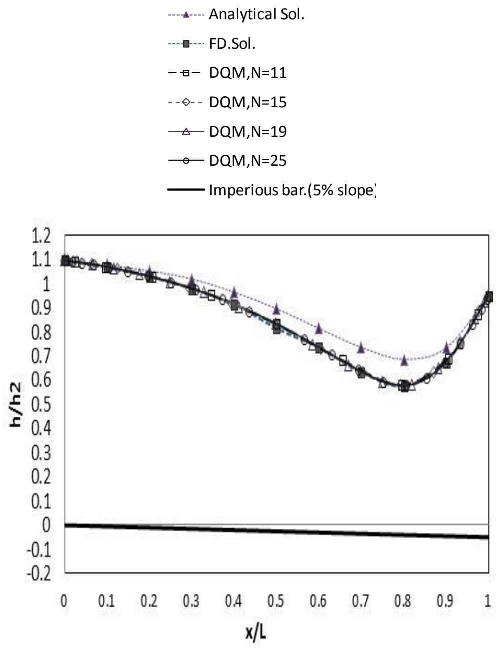


(ب)

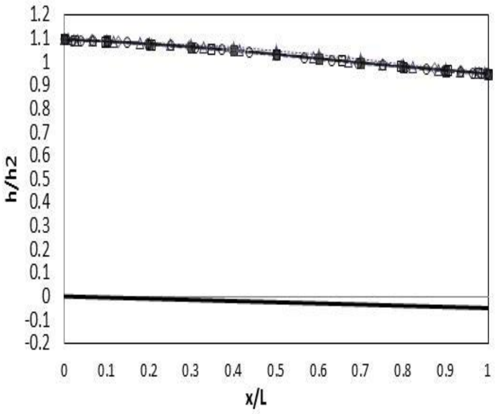


(ج)

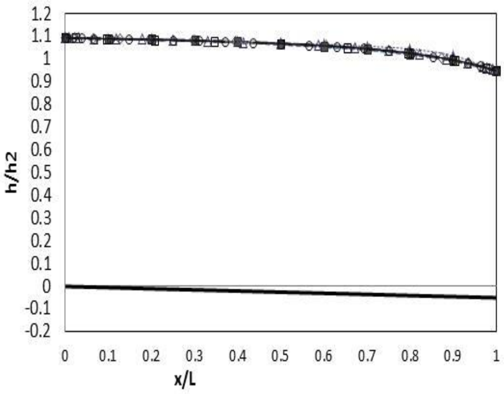
شکل ۵. پروفیل سطح آب بین دو کانال آبیاری در آبخوان با کف شیب‌دار (۵٪) ناتراوای بدون تغذیه سطحی به روش DQ با توزیع مش غیریکنواخت به ازای ۱۱ و ۱۵ و ۱۹ و ۲۵ گره و حل شبه ضمنی θ=۰/۵ در مقایسه با نتایج حل تحلیلی و روش تفاضل محدود (الف) در زمان ۵ روز (ب) در زمان ۱۰ روز (ج) جریان پایدار



(الف)



(ب)



(ج)

شکل ۶. پروفیل سطح آب بین دو کانال آبیاری در آبخوان با کف شیب‌دار (۵٪) ناتراوای همراه با تغذیه سطحی (۰/۰۰۰۰۲) به روش DQ با توزیع مش غیریکنواخت به ازای ۱۱ و ۱۵ و ۱۹ و ۲۵ گره و حل شبه ضمنی θ=۰/۵ در مقایسه با نتایج حل تحلیلی و روش تفاضل محدود (الف) در زمان ۵ روز (ب) در زمان ۱۰ روز (ج) جریان پایدار

جدول ۱. پروفیل سطح آب بین دو کانال آبیاری در آبخوان با کف ناتراوای افقی بدون تغذیه سطحی

