

## Application of Principle of Maximum Entropy in Determining the Optimum Number of Surface Water Quality Monitoring Stations

MARZIEH DERIKVANDI<sup>1</sup>, HOSSEIN ZEINIVANDI<sup>1\*</sup>, NASER TAHMASEBPOUR<sup>1</sup>, ALI HAGHIZADEH<sup>1</sup>

1. Department of Watershed Management Engineering, Faculty of Agriculture and Natural Resources, Lorestan University, Khorramabad, Iran.

(Received: Dec. 25, 2020- Revised: Jan. 26, 2021- Accepted: Jan. 30, 2021)

### ABSTRACT

Optimization of monitoring network is a decision-making process through which, the best combination of existing stations is selected. Regarding the economic considerations and reducing monitoring costs, optimization approach in this study is to reduce the number of surface water quality monitoring stations in Dez basin in Lorestan province. In this regard, using an algorithm based on the principle of maximum entropy and water quality index of SO<sub>4</sub>, Cl, HCO<sub>3</sub>, K, Na, Ca, Mg, pH, TH, SAR, EC and TDS parameters, the optimization procedure was done for 18 existing monitoring stations during the statistical period of 1387-1396 (2008-2017). First, the average rank of each station in the mentioned 10 statistical years was obtained, then some models were proposed for the network entropy according to the number of stations and year. After fitting the best model, the results showed that based on SO<sub>4</sub>, Cl, HCO<sub>3</sub>, K, Na, Ca, Mg, pH, TH, TD, SAR and EC parameters, the number of sufficient stations as surface water quality monitoring network in the study area were 9, 9, 7, 11, 11, 10, 7, 10, 10, 10, and 11, respectively. In order to validate the proposed network, by comparing the entropy of the proposed network with the entropy of random networks with the number of stations based on the 12 mentioned parameters in each year, the efficiency of the selected network was confirmed. Also, among the 12 evaluated quality indicators, chloride showed the highest entropy of weight. Therefore, chloride had the maximum entropy and was selected as the superior index.

**Keywords:** Monitoring Network, Temporal Spatial Modeling, Quality Index, Algorithm.

## استفاده از اصل حداکثر آنتروپی در تعیین تعداد بهینه ایستگاه‌های پایش کیفیت آب سطحی

مرضیه دریکوندی<sup>۱</sup>، حسین زینی‌وند<sup>۱\*</sup>، ناصر طهماسبی پور<sup>۱</sup>، علی حقی‌زاده<sup>۱</sup>

۱. گروه مهندسی مرتع و آبخیزداری، دانشکده کشاورزی و منابع طبیعی، دانشگاه لرستان، خرم‌آباد، ایران.

(تاریخ دریافت: ۱۳۹۹/۱۰/۵ - تاریخ بازنگری: ۱۳۹۹/۱۱/۷ - تاریخ تصویب: ۱۳۹۹/۱۱/۱۱)

### چکیده

بهینه‌سازی شبکه پایش، یک فرایند تصمیم‌گیری است که از طریق آن، بهترین ترکیب در بین ایستگاه‌های موجود انتخاب می‌شود. با توجه به ملاحظات اقتصادی و کاهش هزینه‌های پایش، رویکردهای بهینه‌سازی در این پژوهش کاهش ایستگاه‌های پایش کیفیت آب سطح در حوضه آبخیز دز در محدوده استان لرستان است. در این راستا، با استفاده از الگوریتمی بر اساس اصل حداکثر آنتروپی و بر مبنای شاخص آلودگی پارامترهای  $TH, SAR, EC, SO_4, Cl, HCO_3, K, Na, Ca, Mg$ ، ابتدا میانگین  $pH$  و  $TDS$  نسبت به بهینه‌سازی شبکه پایش موجود با ۱۸ ایستگاه در دوره آماری ۱۳۸۷ تا ۱۳۹۶ اقدام شد. ابتدا میانگین رتبه هر ایستگاه در ۱۰ سال آماری مذکور بدست آمد. سپس برای آنتروپی شبکه بر حسب تعداد ایستگاه و زمان مدل‌هایی پیشنهاد شد. پس از برآزش بهترین مدل، نتایج نشان داد که بر اساس پارامترهای  $pH, Mg, Ca, Na, K, HCO_3, Cl, SO_4$ ،  $TH, SAR, TDS$  و  $EC$  به ترتیب تعداد ۹، ۷، ۱۱، ۱۱، ۱۱، ۱۰، ۷، ۱۰، ۱۰ و ۱۱ ایستگاه به عنوان ایستگاه‌های پایش کیفیت آب سطحی منطقه مورد مطالعه کفایت می‌کند. به منظور تایید شبکه پیشنهاد شده، با مقایسه آنتروپی شبکه مذکور با آنتروپی شبکه‌های تصادفی با تعداد ایستگاه‌های فوق بر اساس ۱۲ پارامتر ذکر شده در هر سال آماری کارایی شبکه منتخب تایید شد. همچنین از میان ۱۲ شاخص کیفی ارزیابی شده کلرید ( $Cl$ ) بیشترین مقدار آنتروپی وزن را به خود اختصاص داد. بنابراین کلرید دارای حداکثر آنتروپی و به عنوان شاخص برتر انتخاب شد.

**واژه‌های کلیدی:** شبکه پایش، مدل‌سازی فضایی - زمانی، شاخص کیفیت، الگوریتم

### مقدمه

«پایش» رویکردی نظارتی با طرحی علمی و پویا بر پایه مشاهده، اندازه‌گیری، نمونه‌برداری و ارزیابی نتایج مثبت آن است. همچنین فرایند بهینه‌سازی، برای این است که بهترین ترکیب در بین ایستگاه‌های موجود برگزیده شود. پایش بلندمدت بدون توجه به بهینه‌سازی، سبب افزایش هزینه پایش می‌شود. از این رو طراحی شبکه پایش کیفی منابع آب باید بر پایه اهداف مشخص و از پیش تعیین شده باشد. از انواع شبکه‌های پایش می‌توان شبکه‌های باران‌سنجی، آب‌های زیرزمینی و شبکه ایستگاه‌های نمونه‌برداری از رودخانه‌ها را نام برد. بهینه‌سازی انواع شبکه‌های پایش، از پژوهش‌هایی است که در سال‌های اخیر توجه پژوهشگران را به خود جلب کرده است (Mogheir *et al.*, 2009).

Dimitris and Metaxa (2006). به منظور ارزیابی مکانی بارش و بهینه‌سازی شبکه باران‌سنجی تایوان با استفاده از داده‌های بارش ساعتی و سالیانه از روش زمین آماری استفاده کردند. نتایج نشان داد که بارش‌های ساعتی نسبت به بارش‌های سالیانه تغییرات مکانی بیشتری دارند. همچنین ارزیابی شبکه بر اساس درصد منطقه با دقت قابل قبول (حاصل از واریانس

کریجینگ) انجام شد و طراحی بهینه‌ی شبکه‌ی باران‌سنجی صورت گرفت. Kar and Ehdodgson (2008) در تحقیقی جهت مکان‌یابی محل‌های تخلیه فوری با استفاده از GIS در ایالت فلوریدا آمریکا با استفاده از پناهگاه‌های موجود و مکان‌هایی با قابلیت پناهگاهی (مدرسه، دانشگاه‌ها، کلیساها و مراکز عمومی) بر اساس مناسب بودن و در دسترس بودنشان استفاده نمودند. در این مطالعه برای بدست آوردن مدل نهایی از تلفیق دو روش بر اساس ترکیب خطی وزنی و تکنیک نمایش موفقیت/شکست در ۱۷ ناحیه فلوریدای جنوبی استفاده شد. نتایج نشان داد که ۴۸ درصد از پناهگاه‌های موجود در منطق نامناسب واقع شده است. همچنین، برای ۱۵ پناهگاه موجود در مناطق نامناسب هیچ پناهگاه یا مکانی با قابلیت مناسب بالا یا متوسط تا فاصله ۱۰ مایلی (۱/۱۶ کیلومتر) وجود ندارد. Karamoz *et al.* (2010) در تحلیل مکانی بارش، به مقایسه روش‌های کریجینگ و روش‌های متداول (مانند روش نزدیکترین نقطه، میانگین متحرک، سطح متحرک) روی ۳۸ ایستگاه بارش در محدوده غرب ایران پرداختند. نتایج به دست آمده از این دو روش نسبت به دیگر روش‌های درون‌یابی، نتایج بهتری را نشان داد و در نهایت تعدادی ایستگاه

مطالعه مکان‌هایی شناسایی شدند که بیشترین تأثیر عوامل جمع-کننده‌ای را از نظر کیفیت مانند تخلیه فاضلاب، کاهش سطح آب و غیره داشتند.

در پژوهش حاضر با هدف سنجش و پایش روند آلودگی به وسیله پارامترهای (SO<sub>4</sub>, Cl, HCO<sub>3</sub>, K, Na, Ca, Mg, TH, PH, SAR, EC, TDS). فرایند بهینه‌سازی شبکه پایش کیفیت آب سطحی حوضه آبخیز دز در محدوده استان لرستان با استفاده از اصل حداکثر آنتروپی و با رویکرد کاهشی صورت گرفته است. در پژوهش حاضر مقدار آنتروپی وزن شبکه بر حسب تعداد ایستگاه‌ها در سال‌های مختلف تعیین و سپس وابستگی زمانی آنها به دست آمد، لذا از عامل زمان در فرایند بهینه‌سازی استفاده شده است. از مهمترین نوآوری‌های این پژوهش در نظر گرفتن بعد زمان در تعیین شبکه بهینه است.

