

A Comparison Between Empirical and Fractal Models Fitted to the Measured Soil Moisture Characteristic Curve Data

MASOUD DAVARI^{1*}, ZIBA ZALVAEE², MOHAMMAD ALI MAHMOODI³

1. Assistant Professor, Department of Soil Sciences and Engineering, Faculty of Agriculture, University of Kurdistan, Sanandaj, Iran
2. MSc. Graduate, Department of Soil Sciences and Engineering, University of Kurdistan, Sanandaj, Iran
3. Assistant Professor, Department of Soil Sciences and Engineering, Faculty of Agriculture, University of Kurdistan, Sanandaj, Iran

(Received: Aug. 8, 2018- Revised: Oct. 2, 2018- Accepted: Oct. 9, 2018)

ABSTRACT

Soil moisture characteristic curve (SMCC) is an important hydraulic properties in modelling of water movement and solute transport in unsaturated zone of soil, which its direct measurement in a laboratory is expensive, time-consuming and laborious. Therefore, the objective of this study was to compare the fitting capabilities of several SMCC fractal (Tyler and Weatcraft, 1990; Rieu and Sposito, 1991; Perfect, 1999 and Bird *et al.*, 2000) and empirical models (Brooks and Corey, 1964; Campbell, 1974 and van Genuchten, 1980) to the observed data and to select the appropriate models. For this purpose, fifty-four soil samples were randomly collected from Ghorveh-Dehgolan plain and some important physical and chemical properties of soils were measured in the soil laboratory. The SMCC fractal and empirical models were fitted to the measured data based on the least square error approach using the solver toolbox of EXCEL software. In order to evaluate fitting quality of the proposed models, three statistical parameters including coefficient of determination (R^2), root mean square error (RMSE) and Akaike information criterion (AIC) were used. The results indicated that all models did well with R^2 ranging from 0.75 to 0.99. Bird *et al.*, (2000) and van Genuchten (1980) models are selected as the best models, respectively, based on the highest R^2 and the lowest RMSE and AIC. Rieu and Sposito (1991) model was the weakest, although the average R^2 was greater than 0.75 and the average RMSE was smaller than $0.071 \text{ cm}^3/\text{cm}^3$.

Keywords: Fitting quality, fractal model, Ghorveh-Dehgolan plain, soil moisture characteristic curve

مقایسه‌ای بین مدل‌های تجربی و فرکتالی در برازش به داده‌های اندازه‌گیری شده منحنی مشخصه رطوبتی خاک

مسعود داوری^{۱*}، زیبا ذالوایی^۲، محمدعلی محمودی^۳

۱. استادیار گروه علوم و مهندسی خاک، دانشکده کشاورزی، دانشگاه کردستان، سنندج، ایران.
۲. دانش‌آموخته کارشناسی ارشد، گروه علوم و مهندسی خاک، دانشکده کشاورزی، دانشگاه کردستان، سنندج، ایران.
۳. استادیار گروه علوم و مهندسی خاک، دانشکده کشاورزی، دانشگاه کردستان، سنندج، ایران
(تاریخ دریافت: ۱۳۹۷/۵/۱۷ - تاریخ بازنگری: ۱۳۹۷/۷/۱۰ - تاریخ تصویب: ۱۳۹۷/۷/۱۷)

چکیده

منحنی مشخصه رطوبتی خاک (SMCC) یکی از مهم‌ترین ویژگی‌های هیدرولیکی خاک در مدل‌سازی جریان آب و املاح در ناحیه غیراشباع بوده که اندازه‌گیری مستقیم آن دشوار، زمان‌بر و پرهزینه است. بنابراین هدف از این پژوهش، ارزیابی عملکرد برخی از مدل‌های فرکتالی تخمین SMCC همچون Tyler and Wheatcraft (1990)، Rieu and Sposito (1991)، Perfect (1999) و Bird *et al.* (2000) و مقایسه آن با برخی از مدل‌های تجربی همچون Brooks and Corey (1964)، Campbell (1974) و van Genuchten (1980) می‌باشد. بدین منظور، ۵۴ نمونه خاک از اراضی زراعی واقع در دشت قروه-دهگلان به صورت تصادفی جمع‌آوری شده و برخی از ویژگی‌های فیزیکی و شیمیایی آن‌ها در آزمایشگاه تعیین گردید. سپس این مدل‌های فرکتالی و تجربی تخمین SMCC، به روش حداقل مربعات خطا و با استفاده از جعبه ابزار Solver در نرم‌افزار EXCEL، بر داده‌های اندازه‌گیری شده پتانسیل ماتریک و رطوبت حجمی برازش داده شدند. برای ارزیابی کارایی این مدل‌ها از آماره‌های ضریب تبیین (R^2)، جذر میانگین مربعات خطا (RMSE) و معیار آکائیک (AIC) استفاده شد. نتایج نشان داد همه‌ی مدل‌های مورد مطالعه در تخمین SMCC دارای عملکردی مطلوب می‌باشند (دارای R^2 بین ۰/۷۵ تا ۰/۹۹). با توجه به مقادیر R^2 بیشتر و RMSE و آماره AIC کمتر، به ترتیب مدل‌های Bird *et al.* (2000) و van Genuchten (1980) به‌عنوان مناسب‌ترین مدل‌ها در تخمین منحنی مشخصه رطوبتی خاک‌های منطقه مورد مطالعه پیشنهاد شدند. نتایج همچنین نشان داد مدل Rieu and Sposito (1991) در برآورد SMCC دارای ضعیف‌ترین عملکرد می‌باشد. هر چند باید در نظر داشت که میانگین R^2 و RMSE آن نیز به ترتیب بیشتر از ۰/۷۵ و کمتر از $0.071 \text{ cm}^3/\text{cm}^3$ است.

واژه‌های کلیدی: دشت قروه-دهگلان، کیفیت برازش، مدل فرکتالی، منحنی مشخصه رطوبتی خاک.

مقدمه

رطوبتی خاک نیز دارای اهمیت زیادی است. این منحنی همچنین بررسی پاسخ فیزیکی خاک را در رطوبت‌های مختلف ساده‌تر می‌کند (Kern, 1995). SMCC با استفاده از روش‌هایی مستقیم و غیرمستقیم تعیین می‌گردد. برای اندازه‌گیری مستقیم این منحنی، برخی اندازه‌گیری‌ها در آزمایشگاه بر روی نمونه‌های دست‌خورده و یا دست‌نخورده و پاره‌ای نیز در صحرا و در شرایط طبیعی انجام می‌شود. به‌رغم پیشرفت‌هایی که در روش‌های مستقیم اندازه‌گیری SMCC صورت گرفته، این روش‌ها همچنان دشوار، پرهزینه و زمان‌بر می‌باشند (Wösten *et al.*, 2001). این

رابطه بین مقدار آب موجود در خاک و پتانسیل آب خاک را منحنی مشخصه رطوبتی خاک ($SMCC^1$) گویند. این منحنی یک ویژگی مبنایی برای مطالعه‌ی آب قابل دسترس گیاهان، هدایت هیدرولیکی، پدیده‌های نفوذ، زهکشی و آبیاری، تنش آبی گیاهان و مدل‌سازی جریان آب و املاح در منطقه‌ی غیراشباع خاک می‌باشد (Nabizade and Beigi Harchegani, 2011). این در حالی است که در پژوهش‌های مربوط به پوشش گیاهی و تغییرات هیدرولوژیک ناشی از تغییر اقلیم، ارزیابی توزیع مکانی منحنی