نتایج برای کف افقی و نرخ تغذیه سطحی (Q= ۰/۰)						
جریان پایدار		زمان ۵ روز		زمان ۵ روز		مختصات
روش تفاضل محدود (FD)	روش تحلیلی (analytical)	روش تفاضل محدود (FD)	روش تحلیلی (analytical)	روش تفاضل محدود (FD)	روش تحلیلی (analytical)	X/L
۱/۰۹۵۵	۱/۰۹۵۵	۱/۰۹۵۵	۱/۰۹۵۵	۱/۰۹۵۵	۱/۰۹۵۵	۰/۰۰۰۰
۱/۰۸۵۰	۱/۰۸۵۰	۱/۰۱۷۰	۱/۰۲۳۰	۰/۹۵۰۰	۰/۹۶۴۰	۰/۱۰۰۰
۱/۰۷۸۰	۱/۰۷۸۰	۰/۹۳۹۰	۰/۹۴۹۰	۰/۷۸۳۰	۰/۸۳۳۰	۰/۲۰۰۰
۱/۰۶۸۰	۱/۰۶۸۰	۰/۸۷۰۰	۰/۸۹۱۰	۰/۵۹۸۰	۰/۷۰۷۰	۰/۳۰۰۰
۱/۰۵۸۰	۱/۰۵۸۰	۰/۸۱۶۰	۰/۸۴۳۰	۰/۴۰۰۰	۰/۶۱۳۰	۰/۴۰۰۰
۱/۰۴۹۰	۱/۰۴۹۰	۰/۷۸۷۰	۰/۸۱۷۰	۰/۲۴۸۰	۰/۵۶۵۰	۰/۵۰۰۰
۱/۰۳۹۰	۱/۰۳۹۰	۰/۷۸۹۰	۰/۸۱۷۰	۰/۳۳۵۰	۰/۵۸۴۰	۰/۶۰۰۰
۱/۰۳۰۰	۱/۰۳۰۰	۰/۸۲۰۰	۰/۸۴۳۰	۰/۵۲۵۰	۰/۶۵۷۰	۰/۷۰۰۰
۱/۰۲۰۰	۱/۰۲۰۰	۰/۸۷۳۰	۰/۸۸۹۰	۰/۶۹۷۰	۰/۷۶۲۰	۰/۸۰۰۰
۱/۰۰۸۰	۱/۰۰۸۰	۰/۹۳۵۰	۰/۹۴۱۰	۰/۸۵۹۰	۰/۸۸۲۰	۰/۹۰۰۰
۱/۰۰۰۰	۱/۰۰۰۰	۱/۰۰۰۰	۱/۰۰۰۰	۱/۰۰۰۰	۱/۰۰۰۰	۱/۰۰۰۰

جدول ۲. پروفیل سطح آب بین دو کانال آبیاری در آبخوان با کف ناتراوای افقی بدون تغذیه سطحی با روش DQ و N=11

نتایج برای کف افقی و نرخ تغذیه سطحی (Q= ۰/۰) (N=۱۱)			
جریان پایدار	زمان ۱۰ روز	زمان ۵ روز	X/L
۱/۰۹۵۵	۱/۰۹۵۵	۱/۰۹۵۵	۰/۰۰۰۰
۱/۰۹۴۴	۱/۰۷۸۳	۱/۰۶۲۲	۰/۰۲۴۵
۱/۰۹۰۷	۱/۰۲۷۰	۰/۹۵۸۸	۰/۰۹۵۵
۱/۰۸۴۱	۰/۹۴۷۰	۰/۷۸۰۵	۰/۲۰۶۱
۱/۰۷۴۱	۰/۸۵۹۰	۰/۵۲۳۱	۰/۳۴۵۵
۱/۰۶۰۷	۰/۸۰۵۰	۰/۲۷۱۷	۰/۵۰۰۰
۱/۰۴۴۹	۰/۸۱۸۲	۰/۴۵۱۴	۰/۶۵۴۵
۱/۰۲۸۴	۰/۸۷۸۵	۰/۶۹۷۰	۰/۷۹۳۹
۱/۰۱۳۸	۰/۹۴۲۷	۰/۸۶۸۸	۰/۹۰۴۵
۱/۰۰۳۶	۰/۹۸۵۵	۰/۹۶۸۱	۰/۹۷۵۵
۱/۰۰۰۰	۱/۰۰۰۰	۱/۰۰۰۰	۱/۰۰۰۰

