

## اثر شیب در معادلات مرتبه بالا یک‌بعدی: آزمون آزمایشگاهی و کاربرد در تولید منحنی‌های سنج

الهام درویشی<sup>۱</sup>، صلاح کوچک‌زاده<sup>۲\*</sup>، جان فنتون<sup>۳</sup>، عبدالحسین هورفر<sup>۴</sup>

۱. دانشجوی دکتری سازه‌های آبی، دانشکده مهندسی و فناوری کشاورزی، پردیس کشاورزی

و منابع طبیعی دانشگاه تهران

۲. استاد، دانشکده مهندسی و فناوری کشاورزی، پردیس کشاورزی و منابع طبیعی دانشگاه تهران

۳. استاد دانشگاه فنی وین، اتریش

۴. استاد، دانشکده مهندسی و فناوری کشاورزی، پردیس کشاورزی و منابع طبیعی دانشگاه تهران

(تاریخ دریافت: ۱۳۹۲/۸/۶ - تاریخ تصویب: ۱۳۹۳/۱/۳۱)

### چکیده

معادلات سنت-وانت به دلیل فرض‌های انجام‌شده در استخراج معادله‌ها کارایی خود را در شرایطی که فرض‌ها صادق نیستند، از دست می‌دهند. رفع محدودیت ناشی از حضور غیر هیدرواستاتیک فشار و شیب زیاد در معادلات سنت-وانت، توسط معادله بوسینسک اصلاح‌شده انجام و ارائه شده است. مدل رایانه‌ای برای معادله اصلاح‌شده و معادله متداول بوسینسک در جریان غیرماندگار توسعه یافت. مدل تهیه‌شده برای تولید منحنی‌های سنج دبی سرریزهای دوزنقه‌ای که کاربرد وسیعی دارند، به کار رفت. دبی‌های ۷ تا ۳۰ لیتر بر ثانیه برای صحت‌سنجی نتایج مدل عددی در آزمایشگاه به کار رفت. با استفاده از مقادیر آزمایشگاهی دبی خطای نسبی برای هر دو معادله محاسبه شد. معادله بوسینسک اصلاح‌شده متوسط خطای نسبی کمتر از ۴ درصد داشت و معادلات بوسینسک متداول متوسط خطای نسبی ۱۸ درصد در پیش‌بینی دبی داشتند. این امر نشان‌دهنده تأثیر چشمگیر عامل شیب بر درستی نتایج است. همچنین معادلات بوسینسک اصلاح‌شده توانایی تولید منحنی سنج دبی سرریز دوزنقه‌ای با درستی بالا را دارد.

**کلیدواژگان:** بوسینسک، سرریزهای دوزنقه‌ای، سنت-وانت، شیب، منحنی سنج.

### مقدمه

در مسائل جریان با سطح آزاد شرایطی وجود دارد که یک یا چند شرط حاکم بر کاربری معادلات سنت-وانت، از قبیل توزیع هیدرواستاتیک فشار، شیب طولی کم، انحنای کم خطوط جریان، و منشوری بودن مقطع، نقض می‌شود. در چنین شرایطی معادلات یادشده کارایی خود را از دست می‌دهند. به همین دلیل تلاش‌های گوناگونی برای رفع محدودیت‌های یادشده انجام شده است که منجر به توسعه معادلات یک‌بعدی با مراتب بالا شده است.

Dressler (1978) با در نظر گرفتن سیستم مختصات  $(s, n)$ ،  $s$  در امتداد بستر کانال و  $n$  عمود بر بستر، معادلات پیچیده‌ای ارائه کرد. اما این معادله توانایی پیش‌بینی تبدیل جریان زیربحرانی به فوق بحرانی را ندارند (Sivakumaran et al., 1983).

Steffler and Jin (1993) با فرض توزیع خطی سرعت

طولی و توزیع‌های درجه دو سرعت عمودی و فشار در عمق جریان، شکل یک‌بعدی معادلات گشتاور و متوسط عمقی را استخراج کرده‌اند. برای استخراج این معادلات از معادله دو‌بعدی ناویر-استوکس استفاده کرده‌اند (معادله پیوستگی همراه با دو معادله مومنوم). سه معادله متوسط عمقی از انتگرال‌گیری سه معادله ذکرشده در راستای عمق به دست آمده‌اند. در توزیع‌های فرض‌شده برای فشار و سرعت‌ها سه مجهول وجود دارد، برای این سه مجهول سه معادله گشتاور از ضرب معادلات ناویر-استوکس در مختصات عمودی و انتگرال‌گیری از آن‌ها ایجاد شده است که در نهایت شش معادله ایجاد کرده‌اند. در این معادلات نیروهای عمودی در مختصات عمودی ضرب شده‌اند، که با تعریف ممان مغایر است. بنابراین، ممان مومنوم عمودی معادله تبادل اضافی واقعی برای مومنوم نیست و تنها شرایط ریاضی متوسط عمقی اضافی است (Castro-Orgaz and Hager, 2010).