* نویسنده مسئول: m.davari @uok.ac.ir

اطلاعات بیشتری نمایان خواهد شد. در هندسه فرکتالی ناهمگنی پدیده‌ها تصادفی نبوده، بلکه به صورت خوشه‌ای است. لذا ریاضیات فرکتالی، امکان مدل کردن مفهومی این ناهمگنی را مهیا می‌کند (Mandelbrot, 1983). به‌رغم این که بیش از چند دهه از پایه‌گذاری هندسه فرکتالی توسط Mandelbrot (1983) نمی‌گذرد، لیکن تاکنون مدل‌های فرکتالی گوناگونی برای کمی کردن توزیع اندازه ذرات خاک (Tyler and Wheatcraft, 1990)، رابطه فیزیکی آب و خاک (Perrier et al., 1996; Giménez et al., 1997) و نگهداشت و هدایت آب در خاک (Tyler and Wheatcraft, 1990; Crawford, 1994; Rieu and Sposito, 1991) ارائه شده است. رویکرد فرکتالی، توانایی کمی کردن ساختمان (Tyler and Wheatcraft, 1990) و بافت خاک را داشته و توانسته ناهمگنی ساختمان خاک را به پاسخ‌های ویژه‌ای از خاک ارتباط دهد (Young et al., 2001). از آنجا که توزیع منافذ و اندازه ذرات خاک در تعیین ویژگی‌های منحنی مشخصه رطوبتی خاک نقشی مهم داشته و از طرفی این دو ویژگی رفتاری فرکتالی از خود نشان داده‌اند، لذا پیشنهاد مدل‌های SMCC مبتنی بر فرکتال توسط برخی از محققین مورد توجه قرار گرفته است (Tyler and Wheatcraft, 1990; Perfect and Kay, 1991; Rieu and Sposito, 1991; Perrier et al., 1996; Perfect, 2004; Xu, 2004; Bird et al., 2000). مدل‌های فرکتالی SMCC مبنایی ریاضی داشته و در تخمین پارامترهای آن‌ها نیازی به استفاده از جدول‌های ارائه شده برای مدل‌های تجربی نیست. بنابراین، استفاده از هندسه فرکتالی در تخمین SMCC، ابزاری سودمند جهت تبیین فیزیکی پارامترهای لحاظ شده در مدل‌های تجربی ارائه می‌نماید. راجع به توانمندی مدل‌های فرکتالی در تخمین SMCC، پژوهش‌های چندی انجام شده که از جمله آن‌ها می‌توان به (Huang and Zhang (2005), Huang et al. (2006), Wang and Zhang (2011), Ghanbarian-Alavijeh and Hunt (2012), Ghanbarian-Alavijeh et al. (2008), Bayat et al. (2013), Veltri et al. (2013) اشاره کرد. Ghanbarian-Alavijeh et al. (2011) در پژوهشی مدل‌های فرکتالی Tyler and Wheatcraft (1990) and Rieu and Sposito (1991), Perrier et al. (1996), Perfect (1999), Bird et al. (2000), Millan and Gonzalez-Posada (2005) و Cihan et al. (2007) را در تخمین SMCC مورد ارزیابی قرار دادند. نتایج پژوهش آن‌ها نشان داد مدل Bird et al. (2000) نسبت به دیگر مدل‌های فرکتالی مورد مطالعه، داده‌های SMCC را با دقت بیشتری پیش‌بینی می‌کند. Fazeli Senegani et al. (2010) با ارزیابی ۴۰ نمونه خاک جمع‌آوری شده از مناطق مختلف ایران، مدل‌های تجربی و مدل

در حالی است که SMCC دارای تغییرپذیری زمانی و مکانی قابل توجهی نیز بوده که برای رفع این مشکل نمونه‌برداری‌هایی فراوان و به تبع آن آزمایش‌های زیادی باید انجام گیرد. شایان ذکر است که بیشتر این روش‌های مستقیم نیز در دامنه‌ای ویژه قابل کاربرد می‌باشند (Minasny et al., 1999). بنابراین، از سال‌ها پیش پژوهشگران مختلف در پی جایگزین نمودن روش‌های اندازه‌گیری مستقیم با روش‌هایی سهل‌تر و ارزان‌تر بوده‌اند. هدف تمام این روش‌های پیشنهادی که دارای مبنای تجربی و یا فیزیکی هستند، دستیابی به یک رابطه ریاضی مناسب است؛ به گونه‌ای که بتواند با انجام آزمایش‌هایی ساده‌تر و کم‌هزینه‌تر به نتایج واقعی نزدیک‌تر شود. از جمله این روش‌های پیشنهادی برای تخمین SMCC می‌توان به استفاده از مدل‌های تجربی (Brooks and Corey, 1980; van Genuchten, 1974; Campbell, 1964)، استفاده از مدل‌های مبتنی بر توزیع اندازه خلل و فرج خاک (Arya and Paris, 1981)، توابع انتقالی (Wösten et al., 1995)، استفاده از شبکه‌های عصبی مصنوعی (Schaap et al., 2001) و روش حل معکوس (Mertens et al., 2006) اشاره کرد. لازم به ذکر است که در مدل‌های تجربی، پارامترهای لحاظ شده یا به‌وسیله برازش این توابع به داده‌های اندازه‌گیری شده و یا با بهره‌گیری از توابع انتقالی تخمین زده می‌شوند (Schaap et al., 2001; Minasny et al., 2001; Wösten et al., 1999). همچنین در صورت بهره‌گیری از مدل‌های تجربی، امکان برون‌یابی نتایج حاصل از داده‌های کلاس بافتی مورد مطالعه به دیگر بافت‌ها وجود ندارد. حال آن‌که توابع انتقالی مورد استفاده نیز دارای مفهوم فیزیکی واضحی نمی‌باشند (Gimenez et al., 1997). نکته قابل توجه این‌که، چه در اندازه‌گیری‌های مستقیم و چه غیرمستقیم ویژگی‌های خاک و مدل‌سازی آن‌ها، اشکال موجود در خاک دارای هندسه ایده آل (همچون کره، دایره و خط) در نظر گرفته می‌شوند. این در حالی است که فرض منظم بودن چنین اشکال نامنظمی، باعث ایجاد خطاهایی غیرقابل کنترل در اندازه‌گیری، مدل‌سازی و شبیه‌سازی ویژگی‌های خاک می‌شود. بنابراین، در سال‌های اخیر استفاده از تکنیک‌هایی نوین همچون هندسه فرکتالی در علوم خاک، رشد قابل توجهی داشته است. هندسه فرکتالی برای تبیین ریاضیات بی‌نظمی و وجود ناهمگنی‌های فراوان در محیط‌های متخلخل، رویکردی جدید ارائه می‌کند. اشکال در هندسه فرکتالی، در مقایسه با هندسه اقلیدسی که دارای ابعاد صحیح بوده، می‌توانند دارای ابعاد اعشاری نیز باشند. در هندسه فرکتالی برخلاف هندسه اقلیدسی، اشکال متقارن نبوده بلکه خود متشابه‌اند. با بزرگ شدن درجه بزرگ‌نمایی در هندسه فرکتالی،

مدل‌های تجربی را در برآورد SMCC خاک‌های دشت لردگان با هم مقایسه کردند. این محققین برای همه کلاس‌های بافتی مورد- مطالعه، مدل‌های (1980) van Genuchten و Brooks and Corey (1964) را به ترتیب به‌عنوان بهترین و ضعیف‌ترین مدل پیشنهاد کردند. (2013) Fazeli Sangani and Pilevar Shahri کاربرد مدل فرکتالی (1990) Tyler and Wheatcraft را برای تخمین منحنی رطوبتی خاک‌های سبک بافت مناسب گزارش کردند. این در حالی است که این مدل در تخمین مقدار رطوبت حجمی خاک‌های ریزبافت دارای بیش برآورد بود.

با توجه به اینکه اندازه‌گیری مستقیم منحنی رطوبتی خاک مشکل، زمان‌بر و پرهزینه بوده و از سویی توزیع اندازه ذرات و منافذ خاک دارای خاصیت فرکتالی هستند؛ لذا از مدل‌های مبتنی بر هندسه فرکتالی می‌توان برای تخمین SMCC استفاده کرد. بنابراین، در این پژوهش تلاش شد کارایی برخی از مدل‌های فرکتالی برآوردگر SMCC در تخمین این ویژگی مهم فیزیکی خاک ارزیابی شود. افزون بر این، نتایج کارایی این مدل‌های فرکتالی با برخی از مهم‌ترین مدل‌های تجربی نیز مقایسه گردید.