جدول ۳. پروفیل سطح آب بین دو کانال آبیاری در آبخوان با کف ناتراوای افقی بدون تغذیه سطحی با روش DQ و N=15

نتایج برای کف افقی و نرخ تغذیه سطحی (Q= ۰/۰) (N= ۱۵)			
جریان پایدار	زمان ۱۰ روز	زمان ۵ روز	X/L
۱/۰۹۵۵	۱/۰۹۵۵	۱/۰۹۵۵	۰/۰۰۰۰
۱/۰۹۴۴	۱/۰۸۶۱	۱/۰۷۸۲	۰/۰۱۲۵
۱/۰۹۱۰	۱/۰۵۸۲	۱/۰۲۵۴	۰/۰۴۹۵
۱/۰۸۵۵	۱/۰۱۲۳	۰/۹۳۵۴	۰/۱۰۹۱
۱/۰۷۸۲	۰/۹۵۱۶	۰/۸۰۵۷	۰/۱۸۸۳
۱/۰۶۹۳	۰/۸۸۳۸	۰/۶۳۵۵	۰/۲۸۳۱
۱/۰۵۹۴	۰/۸۲۳۳	۰/۴۲۷۳	۰/۳۸۸۷
۱/۰۴۸۸	۰/۷۸۸۸	۰/۲۴۸۳	۰/۵۰۰۰
۱/۰۳۸۲	۰/۷۹۲۴	۰/۳۶۰۸	۰/۶۱۱۳
۱/۰۲۷۹	۰/۸۲۸۵	۰/۵۵۶۹	۰/۷۱۶۹
۱/۰۱۸۷	۰/۸۷۹۶	۰/۷۲۱۳	۰/۸۱۱۷
۱/۰۱۰۹	۰/۹۲۹۳	۰/۸۴۶۴	۰/۸۹۰۹
۱/۰۰۴۹	۰/۹۶۸۱	۰/۹۳۲۹	۰/۹۵۰۵
۱/۰۰۱۳	۰/۹۹۲۰	۰/۹۸۳۴	۰/۹۸۷۵
۱/۰۰۰۰	۱/۰۰۰۰	۱/۰۰۰۰	۱/۰۰۰۰

جدول ۴. پروفیل سطح آب بین دو کانال آبیاری در آبخوان با کف ناتراوای افقی بدون تغذیه سطحی با روش DQ و N=19

نتایج برای کف افقی و نرخ تغذیه سطحی (Q= ۰/۰) (N=۱۹)			
جریان پایدار	زمان ۱۰ روز	زمان ۵ روز	X/L
۱/۰۹۵۵	۱/۰۹۵۵	۱/۰۹۵۵	۰/۰۰۰۰
۱/۰۹۴۸	۱/۰۸۹۸	۱/۰۸۵۰	۰/۰۰۷۶
۱/۰۹۲۷	۱/۰۷۲۹	۱/۰۵۳۳	۰/۰۳۰۲
۱/۰۸۹۴	۱/۰۴۴۸	۰/۹۹۹۶	۰/۰۶۷۰
۱/۰۸۴۸	۱/۰۰۶۲	۰/۹۲۲۹	۰/۱۱۷۰
۱/۰۷۹۱	۰/۹۵۸۹	۰/۸۲۲۰	۰/۱۷۸۶
۱/۰۷۲۴	۰/۹۰۶۵	۰/۶۹۶۳	۰/۲۵۰۰
۱/۰۶۵۰	۰/۸۵۵۰	۰/۵۴۶۵	۰/۳۲۹۰
۱/۰۵۷۱	۰/۸۱۲۸	۰/۳۷۸۵	۰/۴۱۳۲
۱/۰۴۸۸	۰/۷۸۸۹	۰/۲۴۸۵	۰/۵۰۰۰
۱/۰۴۰۵	۰/۷۸۸۳	۰/۳۱۷۳	۰/۵۸۶۸
۱/۰۳۲۴	۰/۸۰۹۵	۰/۴۷۱۷	۰/۶۷۱۰
۱/۰۲۴۷	۰/۸۴۴۸	۰/۶۱۵۹	۰/۷۵۰۰
۱/۰۱۷۷	۰/۸۸۵۴	۰/۷۳۷۳	۰/۸۲۱۴
۱/۰۱۱۶	۰/۹۲۴۲	۰/۸۳۴۵	۰/۸۸۳۰
۱/۰۰۶۷	۰/۹۵۶۷	۰/۹۰۸۲	۰/۹۳۳۰
۱/۰۰۳۰	۰/۹۸۰۶	۰/۹۵۹۶	۰/۹۶۹۸
۱/۰۰۰۸	۰/۹۹۵۲	۰/۹۹۰۰	۰/۹۹۲۴
۱/۰۰۰۰	۱/۰۰۰۰	۱/۰۰۰۰	۱/۰۰۰۰