سرعت بدون بعد در مقطع عرض است که به نام ضریب بوسینسک معروف است. تمام جملات این معادله بعد مجذور طول نسبت به مجذور زمان را دارند. همچنین سیستم واحد به کاررفته در این مقاله برای تمام متغیرها سیستم بین‌المللی SI است.

Kouchakzadeh and Darvishi (2013) با پی‌بردن به اهمیت شیب اقدام به اصلاح معادلات بوسینسک کردند. آن‌ها با در نظر گرفتن اثرات شیب طولی و انحنای خط جریان و به‌کارگیری روش بوسینسک، معادله مومنتوم بوسینسک را به‌صورت معادله ۲ اصلاح کردند.

(رابطه ۲)

$$\begin{aligned} \frac{\partial q}{\partial t} + 2\beta \frac{q}{h} \frac{\partial q}{\partial x} - \beta \frac{q^2}{h^2} (\eta_x - Y_x) + \frac{gh\eta_x}{1+\eta_x^2} \left( 1 - \frac{h\eta_{xx}}{1+\eta_x^2} \right) \\ + \frac{q^2 \Gamma_0}{\sqrt{1+\eta_x^2}} \left( \frac{Y_{xxx}}{\sqrt{1+Y_x^2}} - \frac{\eta_{xx}\eta_x}{1+\eta_x^2} \frac{Y_{xx}}{\sqrt{1+Y_x^2}} - \frac{Y_{xx}^2 Y_x}{(1+Y_x^2)^{3/2}} \right) \\ + \frac{q^2 \Gamma_1}{\sqrt{1+\eta_x^2}} \left( \frac{\eta_{xxx}}{\sqrt{1+\eta_x^2}} - 2 \frac{\eta_{xx}^2 \eta_x}{(1+\eta_x^2)^{3/2}} \right) \\ + \frac{q^2}{\sqrt{1+\eta_x^2}} \frac{Y_x}{h} \left( \frac{\gamma_0 Y_{xx}}{\sqrt{1+Y_x^2}} + \frac{\gamma_1 \eta_{xx}}{\sqrt{1+\eta_x^2}} \right) \\ + \frac{\lambda}{8} (1+Y_x^2) \frac{q^2}{h^2} \frac{B+2h}{B} = 0 \end{aligned}$$

در این معادله  $\gamma_0$  و  $\gamma_1$  مقادیر ثابت بدون بعد،  $\eta_{xx}$  مشتق دوم ارتفاع سطح آب در کانال و  $Y_{xx}$  مشتق دوم ارتفاع بستر کانال هستند. این معادله از لحاظ ابعادی بعد مجذور طول نسبت به مجذور زمان دارد. آن‌ها با صرف نظر از جملات غیرماندگار، این معادله را برای جریان ماندگار به‌صورت عددی حل کردند. نتایج مدل عددی را با نتایج آزمایشگاهی برای تبدیل شیب ملایم به شیب تند با شیب پایین‌دست ۳۰ و ۴۵ درجه و سرریز دوزنقه‌ای مقایسه کردند. نتایج نشان داد که این معادلات درستی بالاتری در محاسبه نیمرخ سطح آب و فشار بستر نسبت به معادلات Fenton و Zerihun (2007) دارد. این امر اهمیت نقش شیب را در استخراج معادلات نشان می‌دهد.

در این مقاله مدل عددی معادلات Kouchakzadeh and Darvishi (2013) و Fenton and Zerihun (2007) به همراه رابطه پیوستگی در جریان غیرماندگار توسعه یافت و برای به دست آوردن منحنی سنجه دبی و نیمرخ سطح آب سرریز دوزنقه‌ای به کار رفته است.

پژوهشگران دیگری نیز با در نظر گرفتن انحنای خط جریان و براساس اصل انرژی در کانال‌های روباز معادلات متعددی ارائه کردند (Castro-Orgaz and Hager, 2009; Hager and Hutter, 1984). اما نکته مهم این است که در استخراج این معادلات فشار روی بستر برابر عمق در راستای قائم است در نظر گرفته شده است. این فرض تنها در کانال‌های با شیب بستر ملایم صادق است.

در این پژوهش معادلات مرتبه بالا از نوع بوسینسک در جریان غیرماندگار برای محاسبه دبی و نیمرخ سطح آب روی سرریز دوزنقه‌ای به کار رفته است. در قسمت مواد و روش‌ها این معادلات بررسی می‌شوند.

## مواد و روش‌ها

### الف) معادلات حاکم

Boussinesq (1877) با فرض تغییر خطی انحنای خطوط جریان از بستر مجرا تا سطح آزاد، معادله‌ای مرتبه بالا برای پیش‌بینی نیمرخ برگشت آب در کانالی با شیب کف طولی ثابت توسعه داد. Fenton (1996) با فرض شتاب گریز از مرکز ثابت در مقطع عمودی و به کارگیری روش بوسینسک معادله خود را ارائه کرد. Zerihun (2004) با در نظر گرفتن تغییر خطی شتاب گریز از مرکز در عرض جریان مشابه بوسینسک، معادله فنتون را اصلاح کرد. مدل ارائه‌شده برای شبیه‌سازی جریان روی سرریزهای دوزنقه‌ای لبه‌پهن، تبدیل و سرریز اوجی که تبدیل جریان زیربحرانی به فوق بحرانی وجود داشت، به کار رفت (Zerihun, 2004; Zerihun and Fenton, 2007). نتایج مدل مطابقت خوبی با تمام نتایج آزمایشگاهی داشت. Fenton and Zerihun (2007) با استفاده از مختصات کارترین معادلات ساده‌تری که قابل کاربرد برای جریان غیرماندگار و کانال با مقطع دلخواه است را ارائه کردند. مقایسه نتایج شبیه‌سازی معادلات با نتایج آزمایشگاهی مطابقت خوبی را نشان داد. این معادله به‌صورت زیر است:

(رابطه ۱)

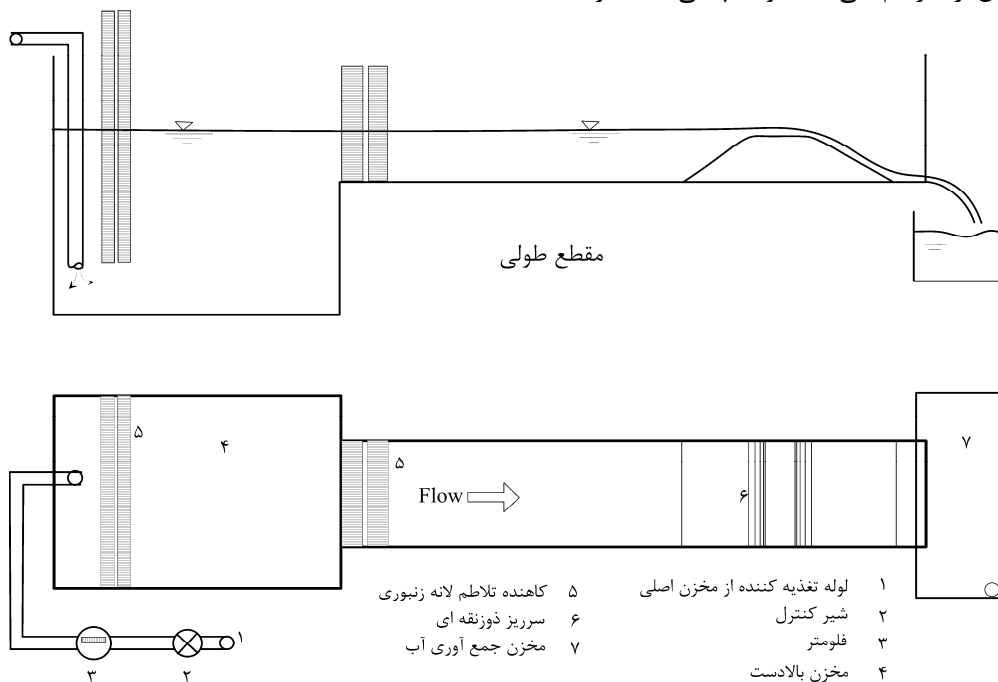
$$\frac{\partial q}{\partial t} + 2\beta \frac{q}{h} \frac{\partial q}{\partial x} - \beta \frac{q^2}{h^2} (\eta_x - Y_x) + gh\eta_x + \frac{\lambda}{8} \frac{q^2}{h^2} \frac{B+2h}{B} + q^2 (\Gamma_0 Y_{xxx} + \Gamma_1 \eta_{xxx}) = 0$$

در این معادله  $\Gamma_0$  و  $\Gamma_1$  مقادیر ثابت بدون بعد،  $\lambda$  ضریب ویسباز بدون بعد،  $\eta$  ارتفاع سطح آب،  $\eta_x$  و  $\eta_{xxx}$  به‌ترتیب مشتق اول و سوم ارتفاع سطح آب در کانال،  $Y_x$  و  $Y_{xxx}$  به‌ترتیب مشتق اول و سوم بستر کانال،  $q$  دبی در واحد عرض،  $B$  عرض کانال،  $h$  عمق آب،  $g$  شتاب ثقل و  $\beta$  ضریب تصحیح نا یکنواختی توزیع

میلی‌متر که از سیستم پمپاژ آزمایشگاه منشعب می‌شود دبی مورد نیاز را تأمین می‌کند. قبل از ورود به مجموعه آزمایشگاهی این لوله توسط یک فلومتر برای اندازه‌گیری دبی و شیر کنترل جهت تغییر دبی جریان مجهز شده است. شکل مقطع و پلان مجموعه آزمایشگاهی در شکل ۱ نشان داده شده است.