مواد و روش‌ها

در این پژوهش ۵۴ نمونه خاک دست‌خورده و دست‌نخورده به- صورت تصادفی از عمق ۱۵-۰ سانتی‌متری اراضی کشاورزی شهرستان‌های قروه-دهگلان واقع در جنوب‌شرقی استان کردستان برداشت شد. نمونه خاک‌های دست‌خورده پس از انتقال به آزمایشگاه هوا خشک و به نرمی کوبیده شده و با عبور از الک ۲ میلی‌متری برای تجزیه‌های فیزیکی و شیمیایی آماده شدند. پس از آماده‌سازی نمونه‌ها، توزیع اندازه ذرات خاک به روش هیدرومتری و الک، جرم ویژه حقیقی به روش پیکنومتر و مقدار کربن آلی خاک با روش والکلی بلاک اندازه‌گیری شد. جرم ویژه ظاهری خاک نیز با روش استوانه اندازه‌گیری شد (Dane and Topp, 2002; Sparks *et al.*, 1996). منحنی مشخصه رطوبتی نمونه‌های دست‌نخورده خاک در مکش‌های ماتریک ۱۰، ۳۳، ۱۰۰ و ۳۰۰ کیلو پاسکال توسط دستگاه صفحات فشاری^۲ و در مکش‌های ماتریک ۵۰۰، ۱۰۰۰ و ۱۵۰۰ کیلو پاسکال توسط دستگاه غشاء فشاری^۳ تعیین شد. سپس چهار مدل فرکتالی Tyler and Wheatcraft (1990)، Rieu and Sposito (1991)، Perfect Brooks and Corey (1999) و Bird *et al.* (2000) و سه مدل تجربی Brooks and van Genuchten (1980) و Campbell (1974) و Corey (1964)

فرکتالی Tyler and Wheatcraft (1990) را در تخمین SMCC مقایسه کردند. نتایج این محققین نشان داد که مدل Tyler and Wheatcraft (1990) در پیش‌بینی SMCC خاک‌های سبک بافت نتایج قابل‌قبول‌تری ارائه می‌کند. (2010) Fallico *et al.* منحنی رطوبتی خاک‌های لوم شنی را با استفاده از مدل‌های Bird *et al.* (2000)، Tyler and Wheatcraft (1990) و Rieu and Sposito (1991) ارزیابی کردند. این محققین بیان کردند بعد فرکتال دارای تغییرپذیری مکانی بوده و بسته به مقدار مکش اعمال‌شده به خاک می‌تواند دو مقدار متفاوت را به خود اختصاص دهد. نتایج این محققین همچنین نشان داد که مقدار پارامترهای مدل Bird *et al.* (2000) در مقایسه با مدل‌های Tyler and Wheatcraft (1990) و Rieu and Sposito (1991) دارای تغییرپذیری مکانی بیشتری در خاک‌های لوم شنی است. (2006) Milan *et al.* از مدل‌های فرکتالی برای پیش‌بینی SMCC استفاده کردند. این محققین نشان دادند که استفاده از مدل فرکتالی مبتنی بر ذرات جامد-حفرات^۱ (PSF)، داده‌های منحنی رطوبتی را بهتر از مدل‌های فرکتالی جرمی پیش‌بینی می‌کند. همچنین این مدل‌ها توانایی آن را داشته که مقدار مکش را در حالت خیلی خشک (مکش نزدیک به ۱۰^۶ کیلو پاسکال) به‌خوبی برآورد کنند. Wang *et al.* (2005) با استفاده از ۶۵ نمونه خاک، مدل فرکتالی Bird *et al.* (2000) را که مبتنی بر PSF بوده با مدل‌های Tyler and Wheatcraft (1990) و Rieu and Sposito (1991) در تخمین منحنی رطوبتی خاک مورد ارزیابی قرار دادند. نتایج نشان داد که مدل فرکتالی Bird *et al.* (2000) در مقایسه با دیگر مدل‌های مورد مطالعه، داده‌های منحنی رطوبتی را به‌خوبی پیش‌بینی کرده است. این در حالی است که دیگر مدل‌ها برای برخی از خاک‌ها و به‌طور دقیق‌تر ۷۲-۱۱ درصد از داده‌ها نتایج قابل‌قبولی ارائه کردند. در ایران نیز (2001) Kashkouli and Zeinalzadeh کارایی برازش توابع انتقالی (1986) Saxton *et al.*، Hutson and Cass (1987) را با مدل تجربی (1980) van Genuchten مقایسه کرده و نتیجه گرفتند که به ترتیب مدل‌های van Genuchten (1980)، و سپس توابع انتقالی (1986) Saxton *et al.* و Hutson and Cass (1987) از دقت بالایی برخوردار هستند. (2007) Alavijeh *et al.* منحنی رطوبتی خاک را با استفاده از هندسه فرکتالی پیش‌بینی کرده و عنوان کردند که مدل Perfect Brooks and Corey (1999) در مقایسه با مدل‌های تجربی از دقت بالایی برخوردار است. (2011) Nabizade and Beigi Harchegani عملکرد برخی

3. Pressure membrane

1. Pore-solid fractal
2. Pressure plate

ثابت α ورودی به مدل‌ها، مقادیری میانگین از پژوهش‌های مختلف به دست آمده که نتایج آن‌ها برای کلاس‌های بافتی مورد مطالعه در جدول (۲) ارائه شده است. بعد فرکتال منحنی دانه-بندی خاک نیز با بهره‌گیری از رابطه زیر تعیین شد (Tyler and Wheatcraft, 1992).

$$[M \leq l] = l^{3-D} \quad (\text{رابطه ۱})$$

که در آن، $[M]$ جرم تجمعی ذرات کوچک‌تر از l و D بعد فرکتال اندازه ذرات خاک می‌باشد. با محاسبه شیب خط حاصل از ترسیم مقادیر لگاریتمی اندازه ذرات در برابر مقادیر لگاریتمی جرم عبوری آن، مقدار D تعیین گردید. شایان ذکر است که ارزیابی دقیق و مقایسه کمی مدل‌ها با استفاده از آماره‌های ضریب تبیین (R^2)، جذر میانگین مربعات خطا (RMSE) و معیار آکائیک (AIC) انجام شد (Krause et al., 2005).

(جدول ۱) با استفاده از جعبه‌ابزار Solver در نرم‌افزار Excel به روش حداقل مربعات خطا و با استفاده از الگوریتم نیوتن-رافسون به داده‌های آزمایشی برازش داده شدند. با توجه به جدول (۱)، بعد فرکتالی منحنی رطوبتی (D_{SMCC}) و مکش ورود هوا (h_0) یا h_{min} (Rieu and Tyler and Wheatcraft (1990)، و ورودی مدل‌های (Sposito (1991) و Perfect (1999) و بعد فرکتالی منحنی رطوبتی (D_{SMCC})، مکش ورود هوا (h_{min}) و ثابت β ورودی‌های مدل Bird (2000) می‌باشند. همچنین مقادیر رطوبت باقیمانده (θ_r) و ثابت‌های h_{min} و λ ورودی‌های مدل Brooks and Corey (1964) و مقادیر مکش ورود هوا (h_e) و ثابت b ورودی‌های مدل Campbell (1974) و مقادیر رطوبت باقیمانده (θ_r) و پارامترهای شکل α ، n و m ورودی‌های مدل van Genuchten (1980) می‌باشند (جدول ۱). در این پژوهش برای پارامترهای رطوبت باقیمانده (θ_r)، رطوبت اشباع (θ_s)، مکش ورود هوا (h_0 یا h_{min}) و