نتایج ارائه‌شده در اشکال ۳ تا ۶ در حالتی است که از روش نیمه ضمنی استفاده شده است یعنی (θ=۰/۵). در انتها جهت مقایسه و نشان دادن تأثیر روش حل‌های صریح، ضمنی و نیمه ضمنی، در شکل ۷ نتیجه حاصل از DQM با استفاده از تعداد ۱۱ گره در آبخوان با کف ناتراوای شیب‌دار (۵ درصد) به ازای ۰/۵، ۱، ۰= θ در زمان ۵ روز در مقابل نتایج روش حل تحلیلی و روش حل عددی تفاضلات محدود آورده شده است.

نتایج نشان دهنده دقت تقریباً برابر هر سه روش در حل این مسئله می‌باشد.

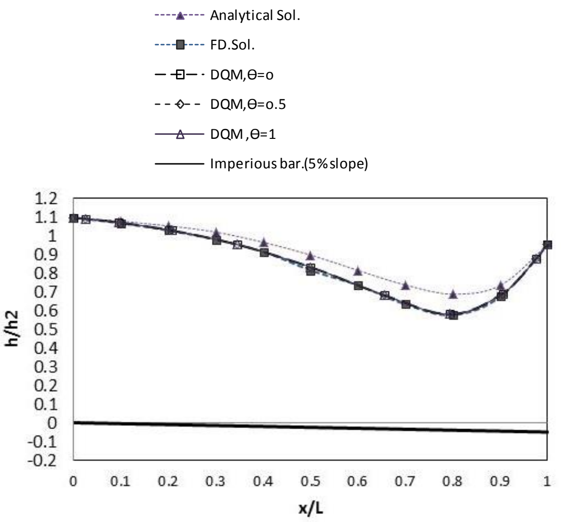
با توجه به شکل (۷) مشاهده می‌گردد، مشابه نتایج اشکال ۳ تا ۶، نتایج حاصل از DQM با تعداد گره‌های ۱۱ در هر دو حالت وجود و عدم تغذیه سطحی، در مقایسه با روش عددی تفاضلات محدود کاملاً منطبق می‌باشند.

جدول ۵. پروفیل سطح آب بین دو کانال آبیاری در آبخوان با کف ناتراوای افقی بدون تغذیه سطحی با روش DQ و N=25