## مواد و روش‌ها

### منطقه و داده‌ها

حوضه آبخیز دز از لحاظ موقعیت جغرافیایی بین ۴۸ درجه و ۱۰ دقیقه تا ۵۰ درجه و ۲۱ دقیقه طول شرقی و ۳۱ درجه و ۳۴ دقیقه تا ۳۴ درجه و ۷ دقیقه عرض شمالی محدود است. مساحت کل حوضه بالغ بر ۲۱۷۲۵ کیلومتر مربع و متوسط ارتفاع حوضه حدود ۱۶۰۰ متر می‌باشد (شکل ۱). پوشش گیاهی در ارتفاعات پایین حوضه کم بوده و با افزایش ارتفاع، تراکم این پوشش زیادتر می‌گردد. متوسط بارش سالانه در نواحی شمالی و شرقی حوضه دز نسبت به سایر مناطق حوضه بیشتر است. از نظر توزیع زمانی بارش نیز ۴۸/۸ درصد از بارش سالانه در زمستان، ۳۰/۶ درصد در فصل پاییز، ۲۰/۴ درصد در بهار و تنها ۰/۲ درصد از بارش در فصل تابستان رخ می‌دهد. جهت جریان در حوضه آبخیز دز از سمت شمال به جنوب است. حوضه آبخیز رودخانه دز به عنوان یک حوضه درجه ۳، زیر مجموعه‌ای از حوضه کارون بزرگ محسوب می‌شود و در تقسیم‌بندی بزرگتر در زیرمجموعه حوضه آبخیز خلیج فارس و دریای عمان قرار می‌گیرد. رودخانه دز در ابتدا از اتصال دو شاخه اصلی رودخانه تیره سیلاخور و ماربره شروع شده و با اضافه شدن سرشاخه‌های دیگر رودخانه سپیددشت-سزار و سپیددشت-زاز رودخانه سزار شروع شده و نهایتاً رودخانه دز در محلی به نام تنگ پنج در اعماق رشته کوه زاگرس از تلاقی دو رودخانه سزار و بختیاری تشکیل می‌شود (Ahmadi et al., 2017) و سپس وارد استان خوزستان می‌شود. در این پژوهش فقط کیفیت ایستگاه‌های واقع در محدوده استان لرستان مورد بررسی قرار می‌گیرد (شکل ۱).

در پژوهش حاضر به منظور تحلیل فضایی-زمانی مقادیر

جدید به منظور بهینه‌سازی شبکه باران‌سنجی پیشنهاد شد. Chadalavad et al. (2011) در پژوهشی با عنوان طراحی شبکه نظارت بهینه مبتنی بر عدم اطمینان برای یک سایت آلوده به هیدروکربن کلر در استرالیا، پس از شناسایی ایستگاه‌های بالقوه و برآورد روند آلودگی در چاه‌های جدید توانستند واریانس هر کدام از این چاه‌ها را به وسیله روش‌های زمین آماری صرفاً فضایی (و نه زمانی) بدست آورند. آنان بر پایه واریانس خطای پیش‌بینی هر یک از چاه‌ها، رتبه آنها را در شبکه مورد نظر تعیین کردند. نتایج حاصل نشان داد چاه‌هایی که واریانس کمتری دارند، پیش‌بینی‌پذیری بیشتری داشته و لزومی به حضور آنها در شبکه بهینه نیست. در پژوهش آنان اگرچه رویکرد بهینه‌سازی در جهت افزایش تعداد ایستگاه‌های پایش بوده، اما به نظر می‌رسد این روش را می‌توان برای رویکرد کاهشی ایستگاه‌ها نیز به کار برد. Kim et al. (۲۰۱۳) در مطالعه‌ای تحت عنوان رتبه‌بندی بهترین مکان‌ها برای احداث تصفیه خانه در حوضه آب شهری در ده منطقه کره جنوبی با استفاده از روش تصمیم‌گیری چند معیاره تاپسیس در محیط فازی سعی کردند بر اساس معیارهای اجتماعی، فنی، اقتصادی و محیط زیستی بهترین گزینه را انتخاب کنند. بنابراین، از توابع فازی مثلثی برای داده‌های ورودی استفاده کردند و آن را در ده منطقه در حوضه شهری کره جنوبی که مدل‌سازی هیدرولوژی در آنها انجام گرفته بود، بکار بردند. نتایج شبیه‌سازی کمیت و کیفیت آب با کمک اعداد فازی یک نوع چندین ساله مشخصی را نشان داد و نتیجه‌گیری کردند که روش تاپسیس فازی رتبه‌بندی بهتری را نسبت به روش‌های کلاسیک دیگر نشان می‌دهد. Akbarzadeh and Ghahraman (2015). به بهینه‌سازی شبکه پایش کیفیت منابع آب زیرزمینی آبخوان مشهد با استفاده از مدل سازی فضایی- زمانی پرداختند. در پژوهش آنها پس از حذف هر ایستگاه از شبکه، آنتروپی شبکه جدید (منهای آن ایستگاه) آنتروپی پیش‌بینی آن ایستگاه نامیده شد. سپس با برگرداندن ایستگاه حذف شده آنتروپی ایستگاه دوم تعیین شد به همین روال آنتروپی ۲۸۷ حلقه چاه تعیین شد. چاهی که کمترین آنتروپی را داشت از شبکه حذف شد و آخرین رتبه (۲۸۷) را گرفت. سپس نموداری سه بعدی شامل آنتروپی، زمان و تعداد ایستگاه رسم شد و بر نمودار سه مدل فضایی- زمانی برازش داده شد که دامنه این مدل‌ها تعداد ایستگاه را مشخص کرد. همچنین مدلی که کمترین میانگین مربعات خطا و قدر مطلق خطا را داشت انتخاب شد. Singh et al. (2019) مکان‌های با نظارت ایده‌آل در هند را بررسی کردند. آنها از آنتروپی کیفیت آب با استفاده از اصل حداکثر آنتروپی و شاخص تنوع شانون استفاده کردند، در آن

پارامترهای (  $SO_4$ ,  $Cl$ ,  $HCO_3$ ,  $K$ ,  $Na$ ,  $Ca$ ,  $Mg$ ,  $pH$ ,  $TH$ ,  $SAR$ , ) پارامترهای (  $EC$ ,  $TDS$  ) ۱۸ ایستگاه هیدرومتری که دارای اطلاعات ثبت شده در گستره آماری ۱۳۸۷ تا ۱۳۹۶ بود از شرکت آب منطقه‌ای استان لرستان تهیه شدند.

### تعیین شبکه بهینه

#### آنتروپی

آنتروپی اولین بار توسط Shannon (1948) ارائه شد. آنتروپی تصادفی بودن یک فرایند را نشان می‌دهد. در واقع میزان تصادفی بودن را به صورت یک معیار ریاضی نشان می‌دهد (Guey-Shin, 2011). آنتروپی فرایندی مدیریتی است که بی‌نظمی، بی-ثباتی و اغتشاش را در یک سیستم مورد بررسی قرار می‌دهد (Yufeng and Fengxiang, 2009). رابطه یک به یکی بین کمیت و مقدار آنتروپی سیستم و درجه بی‌نظمی وجود دارد که اصول «بولتزمن»، نامیده می‌شود که برای نمایش وضعیت ترمودینامیکی یک سیستم مورد استفاده قرار می‌گیرد.

در این پژوهش، برای مکان‌یابی بهینه ایستگاه‌های آب سطحی در روش حذف ایستگاه از معادلات زیر استفاده می‌شود. معادله آنتروپی به صورت زیر است (Shannon, 1948):

$$H(x) = -\sum_{j=1}^n P(x_j) \log[P(x_j)] \quad (\text{رابطه ۱})$$

$H(x)$  مقدار آنتروپی و  $P(x_j)$  توزیع احتمالی متغیر تصادفی  $x_j$  می‌باشد.

مراحل محاسبه آنتروپی به صورت زیر است:

۱- ساخت یک ماتریس اولیه از نمونه‌های آب (نام ایستگاه برای آب سطحی) و پارامترهای ارزیابی شده (  $SO_4$ ,  $pH$ ,  $Cl$ ,  $HCO_3$ ,  $K$ ,  $Na$ ,  $Ca$ ,  $Mg$ ,  $TH$ ,  $SAR$ ,  $EC$ ,  $TDS$  ) مقادیر ویژه  $x$  به صورت زیر خواهد بود:

$$x = \begin{bmatrix} x_{11} & x_{1n} \\ \vdots & \vdots \\ x_{m1} & x_{mn} \end{bmatrix} \quad (\text{رابطه ۲})$$

$m$ : تعداد نمونه‌های برداشت شده و  $n$ : تعداد پارامترهای مورد ارزیابی می‌باشد.

۲- استانداردسازی داده‌ها از طریق فرمول زیر انجام می‌گیرد (Wu et al., 2011):

$$y_{ij} = \frac{x_{ij} - (x_{ij})_{\min}}{(x_{ij})_{\max} - (x_{ij})_{\min}} \quad (\text{رابطه ۳})$$

۳- ماتریس استاندارد داده‌های خام پس از نرمال‌سازی بدین صورت است.