جدول ۱- بیان ریاضی برخی از مدل‌های تجربی و فرکتالی تخمین‌گر SMCC، مورد استفاده در این پژوهش

| پارامترهای مجهول | تابع | نام مدل |
|------------------------------------|--|-----------------------------|
| D و h_{min} | $\theta_i = \phi \left(\frac{h_i}{h_{min}} \right)^{D-3}$ $h_{min} \leq h_i$ | Tyler and Wheatcraft (1990) |
| D و h_{min} | $\theta_i = \phi - 1 + \left(\frac{h_i}{h_{min}} \right)^{D-3}$ $h_{min} \leq h_i \leq h_{max}$ | Rieu and Sposito (1991) |
| D و h_{oven} ، h_0 | $S = \frac{(h_i)^{D-3} - (h_{oven})^{D-3}}{(h_0)^{D-3} - (h_{oven})^{D-3}}$ $h_0 \leq h_i \leq h_{oven}$ | Perfect (1999) |
| D و h_{min} ، β | $\theta_i = (\phi - \beta) + \beta \left(\frac{h_i}{h_{min}} \right)^{D-3}$ $h_{min} \leq h_i \leq h_{max}$ | Bird et al., (2000) |
| λ و h_{min} ، θ_r | $\theta_i = \theta_r + (\theta_s - \theta_r) \left(\frac{h_i}{h_{min}} \right)^{-\lambda}$ $h_{min} > h_i$ | Brooks and Corey (1964) |
| b و h_e | $\theta_i = \theta_s \left(\frac{h_e}{h} \right)^b$ $h_e \leq h$ | Campbell (1974) |
| m و n ، α ، θ_r | $\theta_i = \theta_r + (\theta_s - \theta_r) [1 + (\alpha h_i)^n]^{-m}$ | van Genuchten (1980) |

۲۴ ساعت به دست می‌آید. S نیز درجه اشباع مؤثر بوده که از نسبت $\frac{\theta - \theta_r}{\theta_s - \theta_r}$ به دست می‌آید.

در مدل Bird et al. (2000)، β معادل $\frac{P}{P+S}$ بوده که در آن P و S به ترتیب فاز حفره و فاز ذرات جامد خاک می‌باشد. در مدل Brooks and Corey (1964)، λ ضریب توزیع اندازه منافذ خاک می‌باشد.

در مدل Campbell (1974)، h_e (cm) مکش ماتریک در نقطه ورود هوا به خاک بوده، b نیز شیب منحنی رطوبتی خاک است. در مدل van Genuchten (1980)، α ، n و m پارامترهای

در همه مدل‌ها، ϕ تخلخل کل خاک (cm^3/cm^3)، θ_s رطوبت حجمی اشباع خاک (cm^3/cm^3)، θ_r رطوبت حجمی باقیمانده خاک (cm^3/cm^3) و θ_i رطوبت حجمی خاک (cm^3/cm^3) در h_i مکش ماتریک اعمال شده به خاک (cm) می‌باشد. در همه مدل‌های فرکتالی، D بعد فرکتالی SMCC، h_{min} و h_{max} (cm) نیز مکش ماتریک اعمالی بوده که در آن به ترتیب کوچک‌ترین و بزرگ‌ترین منافذ اشباع خاک از آب تخلیه می‌شوند. در مدل Perfect (1999)، h_0 و h_{oven} به ترتیب مکش ماتریک در نقطه ورود هوا به خاک و مکش ماتریک آب در خاک بوده که با خشک شدن به وسیله آون در دمای ۱۱۰-۱۰۰ درجه سانتی‌گراد به مدت

نتایج و بحث

توصیف برخی ویژگی‌های فیزیکی و شیمیایی خاک‌های مورد مطالعه

در جدول (۳)، برخی ویژگی‌های فیزیکی خاک در کلاس‌های بافتی مورد مطالعه ارائه شده است. همان‌گونه که در این جدول مشاهده می‌شود مقدار رس، سیلت و شن خاک‌های مورد مطالعه به ترتیب در محدوده‌های از ۹۴/۲۳-۴۷/۹۹، ۵۰/۹۳-۵۰/۱۸ و ۷۹/۷۶-۹/۲۲ درصد متغیر است. میانگین جرم ویژه ظاهری، تخلخل کل و کربن آلی این نمونه خاک‌ها نیز به ترتیب معادل ۱/۳۱ گرم بر سانتی‌متر مکعب، ۵۰/۰۰ سانتی‌متر مکعب بر سانتی‌متر مکعب و ۱/۶۰ درصد به دست آمد. به دلیل وجود کربنات‌ها در خاک، pH خاک‌های مورد مطالعه خنثی تا کمی قلیایی (۷/۷-۰۳/۸۹) است (داده‌ها ارائه نشده است). با توجه به جدول (۳) و شکل (۱)، نمونه خاک‌های مورد مطالعه از نظر کلاس بافتی دارای تنوع زیادی بوده و هفت کلاس بافتی را شامل می‌شوند. لیکن نتایج بیان‌گر فراوانی خاک‌های ریز و متوسط بافت در منطقه مورد مطالعه است؛ زیرا که بافت‌های لوم رسی، رس سیلنتی و همچنین لوم، کلاس‌های بافتی غالب منطقه را تشکیل می‌دهند. شایان ذکر است که در کلاس بافتی رس شنی تنها یک نمونه خاک وجود داشت (جدول ۳ و شکل ۱)؛ لذا عملکرد مدل‌های مختلف SMCC در این کلاس بافتی مورد ارزیابی قرار نگرفت.

تجربی بوده که بر شکل منحنی رطوبتی خاک تأثیر می‌گذارند. α (1/cm) عکس پتانسیل ماتریک در نقطه ورود هوا به خاک و n نیز فاکتور شیب است که شیب را در اطراف نقطه عطف منحنی تغییر می‌دهد. ضریب ثابت m نیز معادل $1 - \frac{1}{n}$ می‌باشد.

در مدل‌های تجربی مورد مطالعه به جز مدل van Genuchten (1980)، در h_i کوچک‌تر یا مساوی با h_0 یا h_e $\theta_i = \theta_s$ است.

در مدل‌های فرکتالی مورد مطالعه به جز مدل Perfect (1999)، در h_i کوچک‌تر از h_{\min} $\theta_i = \phi$ است.

در مدل فرکتالی (Perfect (1999)، در h_i کوچک‌تر از h_0 $S = 1$ است.

جدول ۲- مقادیر میانگین پارامترهای α ، h_0 ، θ_s و θ_r استخراج شده از

پژوهش‌های Carsel and Rawls et al. (1982)، Clapp et al. (1978)

Parish (1988)، Rossi and Nimmo (1994) و Kravchenko and Zhang

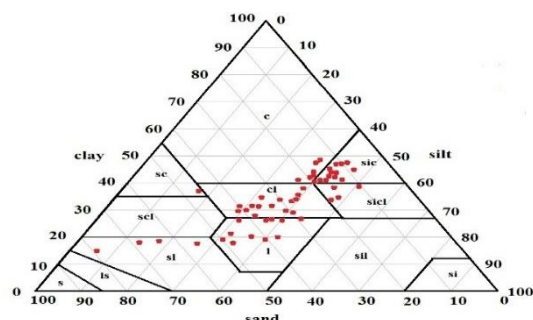
جدول ۲- جهت تخمین SMCCs (1998)

| بافت | α cm ⁻¹ | h_0 cm | θ_s | θ_r cm ³ /cm ³ |
|----------------|------------------------------|-------------|------------|--|
| رس | ۰/۰۱۹ | ۵۲/۳ | ۰/۴۵۱ | ۰/۰۷۹ |
| رس سیلنتی | ۰/۰۱۷ | ۵۹/۵ | ۰/۴۵۷ | ۰/۰۶۷ |
| لوم رسی | ۰/۰۲۷ | ۳۶/۶ | ۰/۴۵۲ | ۰/۰۳۸ |
| لوم رسی سیلنتی | ۰/۰۲۱ | ۴۸/۵ | ۰/۴۴۴ | ۰/۰۶۵ |
| رس شنی | ۰/۰۱۹ | ۵۲/۹۷ | ۰/۳۸۵ | ۰/۱۰۵ |
| لوم | ۰/۰۲۰ | ۴۹/۸ | ۰/۴۷۲ | ۰/۰۵۳ |
| لوم شنی | ۰/۰۶۶ | ۱۵/۱ | ۰/۳۹۵ | ۰/۰۵۳ |