(ب) تجهیزات آزمایشگاهی

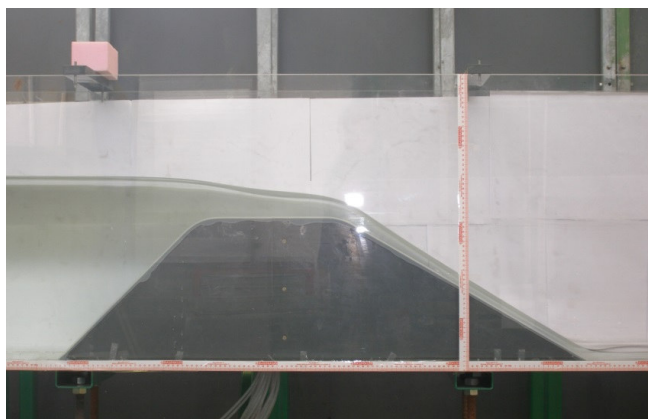
آزمایش‌ها در آزمایشگاه هیدرولیک دانشگاه فنی وین انجام شد. کانال اصلی به عرض ۰/۳۷ متر، ارتفاع ۰/۶ متر و طول ۳ متر از جنس پلکسی‌گلاس به ضخامت ۲ سانتی‌متر ساخته شد. شفاف بودن دیواره پلکسی‌گلاس کانال امکان عکس‌برداری برای ثبت عمق جریان را فراهم می‌کند. لوله چدنی به قطر ۱۰۰



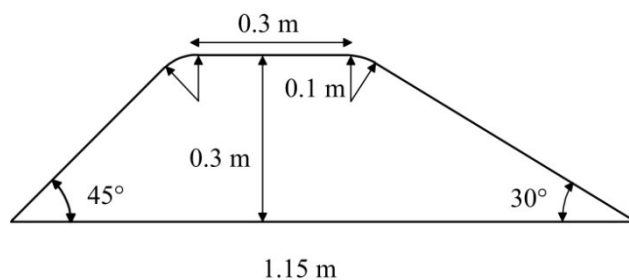
پلان تجهیزات آزمایشگاهی  
شکل ۱. مقطع و پلان مجموعه آزمایشگاهی

پیزومترها برای اندازه‌گیری فشار بستر در جریان ماندگار به کار رفته‌اند. فاصله پیزومترها حداقل ۲/۵ سانتی‌متر و حداکثر ۵۰ سانتی‌متر است. در محل‌هایی که تغییرات فشار قابل توجه است (روی قسمت انحنادار کانال) فواصل پیزومترها کم می‌شود و با کاهش این تغییرات (روی قسمت افقی کانال) فواصل افزایش می‌یابد.

سرریز دوزنقه‌ای از جمله سازه‌های اندازه‌گیری در کانال‌های آبیاری است که امکان ایجاد جریان انحنادار و فشار غیر هیدرواستاتیک روی آن وجود دارد. بنابراین، از اتصال دو شیب ۳۰ و ۴۵ درجه، سرریز دوزنقه‌ای به صورت شکل ۲ ساخته شد که امکان بررسی جریان انحنادار را فراهم می‌کند. سرریز دوزنقه‌ای به نحوی در کانال اصلی نصب شد که شیب ۴۵ درجه در بالادست و شیب ۳۰ درجه در پایین‌دست جریان قرار گرفت. نمایی از سرریز دوزنقه‌ای نصب‌شده در کانال در شکل ۳ نشان داده شده است.



شکل ۳. سرریز دوزنقه‌ای نصب‌شده در کانال



شکل ۲. شمای شماتیک سرریز دوزنقه‌ای

ج) حل عددی معادلات

حل تحلیلی معادلات بوسینسک تنها در موارد بسیار ساده امکان پذیر است. به همین دلیل کاربرد این معادلات در پیش بینی خصوصیات جریان نیازمند به کارگیری روش های عددی است. تا کنون پژوهشگران مختلفی سعی در حل عددی معادلات بوسینسک در جریان ماندگار و غیرماندگار کرده اند (Fenton, 1996; Gharangik and Chaudhry, 1991; Mohapatra and Chaudhry, 2004; Zerihun and Fenton, 2006; Zerihun and Fenton, 2007). بوسینسک در جریان ماندگار را با روش مقدار اولیه حل کرد. این حل موجب ایجاد امواج در پایین دست جریان شد. Zerihun and Fenton (2006 و 2007) با به کارگیری روش اختلاف محدود و شرایط مرزی در بالادست و پایین دست جریان این مشکل را حل کردند.

Gharangik and Chaudhry (1991) با استفاده از روش مک-کورمک و دو-چهار اتلافی (Dissipative two-four scheme) معادلات غیرماندگار بوسینسک را برای پیش بینی محل پرش هیدرولیکی به کار بردند. آن ها زمان را به عنوان پارامتر سعی و خطا تا رسیدن به جریان ماندگار در نظر گرفتند. Mohapatra and Chaudhry (2004) با استفاده از روش عددی دو-چهار اتلافی معادلات غیرماندگار بوسینسک را برای پیش بینی شکست سد به صورت عددی حل کردند.

در این پژوهش کارآیی و برتری معادلات پیشنهادی نسبت به معادلات بوسینسک با محاسبه رابطه دبی-اشل یا منحنی سنجه برای یک سرریز دوزنقه ای، نشان داده می شود. بنابراین، دبی نیز جزء مجهولات مدل عددی است. به همین منظور معادلات پیوستگی و مومنوم در جریان غیرماندگار با ثابت نگه داشتن ارتفاع سطح آب بالادست به صورت عددی حل شد. در این روش زمان به عنوان پارامتر سعی و خطا استفاده می شود (Bhalla and Chaudhry, 1992; Gharangik and Chaudhry, 1991).