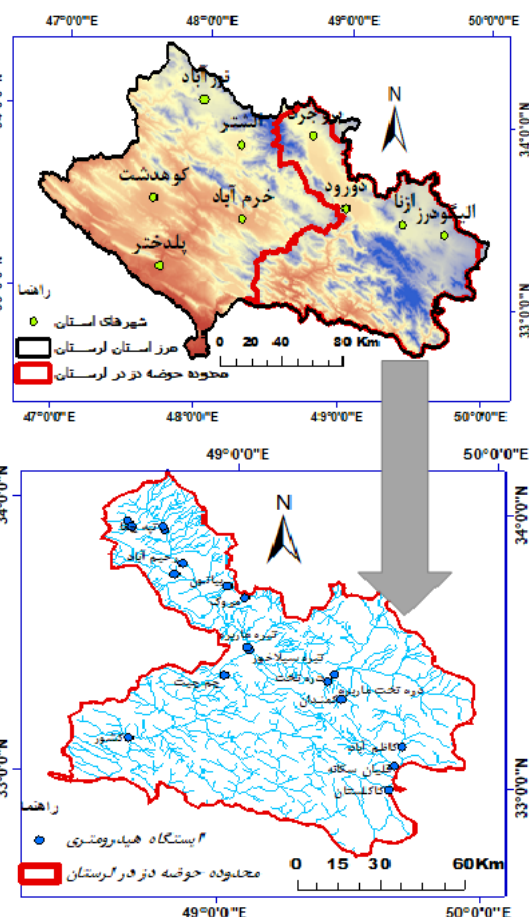
$$y = \begin{bmatrix} y_{11} & y_{1n} \\ y_{m1} & y_{mn} \end{bmatrix} \quad (\text{رابطه ۴})$$

۴- نسبت مقدار شاخص پارامتر  $z$  در نمونه  $i$  بر اساس معادله زیر محاسبه شده است (Shannon 1948; Li et al., 2010; Amiri et al., 2014):

$$P_{ij} = \frac{y_{ij}}{\sum_{i=1}^m y_{ij}} \quad (\text{رابطه ۵})$$

۵- مقدار آنتروپی اطلاعات به صورت رابطه زیر بیان می‌شود (Shannon 1948; Amiri et al., 2014; Li et al., 2010):

$$e_{ij} = -\frac{1}{\ln(m)} \sum_{i=1}^m P_{ij} \ln P_{ij} \quad (\text{رابطه ۶})$$



شکل ۱- موقعیت حوضه و ایستگاه‌های مورد مطالعه در استان لرستان

در این مطالعه از ایستگاه‌های تنگ محمدحاجی (آبسرده کد ۱)، آبگرمه تپه چغا (کد ۲)، بیاتون (کد ۳)، تیره دورود (کد ۴)، تیره مروک (کد ۵)، دره تخت (کد ۶)، سبزه آب چیت (کد ۷)، سراب سفید ونایی (کد ۸)، سرخاب کشور (کد ۹)، سیلاخور رحیم آباد (کد ۱۰)، قلیان سکانه (کد ۱۱)، کاکلستان بختیاری (کد ۱۲)، کاکلستان کاظم آباد (کد ۱۳)، کمندان (کد ۱۴)، گلرود سازمان آب (کد ۱۵)، گلرود ونایی (کد ۱۶)، ماربره دره تخت (کد ۱۷) و ماربره دورود (کد ۱۸) استفاده شده است (شکل ۱). داده‌های ناقص هر ایستگاه با استفاده از روش رگرسیون خطی بازسازی شدند و بهینه‌سازی با استفاده از داده‌های تکمیل شده انجام شد. بررسی‌های آماری این پژوهش با استفاده از نرم‌افزارهای EXCEL، R 3.5.2، (کدنویسی فرمول‌ها و توابع)، و MATLAB (برای ترسیم نمودارهای سه بعدی) و برای تهیه نقشه‌ها از نرم‌افزار ArcGIS 10.6 استفاده شده است.

۱۷ ایستگاه باقی‌مانده محاسبه شد. سپس با برگرداندن ایستگاه حذف شده به شبکه، ایستگاه دیگری حذف شد و آنتروپی شبکه موجود برآورد گردید.

۲- ایستگاهی که کمترین آنتروپی وزن پیش‌بینی را کسب کرد از شبکه حذف شد. رتبه این ایستگاه، بعنوان آخرین رتبه در نظر گرفته شد.

۳- آنتروپی وزن پیش‌بینی هر یک از ۱۷ ایستگاه باقیمانده مشابه با تکرار مراحل ۱ و ۲ با حذف هر کدام و بر اساس مشاهدات ۱۶ ایستگاه محاسبه و ایستگاه دارای کمترین آنتروپی وزن پیش‌بینی حذف گردید. سپس آنتروپی شبکه بدون آن محاسبه و رتبه ۱۷ به ایستگاه حذف شده نسبت داده شد.

۴- رتبه بندی تمام ایستگاه‌ها طبق مراحل بالا انجام می‌شود.

۵- نمودار مقادیر آنتروپی‌های وزن تمامی شبکه‌ها نسبت به تعداد ایستگاه‌ها و زمان (سال) رسم گردید.

۶- در ادامه مدلی سه بعدی (شامل آنتروپی وزن شبکه، تعداد ایستگاه و زمان) بر این نمودارها برازش داده شد. این نمودارها با توجه به تعداد ایستگاه‌ها و گستره زمانی مورد مطالعه دارای سه پارامتر دامنه (حدی از تعداد ایستگاه‌ها که از آن به بعد نمودار به حالت افقی در می‌آید. از این رو مقادیر بزرگتر از دامنه تاثیری بر آنتروپی شبکه ندارد)، برد یا سقف نمودار (مقدار بیشینه آنتروپی که پس از آن نمودار به حد ثابتی می‌رسد)، و عرض از مبدا (نقطه‌ای که مقدار آنتروپی شبکه از آن شروع می‌شود) می‌باشد. از این رو دامنه این نمودار سه بعدی به عنوان تعداد بهینه ایستگاه‌های پایش در نظر گرفته شد.

۷- با توجه به رتبه بندی هر ایستگاه در ۱۰ سال آماری و دامنه بدست آمده از مرحله قبل شبکه بهینه پایش تعیین گردید.

#### اعتبارسنجی نتایج

در پژوهش حاضر، برای اعتبارسنجی از میانگین مربعات خطا و میانگین قدر مطلق خطا که به ترتیب با روابط ۹ و ۱۰ نشان داده شده، استفاده شده است

$$(MSE = \frac{1}{nt} \sum_{t,n} (H(n, t) - \hat{H}(n, t))^2) \quad (\text{رابطه ۹})$$

$$MAE = \frac{1}{nt} \sum_{t,n} |H(n, t) - \hat{H}(n, t)| \quad (\text{رابطه ۱۰})$$

که در آنها  $H(n, t)$  و  $\hat{H}(n, t)$  به ترتیب مقدار واقعی و برآورد شده آنتروپی شبکه با  $n$  ایستگاه و در سال  $t$  است. هرچه مقدار این دو عدد کمتر و به صفر نزدیکتر باشد نشان‌دهنده این است که کار از دقت بالایی برخوردار است. در ادامه ۱۰ ایستگاه با حجم شبکه بهینه به تصادف از بین ۱۸ ایستگاه اولیه انتخاب شد سپس آنتروپی شبکه مذکور محاسبه و میزان اختلاف آنتروپی شبکه منتخب و آنتروپی شبکه انتخاب شده با هم مقایسه شد.

هر چه مقدار آنتروپی کمتر باشد تاثیر پارامتر  $Z$  بیشتر خواهد بود.

#### محاسبه شاخص وزن آنتروپی ( $w_j$ )

وزن آنتروپی هر پارامتر  $Z$  با استفاده از معادله زیر محاسبه می‌شود (Li et al., 2010; Amiri et al., 2014; Shannon 1948).

$$w_j = \frac{1 - e_j}{\sum_{j=1}^n (1 - e_j)} \quad (\text{رابطه ۷})$$

در این رابطه  $w_j$  وزن آنتروپی  $e_j$  مقدار آنتروپی می‌باشد.

طبق فرمول بالا پارامترهایی با مقدار آنتروپی کم، بیشترین وزن را به خود اختصاص می‌دهند (Li et al., Shannon 1948; Amiri et al., 2014).