جدول ۳- برخی ویژگی‌های فیزیکی خاک‌های مورد مطالعه

| گروه | کلاس بافتی | تعداد نمونه‌ها | رس (%) | سیلت (%) | شن (%) | جرم ویژه ظاهری (g/cm ³) | تخلخل کل (cm ³ /cm ³) |
|------|---------------|----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-------------------------------------|--|
| ۱ | رس | ۶ | ۴۰/۴۸-۷/۴۳/۹ | ۳۶/۳۹-۸/۰(۳۸/۰) | ۱۴/۲۲-۵/۶(۱۸/۱) | ۱/۱-۱/۰۴۵(۱/۳۰) | ۰/۰-۴۶/۵۹(۰/۵۱) |
| | رس سیلنتی | ۱۳ | ۴۰/۴۷-۰/۱(۴۳/۳) | ۴۰/۴۶-۲/۶(۴۳/۱) | ۹/۱۹-۲/۵(۱۳/۷) | ۱/۱-۰/۸۵۸(۱/۳۱) | ۰/۰-۳۲/۶۲(۰/۵۰) |
| | لوم رسی | ۱۵ | ۲۷/۳۷-۴/۸(۳۱/۷) | ۲۹/۴۱-۲/۳(۳۵/۴) | ۲۲/۴۱-۷/۲(۳۲/۹) | ۱/۱-۰/۲۶۴(۱/۲۸) | ۰/۰-۳۸/۶۳(۰/۵۰) |
| | لوم رس سیلنتی | ۴ | ۳۳/۳۸-۳/۸(۳۶/۱) | ۴۵/۵۰-۲/۹(۴۷/۸) | ۱۰/۲۰-۴/۰(۱۶/۰) | ۱/۱-۳/۰۴۴(۱/۳۷) | ۰/۰-۴۰/۵۱(۰/۴۸) |
| | رس شنی | ۱ | ۳۶/۹ | ۱۷/۳ | ۴۵/۸ | ۱/۱۴ | ۰/۵۷ |
| ۲ | لوم | ۱۱ | ۱۷/۲۶-۴/۹(۲۲/۶) | ۳۰/۴۴-۹/۳(۳۷/۱) | ۲۸/۴۹-۸/۶(۴۰/۳) | ۱/۱-۱/۷۴۰(۱/۲۸) | ۰/۰-۴۶/۶۰(۰/۵۳) |
| | لوم شنی | ۴ | ۱۴/۱۸-۲/۷(۱۷/۳) | ۶/۲۶-۰/۱(۱۵/۹) | ۵۵/۷۹-۹/۸(۶۶/۸) | ۱/۱-۳۴/۵۲(۱/۴۱) | ۰/۰-۴۲/۵۰(۰/۴۷) |

اعداد داخل پرانتز میانگین حسابی هر یک از ویژگی‌های ذکر شده هستند. گروه ۱ سنگین بافت، گروه ۲ میان بافت و گروه ۳ سبک بافت می‌باشد.



شکل ۱- توزیع کلاس بافتی نمونه خاک‌های مورد مطالعه بر روی مثلث بافت خاک

تعیین بعد فرکتال توزیع اندازه ذرات و منحنی‌های مشخصه رطوبتی خاک

مقادیر کمینه، بیشینه و میانگین بعد فرکتال توزیع اندازه ذرات (D_{psd}) و میانگین بعد فرکتال منحنی‌های مشخصه رطوبتی خاک (D_{SMCCs}) برای کلاس‌های بافتی مورد مطالعه به دست آمده که نتایج آن‌ها در جدول (۴) ارائه شده است.

همان‌طور که در جدول (۴) مشاهده می‌شود مقادیر مربوط به D_{SMCC} مدل Tyler and Wheatcraft (1990) از ۲/۸۵ برای بافت رس سیلتی تا ۲/۷۵ برای بافت لوم شنی متغیر است. در مدل Rieu and Sposito (1991) این مقدار از ۲/۹۴ برای سنگین بافت‌ها تا ۲/۹۲ برای میان بافت‌ها متغیر می‌باشد. شایان ذکر است که مقدار D_{SMCC} در مدل Perfect (1999) نیز دامنه‌ای از ۲/۷۴ برای بافت لوم رسی تا ۲/۶۸ برای بافت لوم شنی را شامل می‌شود. در معادله‌ی فرکتالی Bird et al. (2000) نیز، مقادیر مربوط به D_{SMCC} از ۲/۷۵ برای بافت لوم رسی تا ۲/۴۸ برای کلاس بافت لوم متغیر بوده است. این در حالی است که ثابت β نیز در این مدل در دامنه‌ای از ۰/۲۸ تا ۰/۳۸ برای کلاس‌های بافتی مختلف متغیر می‌باشد (داده‌ها ارائه نشده است). Kravchenko and Zhang (1998) و Tyler and Ghanbarian and Daigle (2015) و Wheatcraft (1990) و همچنین Rieu and Sposito (1991) که به ترتیب از توزیع اندازه ذرات خاک، توزیع جرمی اندازه ذرات و توزیع اندازه خاکدانه‌ها در فضای سه بعدی اقلیدسی برای برآورد بعد فرکتالی استفاده کردند و دریافتند که بعد فرکتال خاک می‌تواند در یک دامنه‌ای از ۲ تا ۳ متغیر باشد. تغییر مقدار بعد فرکتال تخمینی به نوع کلاس بافتی خاک وابسته است؛ به گونه‌ای که خاک‌های با کلاس بافتی درشت در مقایسه با خاک‌های دارای کلاس بافتی ریز دارای بعد فرکتال کوچک‌تری می‌باشند. یافته‌های حاصل از این پژوهش نیز نشان می‌دهد، در مجموع مقدار D_{SMCC} در سنگین بافت‌ها در مقایسه با سبک و میان بافت‌ها مقدار عددی بیشتری را به خود اختصاص می‌دهد (جدول ۴). شایان ذکر است که بعد فرکتال جرمی توزیع اندازه ذرات خاک (D_{psd}) نیز از روندی مشابه تبعیت می‌کند؛ به گونه‌ای که خاک‌های ریز-بافت در مقایسه با خاک‌های درشت بافت دارای D_{psd} بزرگتری می‌باشند (جدول ۴). با توجه به این نتایج بیشینه مقدار میانگین D_{psd} معادل ۲/۸۷ مربوط به کلاس بافتی رس و کمینه مقدار آن نیز معادل ۲/۷۳ مربوط به کلاس بافتی لوم شنی می‌باشد. افزون

بر این، یافته‌های این پژوهش نشان‌دهنده وجود رابطه‌ی نمایی و معنی‌دار بین D_{psd} و مقدار رس خاک می‌باشد (شکل ۲-الف). این بدین معنی است که با افزایش درصد رس مقدار D_{psd} افزایش می‌یابد. یافته‌ها همچنین نشان می‌دهد که بین مقدار شن خاک و D_{psd} رابطه‌ای منفی خطی و معنی‌دار وجود دارد (شکل ۲-ب). این یافته‌ها با نتایج Su et al. (2004)، Huang and Zhang (2005)، (2011)، Ghanbarian-Alavijeh et al. (2008)، Bayat et al. (2013)، Fazeli Sangani and Pilevar Shahri, (2013) و Chari et al. (2015) هم‌خوانی دارد. لازم به ذکر است که بین بعد فرکتال منحنی رطوبتی خاک (D_{SMCC}) و درصد رس رابطه‌ای معنی‌دار وجود ندارد؛ لیکن نتایج نشان می‌دهد که با افزایش درصد رس مقدار D_{SMCC} از روندی صعودی تبعیت می‌کند. این در حالی است که با افزایش درصد شن مقدار D_{SMCC} دارای روندی نزولی می‌باشد. این موضوع می‌تواند افزایش D_{psd} و D_{SMCC} را به تبع افزایش درصد رس خاک و یا کاهش مقدار آن‌ها را به تبع افزایش درصد شن در کلاس‌های بافتی مختلف تبیین نماید. به طور معمول بعد فرکتال منحنی رطوبتی خاک (D_{SMCC}) کوچکتر از بعد فرکتال جرمی توزیع اندازه ذرات خاک (D_{psd}) می‌باشد (Huang and Zhang, 2005). در این پژوهش نیز D_{SMCC} در مدل Tyler and Wheatcraft (1990) از D_{psd} ، هر چند به مقدار اندک، کوچک‌تر می‌باشد. برخی از محققین این اختلاف بین D_{psd} و D_{SMCC} را به برازش نسبتاً ضعیف معادلات خطی بر داده‌های اندازه‌گیری شده جرم تجمعی ذرات در برابر اندازه آن‌ها نسبت می‌دهند (Kravchenko and Zhang, 1998). بنابراین، استفاده از D_{psd} در تخمین منحنی مشخصه رطوبتی خاک می‌تواند تا حدودی منجر به بیش‌برآوردی مقدار رطوبت حجمی خاک در مکش‌های ماتریک تعادلی گردد.