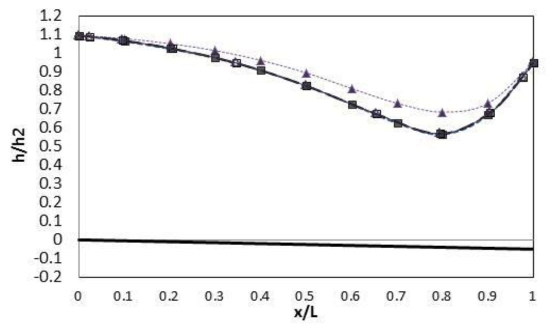
نتایج برای کف افقی و نرخ تغذیه سطحی (Q= ۰/۰) (N=۲۵)			
جریان پایدار	زمان ۱۰ روز	زمان ۵ روز	X/L
۱/۰۹۵۵	۱/۰۹۵۵	۱/۰۹۵۵	۰/۰۰۰۰
۱/۰۹۵۱	۱/۰۹۲۳	۱/۰۸۹۶	۰/۰۰۴۳
۱/۰۹۳۹	۱/۰۸۲۸	۱/۰۷۱۹	۰/۰۱۷۰
۱/۰۹۲۰	۱/۰۶۶۹	۱/۰۴۲۰	۰/۰۳۸۱
۱/۰۸۹۴	۱/۰۴۴۸	۰/۹۹۹۶	۰/۰۶۷۰
۱/۰۸۶۰	۱/۰۱۶۸	۰/۹۴۴۳	۰/۱۰۳۳
۱/۰۸۲۰	۰/۹۸۳۵	۰/۸۷۵۵	۰/۱۴۶۴
۱/۰۷۷۵	۰/۹۴۶۱	۰/۷۹۲۸	۰/۱۹۵۶
۱/۰۷۲۴	۰/۹۰۶۵	۰/۶۹۶۲	۰/۲۵۰۰
۱/۰۶۶۹	۰/۸۶۷۳	۰/۵۸۵۸	۰/۳۰۸۷
۱/۰۶۱۱	۰/۸۳۲۱	۰/۴۶۳۶	۰/۳۷۰۶
۱/۰۵۵۰	۰/۸۰۴۸	۰/۳۳۷۵	۰/۴۳۴۷
۱/۰۴۸۸	۰/۷۸۸۹	۰/۲۴۹۲	۰/۵۰۰۰
۱/۰۴۲۶	۰/۷۸۶۳	۰/۲۸۳۵	۰/۵۶۵۳
۱/۰۳۶۴	۰/۷۹۶۶	۰/۳۹۳۱	۰/۶۲۹۴
۱/۰۳۰۴	۰/۸۱۷۴	۰/۵۰۹۴	۰/۶۹۱۳
۱/۰۲۴۷	۰/۸۴۴۸	۰/۶۱۵۹	۰/۷۵۰۰
۱/۰۱۹۴	۰/۸۷۵۲	۰/۷۰۹۲	۰/۸۰۴۴
۱/۰۱۴۶	۰/۹۰۵۴	۰/۷۸۸۹	۰/۸۵۳۶
۱/۰۱۰۳	۰/۹۳۳۰	۰/۸۵۵۱	۰/۸۹۶۷
۱/۰۰۶۷	۰/۹۵۶۷	۰/۹۰۸۲	۰/۹۳۳۰
۱/۰۰۳۸	۰/۹۷۵۵	۰/۹۴۸۸	۰/۹۶۱۹
۱/۰۰۱۷	۰/۹۸۹۱	۰/۹۷۷۴	۰/۹۸۳۰
۱/۰۰۰۴	۰/۹۹۷۳	۰/۹۹۴۴	۰/۹۹۵۷
۱/۰۰۰۰	۱/۰۰۰۰	۱/۰۰۰۰	۱/۰۰۰۰

نتیجه‌گیری

در این تحقیق از روش DQM برای حل عددی معادله دیفرانسیل غیرخطی بوزینسک برای شبیه‌سازی سطح آب بین دو کانال آبیاری در دو حالت با وجود تغذیه سطحی و بدون آن در یک آبخوان با کف ناتراوا (افقی و شیب‌دار) استفاده شده است و نتایج آن با نتایج حاصل از روش حل تحلیلی و حل عددی تفاضلات محدود مقایسه گردید. این مقایسه نشانگر تطابق کامل نتایج دو روش بوده و روش DQM چون از تعداد گره‌های به مراتب کمتری سود می‌برد، در نتیجه زمان کمتری را برای تعیین نتایج صرف می‌نماید. حسن دیگر روش DQM، حساسیت کم به شرایط مسئله از جمله شیب کف ناتراوا، وجود و عدم وجود تغذیه سطحی، تعداد گره‌ها و پارامتر θ در حل شبه ضمنی آن می‌باشد. تمام این مزیت‌ها در کنار سادگی اجرای این روش در گسسته سازی و برنامه نویسی آن و توجه به این مطلب که این روش دقت نتایج قابل قبولی را در مقایسه به سایر روش‌های عددی از جمله تفاضلات محدود دارا می‌باشد، بیانگر قابلیت روش DQM می‌باشد.