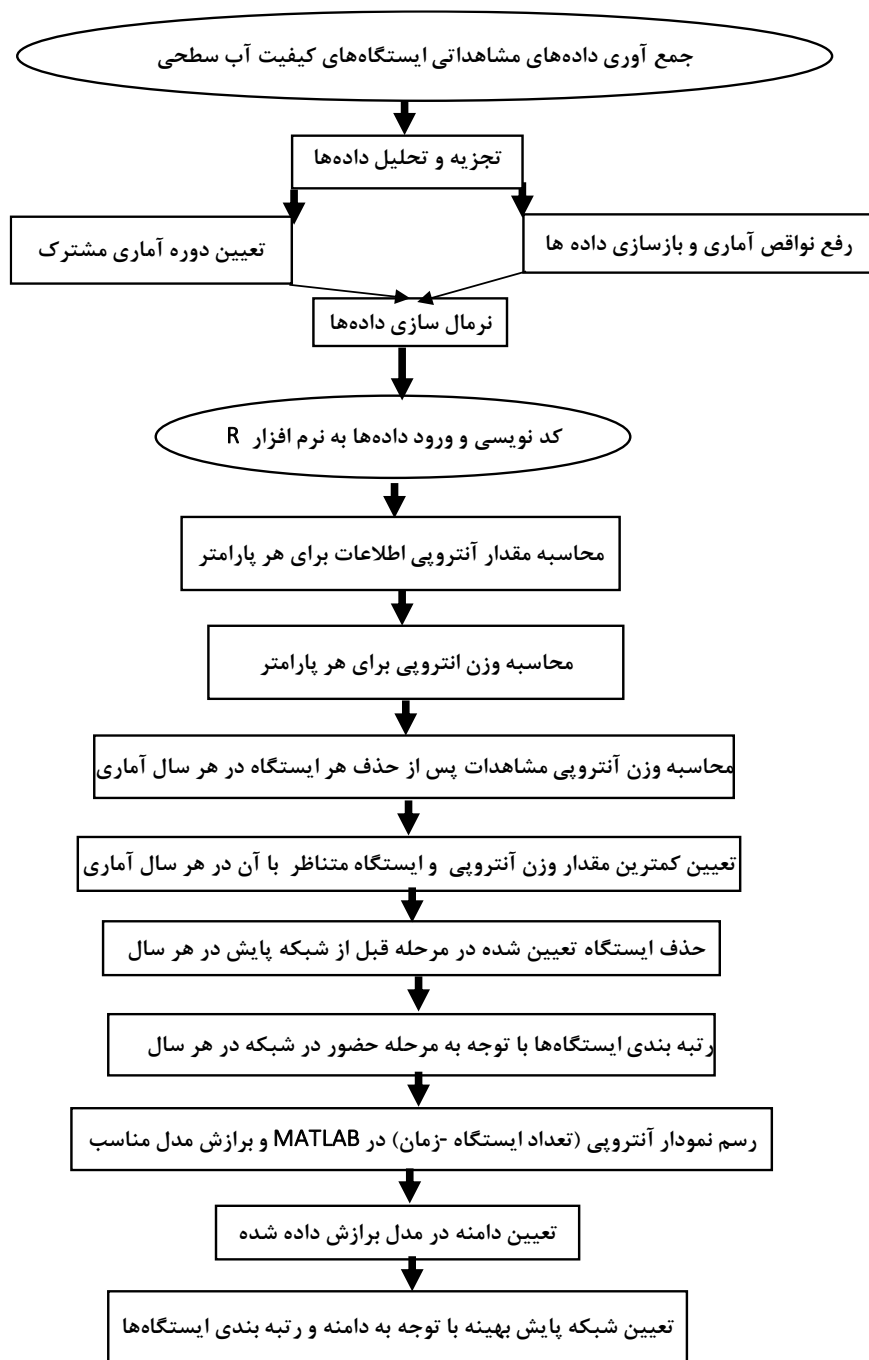
اگر دو مجموعه یکی به صورت  $Z_1 = (z(s_1), z(s_2), \dots, z(s_n))$  و دیگری به صورت  $Z_2 = (z(s_1), z(s_2), \dots, z(s_k))$  در اختیار باشد به گونه‌ای که  $k \leq n$  باشد آنگاه رابطه ۸ برقرار است (Singh, 2013).

$$H(Z_2) \leq H(Z_1) \quad \text{و} \quad k \leq n \quad (\text{رابطه ۸})$$

رابطه ۸ نشان می‌دهد که آنتروپی با کم شدن تعداد ایستگاه‌های پایش، کاهش می‌یابد. با توجه به این رابطه هر ایستگاه سهمی در میزان تصادفی بودن شبکه دارد. به عبارت دیگر با حذف شدن تعدادی ایستگاه از شبکه موجود، میزانی از آنتروپی و تصادفی بودن آن کم می‌شود. شبکه اولیه (با تمامی ۱۸ ایستگاه موجود) بیشترین آنتروپی وزن را دارد. بر مبنای رویکرد کاهش در بهینه‌سازی شبکه پایش هر ایستگاهی که دقت برآورد پارامتر شاخص کیفی آن توسط سایر ایستگاه‌ها بیشتر باشد سهم آن در آنتروپی شبکه کمتر است. بنابراین در اولویت حذف قرار می‌گیرد. با توجه به آنچه بیان شد طرح بهینه پایش شامل قرار دادن ایستگاه‌ها در موقعیت‌هایی می‌شود که پیش‌بینی در آنها از دقت بالایی برخوردار نبوده و نمونه‌گیری در آنها موجب افزایش دقت پیش‌بینی در سایر موقعیت‌ها می‌شود. بنابراین ایستگاه‌هایی که پیش‌بینی آنها با استفاده از سایر ایستگاه‌ها از بیشترین دقت یا به عبارت دیگر کمترین آنتروپی وزن برخوردار باشد در اولویت حذف از شبکه قرار می‌گیرند.

بنابراین در پژوهش حاضر پس از حذف هر ایستگاه از شبکه موجود، آنتروپی وزن پیش‌بینی آن ایستگاه (تعیین سهم این ایستگاه در پیش‌بینی برای سایر ایستگاه‌ها) نامیده می‌شود. فرایند تعیین شبکه بهینه برای هر سال آماری به شرح مراحل زیر است (Akbarzadeh and Ghahraman, 2013).

۱- از مجموعه ۱۸ ایستگاه پایش موجود، آنتروپی وزن پیش‌بینی هر ایستگاه با حذف آن از شبکه و بر اساس مشاهدات



شکل ۲- نمودار گردش کار در این پژوهش

## نتایج و بحث

### رتبه بندی ایستگاه‌ها

رتبه بندی ایستگاه‌ها در سال‌های آماری مختلف و براساس پارامتر Na در جدول (۱) ارائه شده است. رتبه هر ایستگاه در سال‌های آماری اغلب متفاوت است. این بدان معناست که مقادیر پراکندگی رتبه هر ایستگاه در سال‌های آماری مختلف تفاوت معنی‌داری دارد. اگر به جای رتبه ایستگاه در سال‌های مختلف میانگین آن تعیین شود، می‌تواند نماینده مناسبی برای آن باشد. در این راستا رتبه هر ایستگاه برابر میانگین رتبه آن در

کل دوره آماری در نظر گرفته شد. از این رو سطر پایان جدول مقادیر میانگین ارائه شده است.

### مدل بندی آنتروپی شبکه ایستگاه‌ها

در جدول (۲) مقادیر آنتروپی شبکه بیان شده است. برای درک بهتر نیز مقادیر جدول مذکور به صورت نمودار سه بعدی در شکل (۳) نشان داده شده است. این نمودار بر اساس الگوریتم پیشنهادی و شامل مقادیر آنتروپی شبکه در هر سال، پس از حذف یک ایستگاه در هر کدام از مراحل ۱۸ گانه می‌باشد. جدول مذکور نشان دهنده سیر نزولی آنتروپی با کاهش ایستگاه‌های پایش

نمودار بر حسب تعداد ایستگاه است. همچنین از میان شاخص‌های کیفی ارزیابی شده کلرید (Cl) دارای بیشترین مقدار آنتروپی وزن می‌باشد بنابراین دارای حداکثر آنتروپی و به عنوان شاخص برتر برگزیده شد. همچنین در شکل (۴) نمودار واریانس و ضریب تغییرات رتبه‌های ایستگاه‌های مختلف برای پارامتر Na آورده شده است.

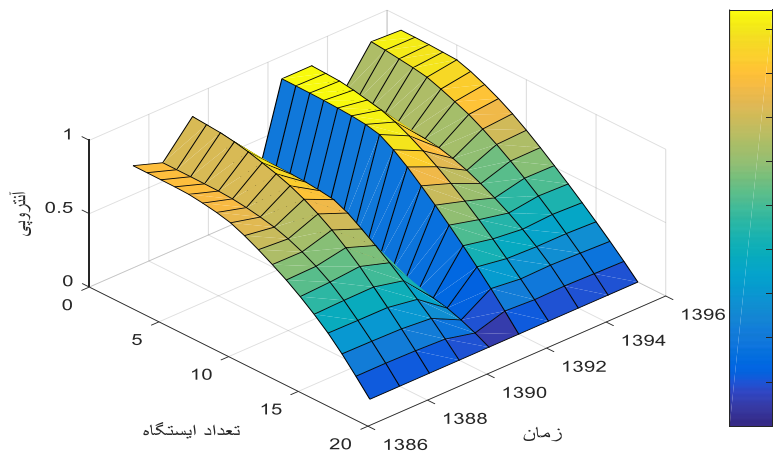
این موضوع بدان سبب است که با کاهش تعداد ایستگاه‌های هر شبکه آنتروپی وزن کاهش یافته است. یعنی در شبکه اولیه قابلیت پیش‌بینی ایستگاه‌ها نیز کاهش می‌یابد. ارزیابی نمودار نیز حاکی از آن است که با افزایش تعداد ایستگاه‌های پایش مقدار آنتروپی شبکه افزایش می‌یابد. اما این افزایش تا میزان معینی از تعداد ایستگاه خواهد بود و پس از آن افزایش آنتروپی با افزایش یافتن تعداد ایستگاه‌ها تغییر چندانی نمی‌کند این همان دامنه