با توجه به اینکه معادلات از مرتبه سوم هستند، ضرورت استفاده از روش های عددی مرتبه بالا در حل عددی این معادلات وجود دارد. به همین دلیل روش اختلاف محدود چهارنقطه ای برای جبری کردن جملات مشتق متغیر  $f$  در نقطه  $n$  نسبت به فاصله به صورت روابط زیر به کار رفته است (Abramowitz and Stegun, 1965):

$$(f_x)_{n+1}^{k+1} = \frac{f_{n-2}^{k+1} - 6f_{n-1}^{k+1} + 3f_n^{k+1} + 2f_{n+1}^{k+1}}{6\delta} \quad (\text{رابطه ۳})$$

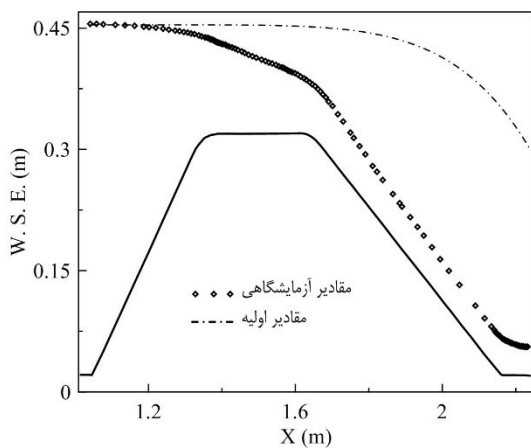
$$(f_{xx})_n^{k+1} = \frac{f_{n-1}^{k+1} - 2f_n^{k+1} + f_{n+1}^{k+1}}{\delta^2} \quad (\text{رابطه ۴})$$

$$(f_{xxx})_n^{k+1} = \frac{-f_{n-2}^{k+1} + 3f_{n-1}^{k+1} - 3f_n^{k+1} + f_{n+1}^{k+1}}{\delta^3} \quad (\text{رابطه ۵})$$

بعد از جای گذاری جملات اختلاف محدود در معادلات دیفرانسیل، دستگاه معادلات غیرخطی به دست آمده با استفاده از روش های بهینه یابی حل شده است. حدس اولیه برای روش بهینه یابی به جز مرحله زمانی صفر همان مقادیر به دست آمده در مرحله زمانی قبل است.

مقادیر اولیه و شرایط مرزی

برای شروع محاسبات جریان غیرماندگار، مقادیر ارتفاع سطح آب و دبی جریان باید در تمام نقاط محاسباتی تعیین شود. به عنوان حدس اولیه برای دبی جریان حدود یک و نیم برابر مقدار آزمایشگاهی در نظر گرفته شد. این مقادیر برای هر دبی جریان در جدول ۱ آمده است. مقادیر حدس اولیه در مرحله زمانی صفر برای نیمرخ سطح آب با استفاده از یک چندجمله ای درجه شش که فاصله زیادی از مقادیر آزمایشگاهی دارد، تعیین شد. به عنوان مثال برای دبی جریان ۳۰ لیتر بر ثانیه مقادیر اولیه ارتفاع سطح آب و مقادیر آزمایشگاهی در شکل نشان داده شده است.



شکل ۴. مقادیر حدس اولیه ارتفاع سطح آب و مقادیر آزمایشگاهی نیمرخ سطح آب برای دبی ۳۰ لیتر بر ثانیه

تعیین شرایط مرزی بستگی به زیربحرانی یا فوق بحرانی بودن جریان دارد (Stoker, 1957). در مدل های یک بعدی چنانچه در بالادست جریان زیربحرانی باشد یک شرط مرزی در جریان فوق بحرانی دو شرط مرزی لازم است. در پایین دست نیز اگر جریان زیربحرانی باشد یک شرط مرزی و شرط مرزی برای جریان فوق بحرانی لازم نیست. جریان روی سرریز دوزنقه ای در بالادست زیربحرانی و در پایین دست به دلیل شیب زیاد فوق بحرانی است. بنابراین، در بالادست یک شرط مرزی و

در محاسبه دبی بین مقادیر ۱۳ تا ۲۳ درصد متغیر است. مقدار متوسط خطای نسبی برای معادله یادشده ۱۸ درصد است. در حالی که معادله اصلاح شده بوسینسک حداکثر خطای نسبی ۹ درصد و متوسط خطای نسبی ۴ درصد برای محدوده دبی های اندازه گیری شده در آزمایشگاه دارد. همچنین جذر میانگین مربع خطا (RMSE) برای مقادیر محاسبه شده توسط معادلات بوسینسک ۴/۰۵ لیتر بر ثانیه و معادلات بوسینسک اصلاح شده ۰/۹۰۳۹ لیتر بر ثانیه است. به عبارت دیگر جذر میانگین مربع خطای معادلات بوسینسک حدود پنج برابر معادلات بوسینسک اصلاح شده است. این مقادیر نشان می دهد که وارد کردن عامل شیب در استخراج معادلات درستی مقادیر پیش بینی شده توسط این معادلات را به میزان چشمگیر افزایش می دهد.