پارامترهای مجهول مدل‌های تجربی نیز با برازش این مدل‌ها به داده‌های اندازه‌گیری شده به دست آمده که نتایج میانگین آن‌ها برای کلاس‌های بافتی مورد مطالعه در جدول (۵) ارائه شده است. همان‌طور که در این جدول مشاهده می‌شود برای مدل Brooks and Corey (1964) مقادیر λ از ۰/۳۱ برای سبک بافت لوم شنی تا ۰/۱۸ برای سنگین بافت رس سیلتی متغیر می‌باشد. پارامتر b در مدل Campbell (1874) نیز از روندی مشابه تبعیت می‌کند. برای مدل ون گنوختن (۱۹۸۰) نیز مقادیر n از سنگین-بافت‌ها (رس سیلتی، لوم رسی و لوم رس سیلتی معادل ۱/۲۳)

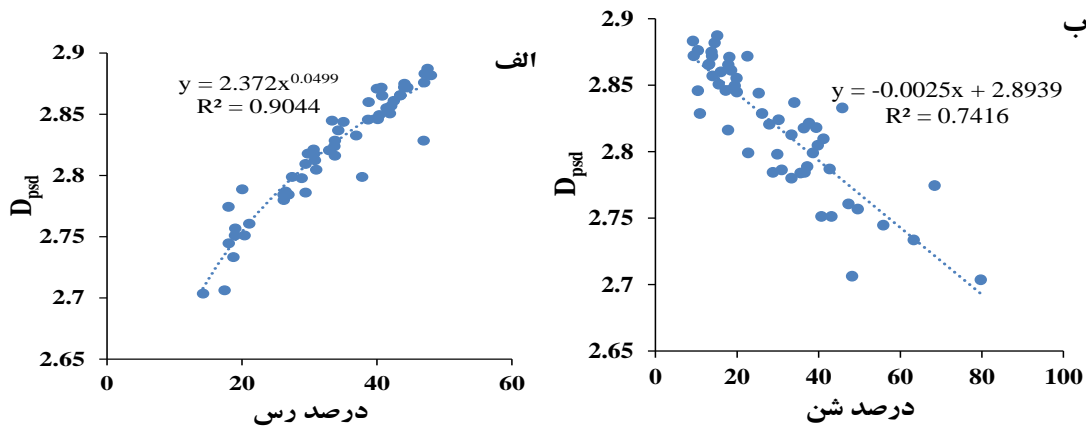
کلاس‌های بافتی مورد مطالعه به همراه مقادیر R^2 آن‌ها ارائه شده است. شایان ذکر است که در بین بافت‌های مورد مطالعه، بافت رس‌شنی به دلیل کم بودن تعداد نمونه‌ها، مورد ارزیابی قرار نگرفت.

به سمت سبک‌بافت‌ها (لوم شنی معادل ۱/۳۱) افزایش می‌یابد.

ارزیابی دقت تخمین معادلات منحنی مشخصه رطوبتی خاک در شکل (۳) کیفیت برازش چهار مدل فرکتالی و سه مدل تجربی بر داده‌های اندازه‌گیری شده منحنی مشخصه رطوبتی برخی از

جدول ۴- مقادیر کمینه، بیشینه و میانگین پارامتر D_{psd} و مقادیر میانگین پارامتر $DSMCC$ حاصل از برازش مدل‌های فرکتالی مورد مطالعه بر داده‌های اندازه‌گیری شده

| مدل‌های فرکتالی | D_{psd} | | | Bird et al., 2000 | Perfect, 1999 | Rieu and Sposito, 1991 | Tyler and Wheatcraft, 1990 | کلاس بافتی |
|-----------------|-----------|--------|---------|-------------------|---------------|------------------------|----------------------------|--------------|
| | کمینه | بیشینه | میانگین | | | | | |
| | | | $DSMCC$ | | | | | |
| رس | ۲/۸۵ | ۲/۸۹ | ۲/۸۷ | ۲/۶۵ | ۲/۷۹ | ۲/۹۴ | ۲/۸۲ | رس |
| رس سیلتی | ۲/۸۳ | ۲/۸۸ | ۲/۸۶ | ۲/۶۹ | ۲/۸۶ | ۲/۹۴ | ۲/۸۵ | رس سیلتی |
| لوم رسی | ۲/۷۹ | ۲/۸۴ | ۲/۸۲ | ۲/۷۴ | ۲/۸۴ | ۲/۹۴ | ۲/۸۳ | لوم رسی |
| لوم رس سیلتی | ۲/۸۲ | ۲/۸۶ | ۲/۸۴ | ۲/۶۳ | ۲/۸۱ | ۲/۹۴ | ۲/۸۳ | لوم رس سیلتی |
| لوم | ۲/۷۲ | ۲/۷۹ | ۲/۷۶ | ۲/۴۸ | ۲/۷۷ | ۲/۹۲ | ۲/۷۶ | لوم |
| لوم شنی | ۲/۷۰ | ۲/۷۶ | ۲/۷۳ | ۲/۵۳ | ۲/۶۸ | ۲/۹۲ | ۲/۷۲ | لوم شنی |



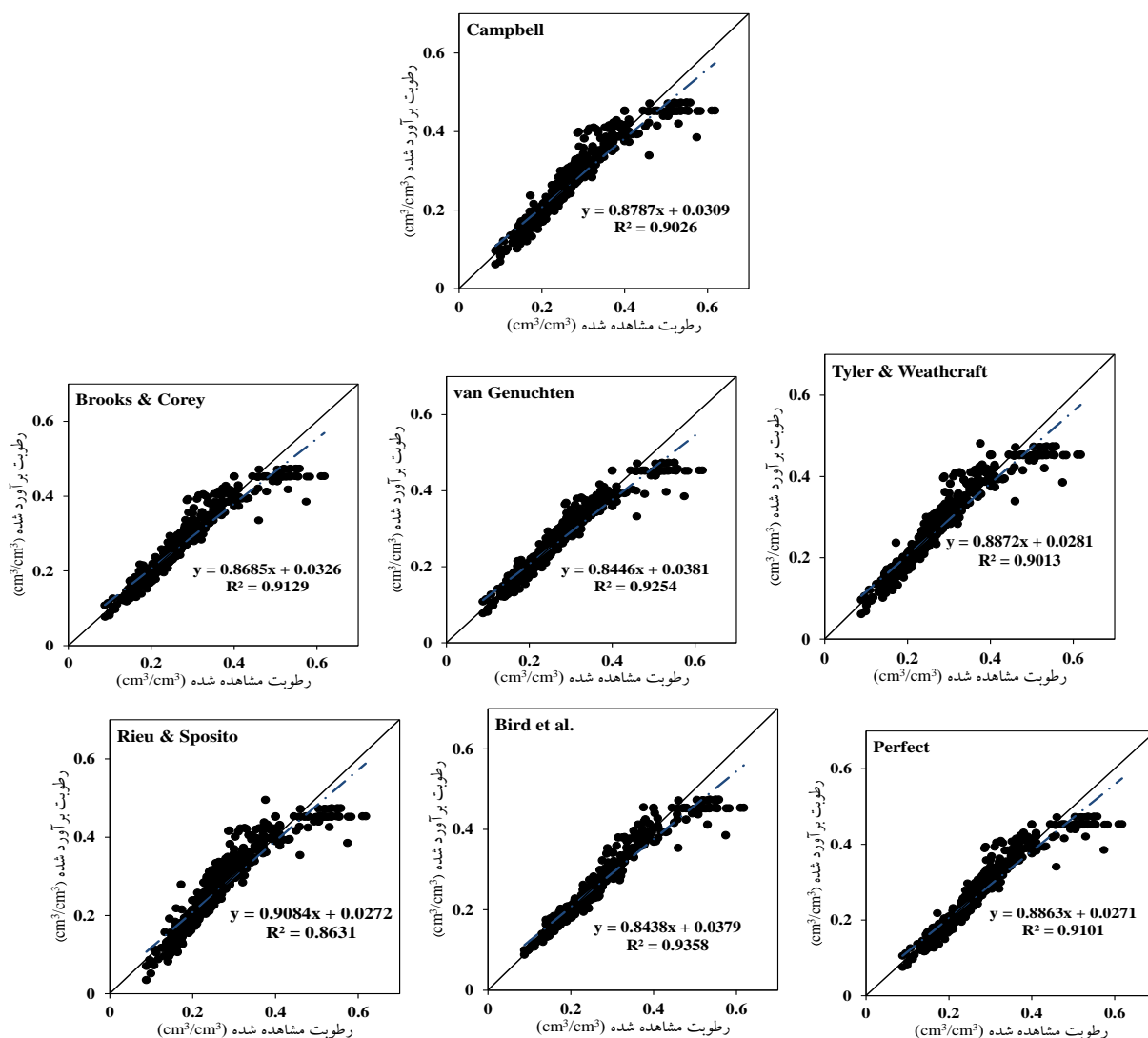
شکل ۲- رابطه بعد فرکتال جرمی توزیع اندازه ذرات خاک (D_{psd}) با درصد رس (الف) و درصد شن (ب)