جدول ۱- رتبه بندی ایستگاه‌ها در سال‌های آماری مختلف بر اساس پارامتر Na

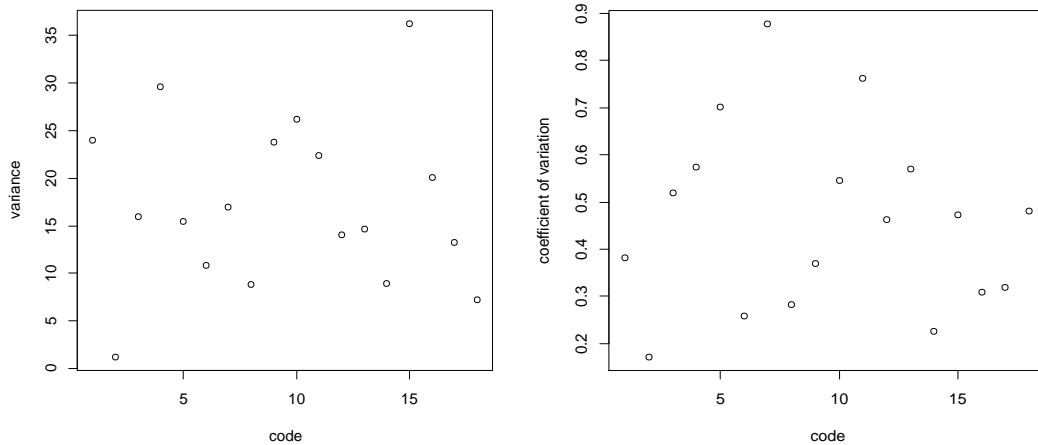
کد ایستگاه\سال	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶	۱۷	۱۸
۱۳۸۷	۱۴	۶	۷	۱۵	۵	۱۳	۳	۱۰	۱۶	۹	۱	۴	۲	۱۲	۱۷	۱۸	۱۱	۸
۱۳۸۸	۱۸	۶	۱۲	۱۵	۲	۷	۱	۱۰	۱۷	۱۴	۳	۸	۴	۱۱	۱۳	۱۶	۹	۵
۱۳۸۹	۸	۵	۱۰	۱۳	۱	۱۱	۱۵	۹	۱۲	۱۴	۳	۶	۲	۱۷	۱۶	۱۸	۷	۴
۱۳۹۰	۱۲	۶	۱	۹	۱۰	۱۳	۴	۱۶	۱۵	۱۱	۲	۵	۳	۱۴	۱۷	۱۸	۷	۸
۱۳۹۱	۱۲	۶	۷	۸	۴	۱۶	۱	۵	۱۵	۱۴	۹	۱۱	۱۰	۱۸	۱۷	۳	۱۳	۲
۱۳۹۲	۱۷	۵	۳	۱	۴	۸	۲	۱۳	۱۱	۹	۷	۱۵	۱۲	۱۴	۱۰	۱۸	۱۶	۶
۱۳۹۳	۱۸	۸	۶	۲	۱۰	۱۲	۷	۹	۱۱	۳	۱۴	۱۵	۱۱	۱	۱۶	۱۷	۱۷	۴
۱۳۹۴	۱۰	۷	۱۴	۱۵	۶	۱۳	۱	۸	۱۸	۱۶	۳	۵	۴	۱۲	۱۷	۱۱	۹	۲
۱۳۹۵	۲	۸	۱۲	۱۴	۱	۱۶	۶	۱۵	۱۸	۳	۵	۴	۱۰	۷	۱۷	۱۳	۹	۱۱
۱۳۹۶	۱۷	۸	۵	۳	۱۳	۱۸	۷	۱۱	۴	۱	۱۵	۱۰	۹	۱۲	۲	۱۴	۱۶	۶
میانگین	۱۲/۸	۶/۵	۷/۷	۹/۵	۵/۶	۱۲/۷	۴/۷	۱۰/۵	۱۳/۲	۹/۴	۶/۲	۸/۱	۶/۷	۱۳/۲	۱۲/۷	۱۴/۵	۱۱/۴	۵/۶

جدول ۲- آنتروپی ایستگاه‌ها متناظر با حذف ایستگاه‌های با کمترین آنتروپی طی مراحل ۱۸گانه در هر سال آماری بر اساس پارامتر Na

کد ایستگاه\سال	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶	۱۷	۱۸
۱۳۸۷	-۰/۷۸۶	-۰/۷۸۵	-۰/۷۸۵	-۰/۷۸۴	-۰/۷۸	-۰/۷۶۸	-۰/۷۵۱	-۰/۷۲۸	-۰/۶۸۸	-۰/۶۴	-۰/۵۸۶	-۰/۵۲۸	-۰/۴۶۳	-۰/۳۸۹	-۰/۳۰۹	-۰/۲۱۴	-۰/۱۰۹	۰
۱۳۸۸	-۰/۷۱۷	-۰/۷۱۷	-۰/۷۱۵	-۰/۷۱۴	-۰/۷۰۸	-۰/۶۹۶	-۰/۶۷۹	-۰/۶۵۸	-۰/۶۲۵	-۰/۵۸۴	-۰/۵۳۳	-۰/۴۷۳	-۰/۳۹۶	-۰/۳۰۶	-۰/۲۱۲	-۰/۱۱۱	۰	۰
۱۳۸۹	-۰/۹۴۳	-۰/۹۳۶	-۰/۹۲۸	-۰/۹۱۳	-۰/۸۹۲	-۰/۸۶۵	-۰/۸۳۷	-۰/۸۰۳	-۰/۷۵۹	-۰/۷۰۶	-۰/۶۴۴	-۰/۵۷۱	-۰/۴۹	-۰/۳۹۸	-۰/۳۰۵	-۰/۲۰۸	-۰/۱۰۶	۰
۱۳۹۰	-۰/۷	-۰/۷	-۰/۷	-۰/۶۹۹	-۰/۶۹۷	-۰/۶۹۲	-۰/۶۸۱	-۰/۶۶۷	-۰/۶۲۴	-۰/۵۶۲	-۰/۵۰۶	-۰/۴۲۷	-۰/۳۵۲	-۰/۲۷۲	-۰/۱۹	-۰/۰۹۷	۰	۰
۱۳۹۱	-۰/۱۹۶	-۰/۱۹۵	-۰/۱۹۵	-۰/۱۹۵	-۰/۱۹۴	-۰/۱۹۳	-۰/۱۹۲	-۰/۱۹	-۰/۱۸۶	-۰/۱۸۱	-۰/۱۷۴	-۰/۱۶۳	-۰/۱۴۶	-۰/۱۲۴	-۰/۰۹۱	-۰/۰۴۹	۰	۰
۱۳۹۲	-۰/۹۳۴	-۰/۹۳۳	-۰/۹۳۲	-۰/۹۳	-۰/۹۱۹	-۰/۹۰۸	-۰/۸۸۶	-۰/۸۳	-۰/۷۶	-۰/۶۷۹	-۰/۵۹۵	-۰/۵۰۶	-۰/۴۱۳	-۰/۳۱۶	-۰/۲۱۶	-۰/۱۱۱	۰	۰
۱۳۹۳	-۰/۹۳۵	-۰/۹۳	-۰/۹۲۵	-۰/۹۱۱	-۰/۸۹۱	-۰/۸۷	-۰/۸۳۶	-۰/۷۸۹	-۰/۷۳۴	-۰/۶۷۲	-۰/۵۹۷	-۰/۵۳۴	-۰/۴۵۵	-۰/۳۷۱	-۰/۲۹۳	-۰/۱۹۹	۰	۰
۱۳۹۴	-۰/۶۴۴	-۰/۶۴۴	-۰/۶۴۲	-۰/۶۴۲	-۰/۶۴۱	-۰/۶۳۳	-۰/۶۲	-۰/۵۹۴	-۰/۵۶	-۰/۵۱۷	-۰/۴۶۷	-۰/۴۱۱	-۰/۳۴۸	-۰/۲۷۶	-۰/۱۹۸	-۰/۱۰۳	۰	۰
۱۳۹۵	-۰/۹۲۱	-۰/۹۱۱	-۰/۸۹۸	-۰/۸۸۶	-۰/۸۶۹	-۰/۸۳۵	-۰/۷۹۷	-۰/۷۵۷	-۰/۷۰۵	-۰/۶۴۷	-۰/۵۸۲	-۰/۵۱۲	-۰/۴۳۸	-۰/۳۶	-۰/۲۷۷	-۰/۱۹۱	-۰/۰۹۸	۰
۱۳۹۶	-۰/۹۱۱	-۰/۹۰۸	-۰/۹۰۳	-۰/۸۹۸	-۰/۸۶۷	-۰/۸۲۵	-۰/۷۷۶	-۰/۷۲	-۰/۶۵۶	-۰/۵۸۵	-۰/۵۰۹	-۰/۴۳۲	-۰/۳۵۲	-۰/۲۶۹	-۰/۱۸۳	-۰/۰۹۴	۰	۰
میانگین	-۰/۷۶۹	-۰/۷۶۶	-۰/۷۶۲	-۰/۷۵۸	-۰/۷۵	-۰/۷۳۶	-۰/۷۱۷	-۰/۶۹۱	-۰/۶۵۵	-۰/۶۰۸	-۰/۵۵۳	-۰/۴۹۲	-۰/۴۲۶	-۰/۳۵۲	-۰/۲۷۴	-۰/۱۹	-۰/۰۹۷	۰