در پایین دست شرط مرزی لازم نیست. از آنجایی که هدف به دست آوردن رابطه دبی-اشل است، شرط مرزی بالادست ارتفاع سطح آب اندازه گیری شده در بالادست سرریز است. این شرط در تمام مدت زمان اجرای مدل ثابت نگه داشته شد و تا رسیدن به جریان ماندگار اجرای مدل ادامه داشت. شرط توقف مدل عددی این است که حداکثر تغییرات دبی محاسبه ای کمتر یا مساوی  $10^{-8}$  متر مکعب بر ثانیه باشد.

### نتایج

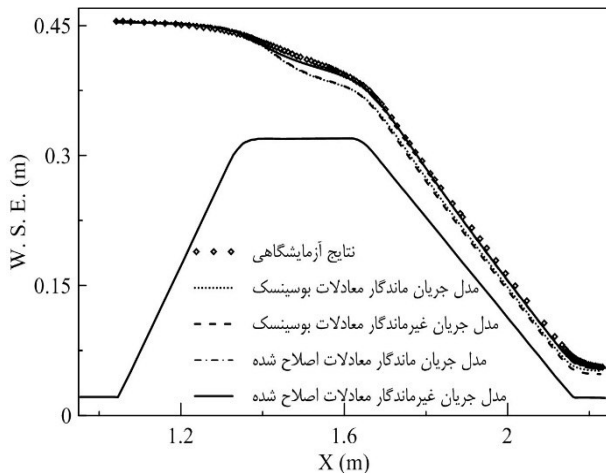
مدل عددی برای پیش بینی نیمرخ سطح آب روی سرریز دوزنقه ای و محاسبه دبی جریان توسط معادلات بوسینسک و بوسینسک اصلاح شده به کار رفت. مقادیر دبی اولیه و دبی محاسبه شده توسط مدل و خطای نسبی در جدول ۱ آمده است. همان طور که مشاهده می شود خطای نسبی معادله بوسینسک

جدول ۱. مقادیر دبی اندازه گیری شده، دبی محاسبه ای و خطای نسبی توسط معادلات بوسینسک و بوسینسک اصلاح شده برای مقادیر عمق بالادست اندازه گیری شده سرریز

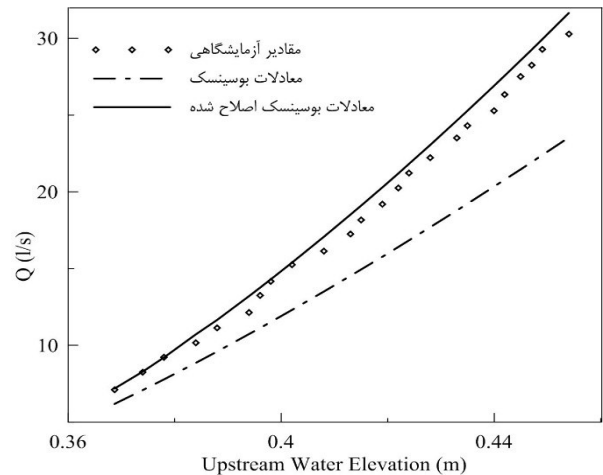
عمق اندازه گیری شده در بالادست سرریز (متر)	دبی اولیه در مدل عددی (لیتر بر ثانیه)	دبی اندازه گیری شده توسط فلومتر (لیتر بر ثانیه)	دبی محاسبه ای معادلات اصلاح شده بوسینسک (لیتر بر ثانیه)	دبی محاسبه ای معادلات بوسینسک (لیتر بر ثانیه)	خطای نسبی معادلات بوسینسک (%)	خطای نسبی معادلات اصلاح شده بوسینسک (%)
۰/۳۶۸	۱۰	۷/۱	۷/۱۸	۶/۱۸	۱۳	۱/۱۵
۰/۳۷۴	۱۲	۸/۲۶	۸/۲۴	۷/۰۸	۱۴/۲۸	۰/۲۹
۰/۳۷۸	۱۳	۹/۲۶	۹/۲۱	۷/۷۸	۱۵/۵	۰/۰۴
۰/۳۸۴	۱۴	۱۰/۱۵	۱۰/۷۲	۸/۸۶	۱۲/۷۱	۵/۶۱
۰/۳۸۸	۱۴	۱۱/۱۳	۱۱/۶۶	۹/۶	۱۳/۷۵	۴/۷۶
۰/۳۹۴	۱۵	۱۲/۱۳	۱۳/۲۱۶	۱۰/۷۴	۱۱/۴۶	۸/۹۵
۰/۳۹۶	۱۶	۱۳/۲۵	۱۳/۷۴۹	۱۱/۲۱	۱۶/۰۷	۳/۷۶
۰/۳۹۸	۱۷	۱۴/۱۷	۱۴/۲۸۷	۱۱/۵۱	۱۸/۷۷	۰/۸۲
۰/۴۰۲	۱۸	۱۵/۲۵	۱۵/۳۸۱	۱۲/۳	۱۹/۳۴	۰/۸۶
۰/۴۰۸	۱۹	۱۶/۱۳	۱۷/۰۶۸	۱۳/۵	۱۶/۳	۵/۸۱
۰/۴۱۳	۲۰	۱۷/۲۴	۱۸/۵۱۵	۱۴/۵۳	۱۵/۷۴	۷/۴
۰/۴۱۵	۲۵	۱۸/۱۶	۱۹/۱	۱۴/۹۴	۱۷/۷۵	۵/۱۵
۰/۴۱۹	۲۳	۱۹/۱۸	۲۰/۲۹	۱۵/۷۷	۱۷/۷۸	۵/۷۸
۰/۴۲۲	۲۴	۲۰/۲۶	۲۱/۲	۱۶/۴۱	۱۹	۴/۶۴
۰/۴۲۴	۲۵	۲۱/۲۲	۲۱/۸۲۳	۱۶/۸۴	۲۰/۶۴	۲/۸۴
۰/۴۲۸	۲۷	۲۲/۲۳	۲۳/۰۶	۱۷/۷	۲۰/۳۸	۳/۷۳
۰/۴۳۳	۳۰	۲۳/۵	۲۴/۶۵	۱۸/۷۹	۲۰/۰۴	۴/۹
۰/۴۳۵	۳۲	۲۴/۳۱	۲۵/۲۹	۱۹/۲۳	۲۰/۹	۴/۰۳
۰/۴۴	۳۵	۲۵/۲۸	۲۶/۹۲	۲۰/۳۵	۱۹/۵۱	۶/۴۷
۰/۴۴۲	۳۶	۲۶/۳۳	۲۷/۵۸	۲۰/۸	۲۱	۴/۷۵
۰/۴۴۵	۳۸	۲۷/۵	۲۸/۵۸	۲۱/۴۷	۲۱/۹۳	۳/۹۳
۰/۴۴۷	۴۰	۲۸/۲۵	۲۹/۲۵	۲۱/۹۳	۲۲/۳۸	۳/۵۲
۰/۴۴۹	۴۲	۲۹/۲۹	۲۹/۹۳	۲۲/۳۹	۲۳/۵۵	۲/۱۸
۰/۴۵۴	۴۵	۳۰/۲۷	۳۱/۶۵	۲۳/۵۴	۲۲/۲۳	۴/۵۵