جدول ۵- پارامترهای حاصل از برازش مدل‌های تجربی مورد مطالعه بر داده‌های اندازه‌گیری شده

| مدل‌های تجربی | Brooks and Corey (1964) | Campbell (1974) | van Genuchten (1984) | کلاس بافتی |
|---------------|-------------------------|-----------------|----------------------|--------------|
| | | | | |
| | | | | رس |
| | ۰/۲۴ | ۰/۱۷ | ۱/۲۲ | رس سیلتی |
| | ۰/۱۸ | ۰/۱۵ | ۱/۱۹ | لوم رسی |
| | ۰/۱۹ | ۰/۱۶ | ۱/۱۹ | لوم رس سیلتی |
| | ۰/۲۳ | ۰/۱۷ | ۱/۲۲ | لوم |
| | ۰/۲۵ | ۰/۲۱ | ۱/۲۵ | لوم شنی |
| | ۰/۳۱ | ۰/۲۳ | ۱/۳۱ | |

از این ناحیه از منحنی مشخصه رطوبتی خاک تا حدودی دور از واقعیت باشد. لازم به ذکر است که مدل‌های Rieu and Sposito (1991) و تا حدودی Tyler and Wheatcraft (1990) و Campbell (1974) با نزدیک شدن به ناحیه خشک منحنی رطوبتی نیز، مقدار رطوبت را کمتر از مقدار واقعی آن برآورد کرده‌اند. این نتایج با یافته‌های Wang and Zhang (2011) و Ghabarian-Alavijeh and Hunt (2012) هم‌خوانی دارد. همچنین مدل‌های Tyler and Perfect (1999)، Wheatcraft (1990)، Rieu and Sposito (1991) در رطوبت‌های $(\text{cm}^3/\text{cm}^3)$ $0/4 - 0/3$ مقدار رطوبت را بیشتر از مقدار واقعی تخمین زده و دارای بیش برآوردی می‌باشند.

ضریب تبیین معادل $0/86$ دارای عملکردی به نسبت ضعیف‌تر در برآورد منحنی مشخصه رطوبتی خاک‌های مورد مطالعه می‌باشند. با توجه به نتایج (شکل‌های ۳ و ۴)، تمام مدل‌های مورد مطالعه در نقطه اشباع و ناحیه‌ی نزدیک به اشباع، دارای کم‌برآوردی رطوبت حجمی خاک می‌باشند. این موضوع به این دلیل است که در این پژوهش، مقادیر رطوبت اشباع (θ_s) لحاظ شده در مدل‌های مورد مطالعه از جدول (۲) به دست آمده که برای بیشتر کلاس‌های بافتی مورد مطالعه کمتر از مقادیر اندازه‌گیری شده آن می‌باشد. افزون بر این بایستی به این نکته نیز اشاره کرد که در سیستم‌های به هم پیچیده آب-خاک، ناحیه‌ی نزدیک به اشباع رفتاری همچون یک محیط شبه اقلیدسی همگن دارد (در این شرایط $\theta \rightarrow \phi$ و $D=3$ است). این موضوع سبب می‌گردد تخمین مدل‌های فرکتالی



شکل ۴- مقادیر رطوبتی اندازه‌گیری شده در برابر مقادیر برآورد شده آن‌ها توسط مدل‌های فرکتالی (Rieu and Sposito (1991)، Bird et al. (2000)، Perfect (1999) و Tyler and Wheatcraft (1990) و مدل‌های تجربی (Brooks and Corey (1964) و Van Genuchten (1980) و Campbell (1974)). خط پیوسته قطری بیان‌گر خط ۱:۱ است.

(1991) نشان‌دهنده اختلاف بیشتر داده‌ها با میانه بوده و بیان‌گر آن است که در برازش این مدل داده‌ی پرت وجود دارد. بایستی به این نکته تأکید کرد که در این کلاس بافتی میانه R^2 همه مدل‌ها بیشتر از ۰/۹۳ هست. با توجه به نتایج، مدل‌های *Bird et al.* (2000)، *Perfect* (1999) و *van Genuchten* (1980) به ترتیب دارای کوچک‌ترین جعبه و بالاترین مقدار میانه R^2 می‌باشند (بیشتر از ۰/۹۸). در کلاس‌های بافتی رس سیلنتی (SiC) و لوم (L)، R^2 مدل‌های مختلف SMCC دارای بیشترین پراکنش می‌باشند. این بدین معنی است که اختلاف داده‌های پیش‌بینی شده توسط مدل‌ها با میانه بیشتر بوده و به احتمال زیاد در برازش مدل‌ها، داده‌ی با دقت کم نیز وجود دارد. لازم به ذکر است که در این کلاس‌های بافتی تنها دو مدل *Bird et al.* (2000) و *van Genuchten* (1980) دارای کوچک‌ترین جعبه و بالاترین مقدار میانه R^2 هستند. در مجموع نتایج نشان می‌دهد که در بین مدل‌های تجربی و فرکتالی مورد مطالعه، به ترتیب مدل‌های *van Genuchten* (1980) و *Bird et al.* (2000) برای کلاس‌های بافتی مورد مطالعه شامل رس (C)، رس سیلنتی (SiC)، لوم رسی (CL)، لوم رس سیلنتی (SiCL)، لوم (L) و لوم شنی (SL) دارای بیشترین مقدار میانه R^2 می‌باشند. کمینه مقدار میانه R^2 در بین مدل‌های تجربی مربوط به مدل *Campbell* (1974) (معادل ۰/۸۲) و برای مدل‌های فرکتالی مربوط به مدل *Rieu and Sposito* (1991) و در کلاس بافتی رس سیلنتی (SiC) مشاهده گردید.