شکل ۳- نمودار آنتروپی وزن ایستگاه‌ها بر اساس پارامتر Na



شکل ۴- نمودار سمت چپ واریانس و سمت راست ضریب تغییرات رتبه‌های ایستگاه‌های Na

ایده کسب شده از مدل‌های تغییرنمای فضایی-زمانی) برای تعیین تعداد ایستگاه‌های بهینه به عنوان هدف این پژوهش مشخص گردید. با توجه به غیرخطی بودن روابط بجای استفاده از بهینه-سازی کلاسیک و حتی استفاده از روش‌های فراکاوش، از شبیه-سازی مونت کارلو استفاده شد. لازم به ذکر است که روش مونت کارلو برای سامانه‌های پیچیده غیرخطی با درجه عدم قطعیت زیاد مانند محیط‌های ناهمگن و یا سامانه‌های با ورودی‌های نامعین با موفقیت به کار می‌رود. هر الگوریتم محاسباتی و مدل‌سازی مونت کارلو شامل چند جز اصلی است این اجزا عبارت از اعداد تصادفی، تابع توزیع احتمال، قواعد نمونه‌برداری، تخمین خطا و کاهش انحراف معیار پراکندگی، موازی‌سازی، بردارسازی محاسباتی و الگوریتم متروپلیس هستند. جز اصلی روش مونت کارلو بر مبنای استفاده مداوم از اعداد تصادفی است. روش مونت کارلو یک الگوریتم محاسباتی است که از نمونه‌گیری تصادفی برای محاسبه نتایج استفاده می‌کند. روال اصلی انجام محاسبات به ترتیب با تعریف دامنه ورودی‌های ممکن، تولید ورودی‌های تصادفی از دامنه و اجرای یک عملیات قطعی بر روی آنها و جمع‌بندی نتایج حاصل از تک تک محاسبات با هدف حداقل نمودن میزان خطا، انجام می‌گیرد. علت استفاده از روش مونت کارلو برای حل توابع غیرخطی در مقایسه با روش‌های فرارتنه‌ای مانند الگوریتم ژنتیک سادگی آن است. این روش با وجود سادگی، جدید بودن و دقت بالایی که دارد برای حل معادلات پیچیده با متغیرهای زیاد بکار می‌رود (Pazirandeh and Shakorian, 2005؛ Alian 2016؛ Fatahi et al., 2018؛ Nejad et al., 2018). در این پژوهش، در مدل  $M_3$  با توجه به وجود پارامترهای  $a$ ،  $b$ ،  $c$  و  $d$  بهینه‌سازی آن با توجه به داده‌های بدست آمده دشوار است از این رو از روش حداقل مربعات استفاده شد. این روش در دستگاه معادلاتی به کار

به‌طور کلی آنتروپی شبکه علاوه بر تعداد ایستگاه‌ها به عامل زمان نیز وابسته است. تفاوت آنتروپی شبکه در هر سال علاوه بر جدول، در شکل (۳) نیز دیده می‌شود. در مرحله اول پس از حذف اولین ایستگاه تفاوت آنتروپی شبکه در بین تمام سال‌های آماری بر اساس پارامترهای  $Mg$ ،  $Ca$ ،  $Na$ ،  $K$ ،  $HCO_3$ ،  $Cl$ ،  $SO_4$ ،  $EC$  و  $SAR$ ،  $TDS$ ،  $TH$ ،  $pH$  به ترتیب ۱، ۱، ۰،۳۳، ۰،۴، ۰،۷، ۰،۵، ۰،۴۱، ۰،۶۳، ۰،۲۷، ۰،۵۶ و ۰،۳۲ هست شکل (۳) نیز حاکی از آن است که آنتروپی شبکه‌ها در زمانهای مختلف، متفاوت است. بنابراین این اثر می‌تواند مدل‌بندی شود. یعنی وابستگی آنتروپی شبکه‌ها در زمان‌های مختلف قابل مدل‌بندی است. نمودار نشان‌دهنده آن است که تغییرات آنتروپی در سالی خاص به شکل نمایی می‌باشد، در حالی که تغییرات سالانه برای تعداد مشخصی از ایستگاه‌ها تقریباً خطی است. برای برازش مدل مناسب و جهت تعیین دامنه نمودار، سه مدل تفکیکی به نمودار شکل (۳) برازش داده شد و مدل‌های پیشنهاد شده به ترتیب ضریبی، جمعی و ضریبی-جمعی به صورت روابط ۱۱ تا ۱۳ می‌باشد. این سه مدل بر اساس مدل‌های نیم تغییر نمای فضایی-زمانی انتخاب شده است (Akbarzadeh and Ghahraman, 2013).

$$M_1: H(n, t) = ct(1 - \exp\{-\frac{n}{b}\}) + a \quad (\text{رابطه ۱۱})$$

$$M_2: H(n, t) = a(1 - \exp\{-\frac{n}{b}\}) + ct \quad (\text{رابطه ۱۲})$$

$$(\text{رابطه ۱۳})$$

$M_3: H(n, t) = a(1 - \exp\{-\frac{n}{b}\}) + ct + dt(1 - \exp\{-\frac{n}{b}\})$   
 که در آن  $1 - \exp\{-\frac{n}{b}\}$  مدل نمایی و  $t$  مدل خطی است. همچنین در این معادلات،  $a$  عرض از مبدا،  $b$  دامنه،  $c$  شیب زمان،  $n$  تعداد ایستگاه‌ها،  $d$  شیب زمان و  $t$  زمان بر حسب سال است. در تمامی معادلات فوق پارامتر  $b$  (برابر دامنه با توجه به



منتخب و آنتروپی شبکه انتخاب شده در سال‌های مختلف با هم مقایسه شد. مقدار این اختلاف بر اساس ۱۲ پارامتر ارزیابی شده ناچیز بود که مبین این نکته است که در تمام سال‌های آماری، مدل منتخب توانسته است عملکرد بهتری نسبت به سایر شبکه‌های موجود داشته باشد. لازم به ذکر است که دامنه خطای برآورد آنتروپی بر اساس پارامترها با فاصله گرفتن از سال مبدا بصورت  $So4 (0.09 - 0.01)$ ،  $Cl (0.36 - 0.05)$ ،  $Hco3 (0.01 - 0.01)$ ،  $Na (0.02 - 0.001)$ ،  $K (0.49 - 0.05)$ ،  $Ca (0.25 - 0.03)$ ،  $Mg (0.48 - 0.06)$ ،  $pH (0.16 - 0.02)$ ،  $TDS (0.55 - 0.06)$ ،  $TH (0.397 - 0.048)$ ،  $SAR (0.17 - 0.02)$  و  $EC (0.567 - 0.064)$  بدست آمد.

#### انتخاب شبکه بهینه

پس از تعیین تعداد ایستگاه‌ها برای شبکه بهینه، به منظور مشخص نمودن موقعیت ایستگاه‌ها با مرتب کردن میانگین رتبه آنها (در جدول ۱) تعداد ایستگاه‌ها بر اساس پارامترها به ترتیب  $Ca = Na = 11, K = 11, Hco3 = 7, Cl = 9, So4 = 9, SAR = 10, TH = 10, TDS = 10, pH = 7, Mg = 10, EC = 11$  عنوان ایستگاه‌ها که کمترین مقدار میانگین رتبه را دارند به عنوان ایستگاه‌های منتخب برگزیده شد. برای پارامتر  $Na$  ایستگاه‌های تنگ محمدحاجی (آب‌سرد کد ۱)، دره تخت (کد ۶)، سرخاب کشور (کد ۹)، کمندان (کد ۱۴)، گلرود سازمان آب (کد ۱۵)، گلرود ونایی (کد ۱۶) و ماربره دره تخت (کد ۱۷) حذف شده‌اند (شکل ۱).

#### بحث و نتیجه‌گیری

نتایج حاصل از این پژوهش با نتایج Akbarzadeh and Ghahraman (2013) و Akbarzadeh and Ghahraman (2015) همخوانی دارد. هرچند تفاوت این نتایج با تحقیقات ذکر شده در نظر گرفتن ۱۲ پارامتر برای تعیین شبکه پایش بهینه است، در حالی که در آن پژوهش‌ها بهینه‌سازی شبکه پایش فقط بر اساس یک یا دو پارامتر انجام شده است. همچنین در پژوهش حاضر آنتروپی وزن ۱۲ پارامتر در سال‌های مختلف با هم مقایسه شده است. از طرفی نتایج بدست آمده از پژوهش حاضر با پژوهش Yeh *et al.* (2011) شباهت‌هایی دارد. اما تفاوت‌هایی نیز وجود دارد. به این صورت که، در آن پژوهش، به دلیل کمبود ایستگاه، ایستگاه‌های جدید نیز پیشنهاد شده است. اما پژوهش حاضر فقط بر مبنای رویکرد کاهش یافته است. علاوه بر این، در آن پژوهش، مدلی دو بعدی بر اساس تعداد ایستگاه و آنتروپی ارائه گردیده، اما پژوهش حاضر، بر اساس مدلی سه بعدی بر مبنای تعداد ایستگاه، زمان و آنتروپی است که احتمالاً از دقت بالاتری برخوردار است.

می‌رود که تعداد معادلات آن بیش از تعداد مجهولات است. در این روش با استفاده از تکرار عددی (مونت کارلو)، پارامترها به گونه‌ای به دست آمده که رابطه ۱۴ کمینه گردد (Akbarzadeh and Ghahraman, 2015).

$$\sum_{t,n} (H(n,t) - \hat{H}(n,t))^2 \quad (\text{رابطه ۱۴})$$

که در آن  $H(n,t)$  و  $\hat{H}(n,t)$  به ترتیب مقادیر واقعی (مقدار آنتروپی شبکه) و برآورد شده از هر یک از مدل‌های معادلات ۱۱، ۱۲ و ۱۳ می‌باشد. این بدان معناست که در هر زمان  $t$  و برای هر تعداد  $n$  در رابطه ۱۴ برای مقادیر مختلف پارامترهای مدل (در هر مدل) مقدار  $\hat{H}(n,t)$  بدست آمده و با مقدار  $H(n,t)$  (مقدار آنتروپی شبکه در زمان  $t$  و تعداد  $n$ ). مقایسه گردد  $(H(n,t) - \hat{H}(n,t))^2$  مربع این مقدار  $(H(n,t) - \hat{H}(n,t))^2$  به عنوان مربع باقیمانده شناخته می‌شود. با جمع این مقادیر مجموع مربع باقیمانده‌ها یا خطا (رابطه ۱۴). بدست می‌آید. در این میان پارامترهایی به عنوان پارامتر نهایی برگزیده می‌شوند که این رابطه را کمینه کنند.