محاسبه منحنی‌سنجه دبی است. همچنین به‌کاربردن مدل عددی سبب صرفه‌جویی در هزینه مدل‌های آزمایشگاهی می‌شود و درعین‌حال درستی بالایی نیز دارد. همان‌طور که اشاره شد در استخراج معادلات بوسینسک عامل شیب در نظر گرفته نشده است. این امر نشان می‌دهد که پارامتر شیب نقش تعیین‌کننده‌ای در درستی نتایج معادلات دارد.

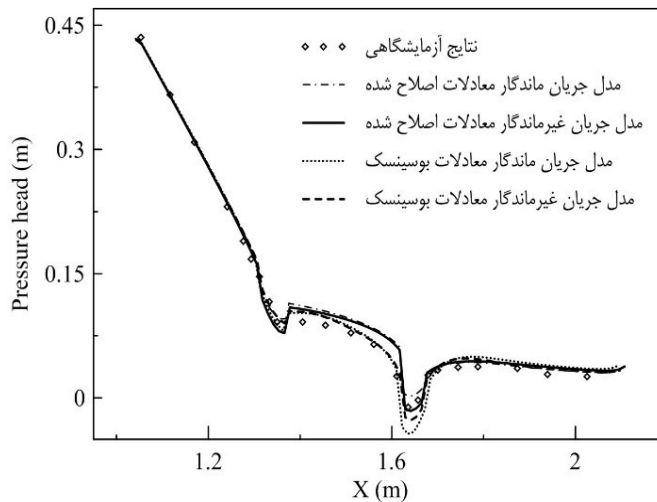
برای نشان‌دادن مقادیر دبی محاسبه‌شده در مقابل دبی اندازه‌گیری‌شده در آزمایشگاه نتایج به‌صورت نمودار در شکل ۵ ارائه شده است. این شکل نشان می‌دهد که معادلات بوسینسک اصلاح‌شده یا پیشنهادی، دبی جریان را با درستی بسیار بالاتری نسبت به معادلات بوسینسک متداول تعیین کرده است. درستی بالای معادلات بوسینسک اصلاح‌شده در پیش‌بینی دبی روی سرریز لبه پهن دوزنقه‌ای بیانگر توانایی بالای این معادلات در



شکل ۶. مقایسه نیمرخ سطح آب محاسبه‌شده با استفاده از مدل عددی جریان غیرماندگار و ماندگار با مقادیر آزمایشگاهی برای دبی ۳۰ لیتر بر ثانیه



شکل ۵. نمودار دبی اندازه‌گیری‌شده در آزمایشگاه، دبی محاسبه‌ای توسط معادلات بوسینسک و بوسینسک اصلاح‌شده در مقابل ارتفاع سطح آب بالادست



شکل ۷. مقایسه فشار بستر محاسبه‌شده با استفاده از مدل عددی جریان غیرماندگار و ماندگار با مقادیر آزمایشگاهی برای دبی ۳۰ لیتر بر ثانیه

چشمگیری پیش‌بینی درست نیمرخ سطح آب را بهبود می‌بخشد.