(الف)



(ب)

شکل ۷. پروفیل سطح آب بین دو کانال آبیاری در آبخوان با کف ناتراوای شیب‌دار (۵٪) به روش DQ و حل شبه ضمنی با توزیع مش غیریکنواخت به ازای ۱۱ گره و ۱،۰/۵، ۰= θ در زمان ۵ روز مقایسه با نتایج حل تحلیلی و روش تفاضل محدود (الف) بدون تغذیه سطحی (ب) با تغذیه سطحی (۰/۰۰۰۲)

REFERENCES

Mustafa, S. (1987).Water table rise a semiconfined aquifer due to surface onfiltration and canal recharge. *J.of Hydrology*. 95(3),269-276.

Rai, S.N., Singh, R.N.(1992) .Water table fluctuations in an aquifer system owing to time-varying surface infiltration and canal recharge. *J. of Hydrology*. 136(1),381–387.

Sewa, R., Jaiswal, C.S., Chauhan, H.S. (1994). Transient water table rise with canal seepage and recharge. *J.of Hydrology*. 163(3), 197–202.

Manglik, A., Rai, S. N., Singh, R. N..(1994). Water table fluctuation in response to transient recharge from a rectangular basin. *J. Water Resource Management.* 8(1),1-10.

Manglik, A., Rai, S. N., Singh, R. N. .(1997). Response of an unconfined aquifer induced by time varying recharge from a rectangular basin. *J. Water Resource Management* . 11(3),185–196.

Upadhyaya , A. , Chauhan, H.S..(2001). Water table fluctuations due to canal seepage and time varying recharge. *J. of Hydrology.* 244 (1),1–8.

Upadhyaya , A. , Chauhan, H.S..(2002).Water Table Rise in Sloping Aquifer due to Canal Seepage and Constant Recharge. *J. of Irrigation and Drainage Engineering*. 2002, 128(3),160-167.

Bellman, R. ,Casti, J..(1971).Differential quadrature and long term integration. *J. Math. Anal.Appl.* 34(2),235–238.

Chen, R.P. , Zhou, W.H. , Wang, H.Z. , Chen, Y.M. (2000). One - dimensional nonlinear consolidation of multi-layered soil by differential quadrature method. *J. Computers and Geotechnics.* 32(5) .358-369.

Hashemi ,M.R., Abedini ,M.J., Malekzadeh ,P.(2007). A Differential quadrature analysis of unsteady open channel flow. *J. Appleid Math. Model.* 31(8),1594–1608.

Hashemi ,M.R., Abedini ,M.J., Malekzadeh, P. (2006). Numerical modeling oflong waves in shallow water using incremental differential quadrature method . *J.Ocean engineering*.33(13) 1749-1764.

Robati, A. ,Barani, G.A. (2009). Modeling of water surface profile in subterranean channel by differential quadrature method (DQM). *J. Appleid Math. Model*.33(3),1295–1305.

Ozisik, M. N. (1980) Heat conduction. New York .Wiley.

Shu,C. ,Richards, B.E.(1990) High resolution of natural convection in square cavity by generalized differential quadrature. Proc of 3rd Conf on Adv in Numer. Methods in Eng. Theoryand App., Sewansea, UK, pp 978–985.

Shu, C.(2000) Differential Quadrature and its Application in Engineering.", London, Springer.

Jain, M. K., Iyenger, S. R. K., Jain, R. K.(1994) Computationalmethods for partial differential equations.New Delhi, Wiley.