مقدار تابع هدف بهینه به گونه‌ای انتخاب شده که تعداد ایستگاه می‌توانسته هر عددی بین ۱ تا ۱۸ را شامل شود. تابع هدف تابعی است که می‌بایست برآورد گردد. هر کدام از معادلات ۱۱، ۱۲ و ۱۳ تابع هدف هستند. این توابع برآورد گردید و در جدول (۳) با هم مقایسه شد. برای بدست آوردن سایر پارامترها نیز فاصله‌ای از صفر تا بی‌نهایت تعریف شد تا بتوان به وسیله تکرارهای متعدد جوابی منطقی از پارامترهای مدل‌های معرفی شده به دست آورد. در جدول (۳) مقادیر پارامترها و میانگین مربعات خطا و میانگین قدرمطلق خطا برای هر مدل آمده است. نتایج بدست آمده نشان می‌دهد که برای پارامتر  $So4$  مدل M1 با کمترین مقادیر MAE و MSE، مدل M2،  $Cl$ ، مدل M1،  $K$ ، مدل M2،  $Na$ ، مدل M1،  $Ca$ ، مدل M2،  $Mg$ ، مدل M2،  $pH$ ، مدل M2،  $TDS$ ، مدل M2،  $TH$ ، مدل M3،  $SAR$ ، مدل M1 و  $EC$  مدل M2 نسبت به سایر مدل‌ها به عنوان مدل‌های منتخب برگزیده شدند (مشابه رسم شکل). اما آنچه در این پژوهش مورد توجه است دامنه مدل منتخب می‌باشد به وسیله این عدد می‌توان تعداد بهینه ایستگاه‌ها را در شبکه موجود تعیین نمود. عدد مذکور برای پارامتر  $So4$  ۹،  $Cl$  ۹،  $Hco3$  ۷،  $K$  ۱۱،  $Na$  ۱۱،  $Ca$  ۱۱،  $Mg$  ۱۰،  $Na$  ۱۰،  $Ca$  ۱۱،  $K$  ۱۱،  $EC$  ۱۱ و  $SAR$  ۱۰،  $TH$  ۱۰،  $TDS$  ۱۰،  $pH$  ۱۰،  $EC$  ۱۱ و  $SAR$  ۱۰،  $TH$  ۱۰،  $TDS$  ۱۰،  $pH$  ۱۰ دهنده تعداد ایستگاه‌های مورد نیاز برای کسب بیشترین اطلاعات در شبکه پایش است.

در اعتبارسنجی شبکه بهینه، ۱۰ ایستگاه با حجم شبکه بهینه به تصادف از بین ۱۸ ایستگاه اولیه انتخاب شد. سپس آنتروپی شبکه مذکور محاسبه و میزان اختلاف آنتروپی شبکه

جدول ۳- برآورد پارامترهای مدل‌ها و نتایج ارزیابی آنها

مدل / پارامتر	MSE	MAE	d	c	b	a	بر اساس پارامتر
M1	۰/۱۱۳	۰/۲۵۳	-	$8.2 \times 10^{-5}$	۹	۰/۲۷۳	So4
M2	۰/۱۲۶	۰/۲۹۶	-	$2.39 \times 10^{-4}$	۹/۶۷۸	۰/۲۷۲	So4
M3	۰/۱۱۶	۰/۲۷۵	$5.13 \times 10^{-6}$	$2.2 \times 10^{-4}$	۹/۲۵۳	۰/۱۴۴	So4
M1	۰/۲۵۶	۰/۴۴۱	-	$3.46 \times 10^{-5}$	۸/۷۸۸	۰/۸۹۳	Cl
M2	۰/۲۵۲	۰/۴۱۳	-	$2.85 \times 10^{-4}$	۸/۸۶۴	۰/۴۷۱	Cl
M3	۰/۲۵۴	۰/۴۱۶	$2.59 \times 10^{-6}$	$2.87 \times 10^{-4}$	۸/۰۹۲	۰/۴۶۹	Cl
M1	۰/۰۱۱	۰/۰۸۸	-	$9.27 \times 10^{-6}$	۶/۸۳۴	۰/۱۹۱	Hco3
M2	۰/۰۳۲	۰/۱۴۹	-	$1.173 \times 10^{-4}$	۶/۹۴۷	۰/۱۹۷	Hco3
M3	۰/۰۵۳	۰/۲۰۵	$3.43 \times 10^{-5}$	$2.28 \times 10^{-4}$	۶/۶۹۰	۰/۰۳۰	Hco3
M1	۰/۱۲۸	۰/۲۸۸	-	$5.91 \times 10^{-5}$	۱۰/۹۴	۰/۶۷۸	K
M2	۰/۱۰۸	۰/۲۷۲	-	$5.02 \times 10^{-5}$	۱۰/۲۲	۰/۶۷۳	K
M3	۰/۱۱۰	۰/۲۸۰	$3.88 \times 10^{-4}$	$2.24 \times 10^{-5}$	۴/۸۸	۰/۱۲۱	K
M1	۰/۱۵۵	۰/۳۰۶	-	$1.34 \times 10^{-5}$	۱۰/۳۵	۰/۷۸۵	Na
M2	۰/۱۸۵	۰/۳۷۱	-	$6.95 \times 10^{-5}$	۱۰/۹۵	۰/۷۸۰	Na
M3	۰/۱۶۶	۰/۳۵۶	$4.89 \times 10^{-5}$	$7.55 \times 10^{-5}$	۱۰/۷۱	۰/۴۸۳	Na
M1	۰/۰۹۶	۰/۲۷۷	-	$1.74 \times 10^{-4}$	۱۰/۴۵	۰/۳۴۱	Ca
M2	۰/۰۵۷	۰/۲۰۱	-	$1.107 \times 10^{-4}$	۱۰/۲۴	۰/۳۴۳	Ca
M3	۰/۰۶۰	۰/۲۱۹	$4.15 \times 10^{-5}$	$1.97 \times 10^{-6}$	۱۰/۲۳	۰/۵۰۹	Ca
M1	۰/۰۹۱	۰/۲۷۶	-	$1.94 \times 10^{-6}$	۹/۸۳	۰/۵۰۶	Mg
M2	۰/۰۸۲	۰/۲۳۹	-	$3.05 \times 10^{-6}$	۹/۷۸	۰/۶۴۴	Mg
M3	۰/۰۸۶	۰/۲۶۰	$3.15 \times 10^{-5}$	$3.53 \times 10^{-6}$	۹/۴۵	۰/۶۴۷	Mg
M1	۰/۰۰۵۷	۰/۰۵۴	-	$3.46 \times 10^{-5}$	۶/۷۸۸	۰/۰۰۴۴	PH
M2	۰/۰۰۴۸	۰/۰۵۲	-	$2.55 \times 10^{-5}$	۶/۷۳	۰/۰۲۱	pH
M3	۰/۰۰۵۵	۰/۰۵۳	$2.18 \times 10^{-5}$	$6.4 \times 10^{-6}$	۶/۹۷	۰/۰۱۴	pH
M1	۰/۱۴۳	۰/۳۳۳	-	$3.46 \times 10^{-5}$	۸/۷۸۸	۰/۶۳۵	TDS
M2	۰/۱۱۹	۰/۲۸۶	-	$2.23 \times 10^{-5}$	۹/۹۳۹	۰/۷۵۴	TDS
M3	۰/۱۲۳	۰/۲۹۴	$2.53 \times 10^{-5}$	$1.24 \times 10^{-6}$	۹/۴۳۱	۰/۷۴۵	TDS
M1	۰/۰۷۵	۰/۲۴۲	-	$2.76 \times 10^{-5}$	۹/۳۷	۰/۴۴۷	TH
M2	۰/۰۷۳	۰/۲۲۵	-	$1.18 \times 10^{-5}$	۹/۰۲	۰/۵۳۸	TH
M3	۰/۰۷۰	۰/۲۱۹	$2.99 \times 10^{-6}$	$1.04 \times 10^{-6}$	۹/۹۲	۰/۵۴۱	TH
M1	۰/۰۸۷	۰/۲۲۲	-	$1.59 \times 10^{-5}$	۹/۲۵	۰/۵۹۴	SAR
M2	۰/۰۹۰	۰/۲۶۲	-	$1.45 \times 10^{-4}$	۹/۳۷	۰/۳۷۸	SAR
M3	۰/۱۸۸	۰/۳۲۴	$3.13 \times 10^{-4}$	$9.27 \times 10^{-6}$	۹/۴۶	۰/۵۲۰	SAR
M1	۰/۱۲۸	۰/۳۰۶	-	$3.46 \times 10^{-5}$	۱۰/۷۸	۰/۶۳۳	EC
M2	۰/۱۲۴	۰/۲۹۷	-	$3.67 \times 10^{-6}$	۱۰/۷۴	۰/۷۸۲	EC
M3	۰/۱۷۲	۰/۳۴۷	$3.13 \times 10^{-4}$	$9.27 \times 10^{-6}$	۱۰/۴۶	۰/۵۱۲	EC

به تفکیک رتبه‌بندی صورت گرفته و طی مراحل ۱۸ گانه، آنتروپی شبکه محاسبه گردید. نتایج نشان داد که با افزایش تعداد ایستگاه‌ها، آنتروپی شبکه افزایش می‌یابد (یعنی شبکه اولیه با تعداد ۱۸ ایستگاه بیشترین آنتروپی وزن را دارد). تا جایی که دیگر افزایش چشمگیری نخواهد داشت و تغییرات آن با افزایش تعداد ایستگاه‌ها مدل نمایی به خود گرفته است. سپس با حذف هریک از ایستگاه‌ها و کم شدن تعداد ایستگاه‌ها، آنتروپی وزن نیز کاهش می‌یابد. این روند برای تمام پارامترهای ذکر شده می‌باشد.