### نتیجه‌گیری

در استخراج معادلات بوسینسک فرض برقراری شیب کم به‌کار رفته است. در این پژوهش با در نظر گرفتن شیب علاوه بر انحنا خط جریان معادلات بوسینسک اصلاح شد. همچنین

نیمرخ سطح آب و فشار بستر محاسبه‌شده توسط مدل‌های عددی در جریان ماندگار و غیرماندگار معادلات اصلاح‌شده بوسینسک و نتایج آزمایشگاهی به‌ترتیب در شکل‌های ۶ و ۷ ارائه شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود تطابق بسیار مطلوبی بین نیمرخ‌های محاسبه‌ای توسط معادله اصلاح‌شده بوسینسک با مقادیر مشاهده‌شده آزمایشگاهی وجود دارد. عامل شیب به‌کاررفته در استخراج معادلات به میزان

در پیش‌بینی رفتار جریان نسبت به معادلات متداول بوسینسک دارند. این امر اهمیت در نظر گرفتن شیب در استخراج معادلات را نشان می‌دهد. همچنین نشان می‌دهد که معادلات ارائه شده توانایی تولید منحنی‌های سنجه با درستی بسیار مطلوبی برای سازه‌های اندازه‌گیری جریان از نوع سرریزهای دوزنقه‌ای دارند.

یک مدل عددی برای حل این معادلات بوسینسک و بوسینسک اصلاح‌شده در جریان غیرماندگار توسعه داده شد. مدل عددی با در نظر گرفتن زمان به‌عنوان عامل سعی و خطا تا رسیدن به جریان ماندگار برای پیش‌بینی خصوصیات جریان ماندگار، برای یک سرریز دوزنقه‌ای، به کار رفت. مقایسه نتایج مدل برای محاسبه دبی نشان داد که معادلات اصلاح‌شده درستی بالاتری

## REFERENCES

- Abramowitz, M., and Stegun, I. A. (1965). *Handbook of Mathematical Functions*, Dover, New York.
- Bhalla, S. M., and Chaudhry, M. H. (1992). Computation of flows in open-channel transitions. *Journal of Hydraulic Research*, 30(1), 77-93.
- Castro-Orgaz, O., and Hager, W. H. (2009). Curved-Streamline transitional flow from mild to steep slopes. *Journal of Hydraulic Research*, 47(5), 574-584.
- Castro-Orgaz, O., and Hager, W. H. (2010). Moment of momentum equation for curvilinear free-surface flow. *Journal of Hydraulic Research*, 48(5), 620-631.
- Dressler, R. F. (1978). New nonlinear shallow-flow equations with curvature. *Journal of Hydraulic Research*, 16(3), 205-222.
- Fenton, J. D. (1996). Channel flow over curved boundaries and a new hydraulic theory. Proc., Proceedings of 10th Congress of Asia and Pacific Division of the International Association for Hydraulic Research, 26-29 Aug., Langkawi, Malaysia, pp. 266-273.
- Fenton, J. D., and Zerihun, Y. T. (2007). A Boussinesq approximation for open channel flow. Proc., 32nd Congress IAHR, 2-6 July, Venice.
- Gharangik, A. M., and Chaudhry, M. H. (1991). Numerical simulation of hydraulic jump. *Journal of Hydraulic Engineering*, ASCE, 117(9), 1195-1211.
- Hager, W., and Hutter, K. (1984). Approximate treatment of plane channel flow. *Acta Mechanica*, 51(1), 31-48.
- Jaeger, C. (1957). *Engineering Fluid Mechanics*, St. Martin's Press, New York.
- Kouchakzadeh, S. and Darvishi, E. (2013). *Experimental investigation of higher order 1D equation results in unsteady flow*. Research project, University of Tehran, Agriculture Engineering and Technology, Grant No. 7102021/1/04, August.
- Mohapatra, P., and Chaudhry, M. (2004). Numerical solution of Boussinesq equations to simulate Dam-Break flows. *Journal of Hydraulic Engineering*, ASCE, 130(2), 156-159.
- Sivakumaran, N. S., Tingsanchali, T., and Hosking, R. J. (1983). Steady shallow flow over curved beds. *Journal of Fluid Mechanics*, 128, 469-487.
- Steffler, P., and Jin, Y. C. (1993). Depth averaged and moment equations for moderately shallow free surface flow. *Journal of Hydraulic Research*, 31(1), 5-17.
- Stoker, J. J. (1957). *Water Waves*, Academic.
- Zerihun, Y. T. (2004). *A one dimensional Boussinesq-Type momentum model for steady rapidly varied open channel flows*. Ph. D. dissertation, The University of Melbourne.
- Zerihun, Y. T., and Fenton, J. D. (2007). A Boussinesq-Type model for flow over trapezoidal profile weirs. *Journal of Hydraulic Research*, 45(4), 519-528.
- Zerihun, Y. T., and Fenton, J. D. (2006). One-dimensional simulation model for steady transcritical free surface flows at short length transitions. *Advances in Water Resources*, 29(11), 1598-1607.