با توجه به اینکه اجرای برنامه‌های پایش منابع آب، هزینه بر و نیاز به صرف وقت دارد. بررسی روشی برای بهینه‌سازی شبکه موجود ضروری است. در فرایند بهینه‌سازی شبکه پایش کیفی منابع آب، شناسایی تعداد و موقعیت ایستگاه‌ها در هنگام مواجهه با حجم بالای داده‌ها در گستره زمانی مورد مطالعه اهمیت زیادی دارد. بر این اساس، سه پارامتر شاخص کیفی مورد پایش، تعداد ایستگاه‌ها و موقعیت ایستگاه‌های شبکه بهینه از ارکان اصلی این پژوهش هستند. بنابراین، با توجه به روش پژوهش، در هر ایستگاه

عملکرد بهتری نسبت به سایر شبکه‌های موجود داشته باشد. در پژوهش حاضر تاثیر زمان در بهینه‌سازی شبکه اعمال شد که به عنوان اصلی‌ترین دستاورد پژوهش به شمار می‌رود. همچنین آنتروپی وزن ۱۲ پارامتر ذکر شده نیز با هم مقایسه و کلرید (Cl) دارای حداکثر مقدار و به عنوان شاخص برتر انتخاب شد. ناقص بودن آمار ایستگاه‌ها در بعضی از سال‌ها و استفاده از روش‌های بازسازی آمار برای تکمیل داده‌ها، همچنین عدم دسترسی به آمار پارامتر نیترا ت از پارامترهای مهم کیفی آلودگی آب از محدودیت های این پژوهش هستند. با توجه به این که در بسیاری از حوضه‌های آبخیز، ممکن است تعداد ایستگاه‌های سنجش پارامترهای کیفیت آب برای اهداف مختلف کم باشد، سازمان‌های مختلف ممکن است تمایل به تاسیس ایستگاه‌های جدیدی داشته باشند لذا پیشنهاد می‌شود با استفاده از اصل آنتروپی و مدل‌های فضایی-زمانی نسبت به گسترش مناسب ایستگاه‌ها اقدام نمود.

### سپاس‌گزاری

از سازمان آب منطقه‌ای استان لرستان بخاطر در اختیار قرار دادن داده‌های مورد استفاده در این پژوهش، تشکر به عمل می‌آید.  
"هیچ‌گونه تعارض منافع بین نویسندگان وجود ندارد"

### REFERENCES

Ahmadi, F., Radmanesh, F., Parham, Gh. and Mirabasi Najafabadi, R., (2017). Application of Archimedean joint functions in flood frequency analysis of Dez catchment, Iranian journal of soil and water, 48(3).

Akbarzadeh, M. and Ghahraman, B., (2013). A combined strategy of Entropy and spatio-temporal Kriging in determining optimal network for ground water quality monitoring of Mashhad basin. Journal of Water and Soil 27(3).613-629

Akbarzadeh, M., Ghahraman, B. and Davari, K., (2015). Optimization of Mashhad Aquifer Ground water Quality Monitoring Network using Spatio-Temporal Modeling, Iran water Resources Research, 12(1), 133-144

Alian Nejad, M., Bakhtiari, B. And Gaderi, K., (2016). Comparison of Monte Carlo methods and hybrid fso logic PSO method, 25(13), 105-112

Amiri, V., Rezaei, M., Sohrabi, N., (2014). Groundwater quality assessment using entropy Weighted water quality index (EWQI) in Lenjanat, Iran. Environ. Earth Sci. 72 (9), 3479-3490

Chadalavad, S., Datta, B. And Naidu, R., (2011). Uncertainty based optimal monitoring network design for a chlorinated hydrocarbon contaminated site. Journal of environment monitoring and assessment. 173 (1-4), 929-940

مهمترین پارامتر مدل منتخب دامنه (تعداد ایستگاه) است. این پارامتر برای  $K = 9, Hco3 = 6.83, Cl = 8.86, So4 = 10.22, Na = 10.35, Mg = 9.78, Ca = 10.24, pH = 6.73, EC = 10.74, SAR = 9.25, TH = 9.92, TDS = 9.93$  این مقادیرها بدان معناست که بر اساس پارامتر  $So4$  پس از حدود ۹ ایستگاه،  $Ca = Na = 10, K = 10, Hco3 = 6, Cl = 8, EC = 10, SAR = 9, TH = 9, TDS = 9, pH = 6, Mg = 9.10$  میزان آنتروپی شبکه افزایش چشمگیری نخواهد داشت. از این رو تعداد ایستگاه‌های شبکه بهینه را می‌توان با توجه به دامنه بدست آمده در مدل محاسبه نمود. با توجه به مقدار اعشاری بدست آمده، برای اطمینان بیشتر از سطح اطلاعات موجود در شبکه تعداد ایستگاه‌های شبکه بهینه برای  $So4 = 9, Cl = 9, Hco3 = 7, EC = 10, SAR = 10, TH = 10, TDS = 10, pH = 7, Mg = 10, Ca = 11, Na = 11, K = 11$  در اعتبارسنجی شبکه بهینه، ۱۰ ایستگاه با حجم شبکه بهینه به تصادف از بین ۱۸ ایستگاه اولیه انتخاب شد. سپس آنتروپی شبکه مذکور محاسبه و میزان اختلاف آنتروپی شبکه منتخب و آنتروپی شبکه انتخاب شده در سال‌های مختلف با هم مقایسه شد. مقدار این اختلاف بر اساس ۱۲ پارامتر ارزیابی شده کم بود. این بدان معناست که در تمام سال‌های آماری، مدل منتخب توانسته

Dimitris, M. and Metaxa, G., (2006). Geostatistical analysis of spatial variability of rainfall and optimal design of a rainguage network, Water resources management, 10, 107-127

Fatahi, H., Abdi, H., Khosravi, F. and Karimi, SH., (2018). Comparison of point estimation methods and Monte carlo simulations in solving probabilistic optimal power dissipation in terms of renewable source uncertainties, 9(3), 72-85

Guey-Shin, S., Bai-You, C., Chi TC, Pei HY. Tsun KC., (2011). Applying factor analysis combined with kriging and information entropy theory for mapping and evaluating the stability of groundwater quality variation in Taiwan. International Journal of Environmental Resources and Public Health 8: 1084-1109

Kar, B., Ehdgson, M., (2008). A GIS-Based Model to Determine Site Suitability of Emergency Evacuation Shelters. Transactions in GIS 12(2):227-248.

Kim, Y., Chung, Eun-Sung, Jun, Sang-Mook, Kim, Sang UG., (2013). Prioritizing the best sites for treated wastewater instream use in an urban watershed using fuzzy TOPSIS. Resources, Conservation and Recycling, (73): 23-32.

Karamoz, M., Falahi, M. And Nazif, S., (2010). Spatial Precipitation Analysis: Comparison of Kriging Methods with Conventional Methods, Iranian

- water Resources Research Quarterly, 6(1).
- Li, P., Qian, H., Wu, J., (2010). Groundwater quality assessment based on improved water quality index in Pengyang County, Ningxia, Northwest China. *J. Chem.* 7 (S1), S209–S216
- Mogheir, De lima, JLMP and Singh VP., (2009). Entropy and Multi-Objective based approach for ground water quality monitoring network assessment and redesign, *Journal of water Resources Management.* 23(8):1603-1620
- Pazirandeh, A., Shakorian, A., (2005). Optimization of neutron beam energy in neutron therapy with boron by Monte Carlo method, *Iranian Journal of Physics Research,* 6(2).
- Shannon, C. E., (1948). A Mathematical Theory of Communication. *The Bell System Technical Journal.* 27(4): 623-656
- Singh, K.R., Ajays, R.D., Kumar, K.B., (2019). An investigation on water quality variability and identification of ideal monitoring locations by using entropy based disorder indices. *The total of environment* 647; 1444-1455
- Singh, VP., (2013). *Entropy Theory and its Application in Environmental and water Engineering,* John Wiley and sons.
- Wu JP, Li H, Qian M., (2011). Groundwater quality in Jingyuan County, a semi-humid area in Northwest China. *E-Journal of Chemistry* 8: 787-793.
- Yeh, H.C., Chen, Y.C., Wei, C. And Chen, R.H., (2011). Entropy kriging approach to rain fall network design. *Journal of paddy and water environment* 9(3):343-355
- Yufeng S, Fengxiang J., (2009). *Landslide Stability Analysis Based on Generalized Information Entropy.* International Conference on Environmental Science and Information Application Technology: 83–85.