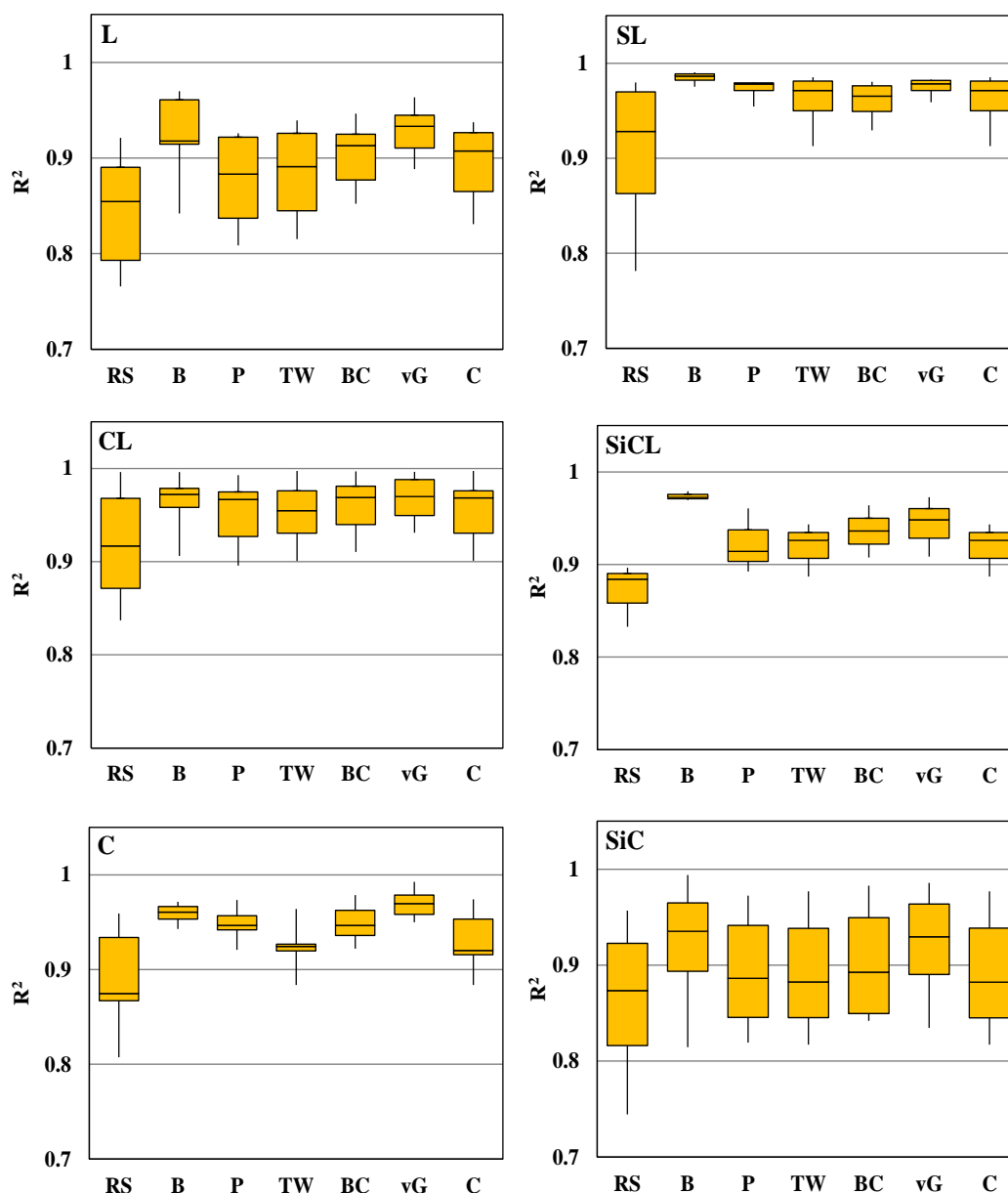
برای محاسبه خطای برآورد رطوبت حجمی خاک توسط مدل‌های مختلف منحنی مشخصه رطوبتی از آماره حداقل مجذور مربعات خطا (RMSE) استفاده شد (شکل ۶ نمودارهای جعبه‌ای RMSE). نتایج نشان می‌دهد پراکنش RMSE مدل‌های تجربی و فرکتالی استفاده‌شده در همه کلاس‌های بافتی مورد مطالعه، به‌استثنای کلاس بافتی رس سیلنتی (SiC) و تا حدودی کلاس بافتی لوم (L)، کم می‌باشد. این بدین معنی است که در کلاس‌های بافتی رس (C)، لوم رسی (CL)، لوم رس سیلنتی (SiCL) و لوم شنی (SL) مقدار خطای پیش‌بینی رطوبت حجمی توسط مدل‌های مختلف استفاده‌شده کمینه و در کلاس‌های بافتی رس سیلنتی (SiC) و لوم (L) بیشینه می‌باشد. با توجه به نتایج، در بین مدل‌های تجربی مدل *van Genuchten* (1980) و در بین مدل‌های فرکتالی مدل *Bird et al.* (2000) برای همه کلاس‌های بافتی مورد مطالعه شامل C، SiC، CL، SiCL، L و SL دارای کمینه مقدار میانه RMSE و به تبع آن کمینه خطا در پیش‌بینی رطوبت حجمی خاک می‌باشند. نتایج همچنین نشان داد بیشینه مقدار میانه RMSE کلاس‌های بافتی C، SiC، SiCL، L و SL

در این پژوهش برای تعیین بهترین مدل‌های فرکتالی و تجربی SMCC برای هر کلاس بافتی از آماره‌های R^2 ، RMSE و آماره AIC استفاده شده که نتایج آن‌ها به صورت نمودارهای جعبه‌ای در شکل‌های (۵ و ۶) و جدول (۶) ارائه شده است. نمودارهای جعبه‌ای بیان‌گر میزان پراکنندگی داده‌ها می‌باشند. جعبه‌ها نمایان‌گر ۵۰ درصد داده‌ها بوده که اطراف میانه تمرکز یافته‌اند. خطوط مربوط به نمودارها نیز نشان‌گر داده‌هایی است که دارای اختلاف بیشتری با میانه می‌باشند. با توجه به این که مقادیر میانه R^2 مدل‌های تجربی و فرکتالی استفاده‌شده در کلاس‌های بافتی مورد مطالعه از ۰/۸۵ بیشتر بوده، لذا در مجموع کارایی این مدل‌ها در تخمین SMCC مطلوب بوده است (شکل ۵). در کلاس‌های بافتی رس (C)، لوم رسی (CL)، لوم رس سیلنتی (SiCL) و لوم شنی (SL) پراکنش R^2 ها کمترین مقدار می‌باشد (به استثنای مدل *Rieu and Sposito*, 1991). میانه R^2 همه مدل‌های مورد مطالعه برای کلاس بافتی C بین ۰/۸۸ تا ۰/۹۷ و برای کلاس بافتی CL بین ۰/۹۲ تا ۰/۹۷ متغیر می‌باشد. همان‌گونه که در این شکل مشاهده می‌شود در بین مدل‌های مورد مطالعه، مدل *van Genuchten* (1980) و *Bird et al.* (2000) برای کلاس بافتی C دارای کوچک‌ترین جعبه و بالاترین مقادیر میانه R^2 می‌باشند (به ترتیب ۰/۹۷، ۰/۹۶ و ۰/۹۵). در کلاس بافتی CL نیز دو مدل *Bird et al.* (2000) و *van Genuchten* (1980) دارای کوچک‌ترین جعبه و بالاترین مقادیر میانه R^2 هستند (برای هر دو مدل معادل ۰/۹۷). کوچک‌تر بودن جعبه‌ها بیان‌گر اختلاف کمتر داده‌ها با میانه بوده و نشان‌دهنده آن است که داده‌ها برای مدل مورد نظر در دامنه‌ای مشخص و نزدیک به هم قرار گرفته و دارای پراکنندگی کمتری هستند. همان‌گونه که مشاهده می‌شود روند تغییرات میانه R^2 مدل‌های مختلف منحنی رطوبتی در کلاس بافتی لوم رس سیلنتی (SiCL) تقریباً مشابه لوم رسی (CL) است. نتایج نشان می‌دهد که در این کلاس بافتی تنها مقدار میانه R^2 مدل *Rieu and Sposito* (1991) معادل ۰/۸۸ بوده و برای سایر مدل‌ها این مقدار بزرگ‌تر از ۰/۹۲ می‌باشد. با توجه به نتایج، در کلاس بافتی SiCL مدل فرکتالی *Bird et al.* (2000) دارای کوچک‌ترین جعبه و بالاترین مقادیر میانه R^2 هست. شایان ذکر است که در بین مدل‌های تجربی نیز، مدل *van Genuchten* (1980) از بالاترین مقادیر میانه R^2 برخوردار می‌باشد. در کلاس بافتی لوم شنی (SL) نیز، R^2 مدل‌های مختلف برآورد کننده منحنی مشخصه رطوبتی خاک، به استثنای مدل *Rieu and Sposito* (1991)، دارای پراکنش کمی هستند. بلندتر بودن خطوط جعبه‌ها در مدل *Rieu and Sposito*

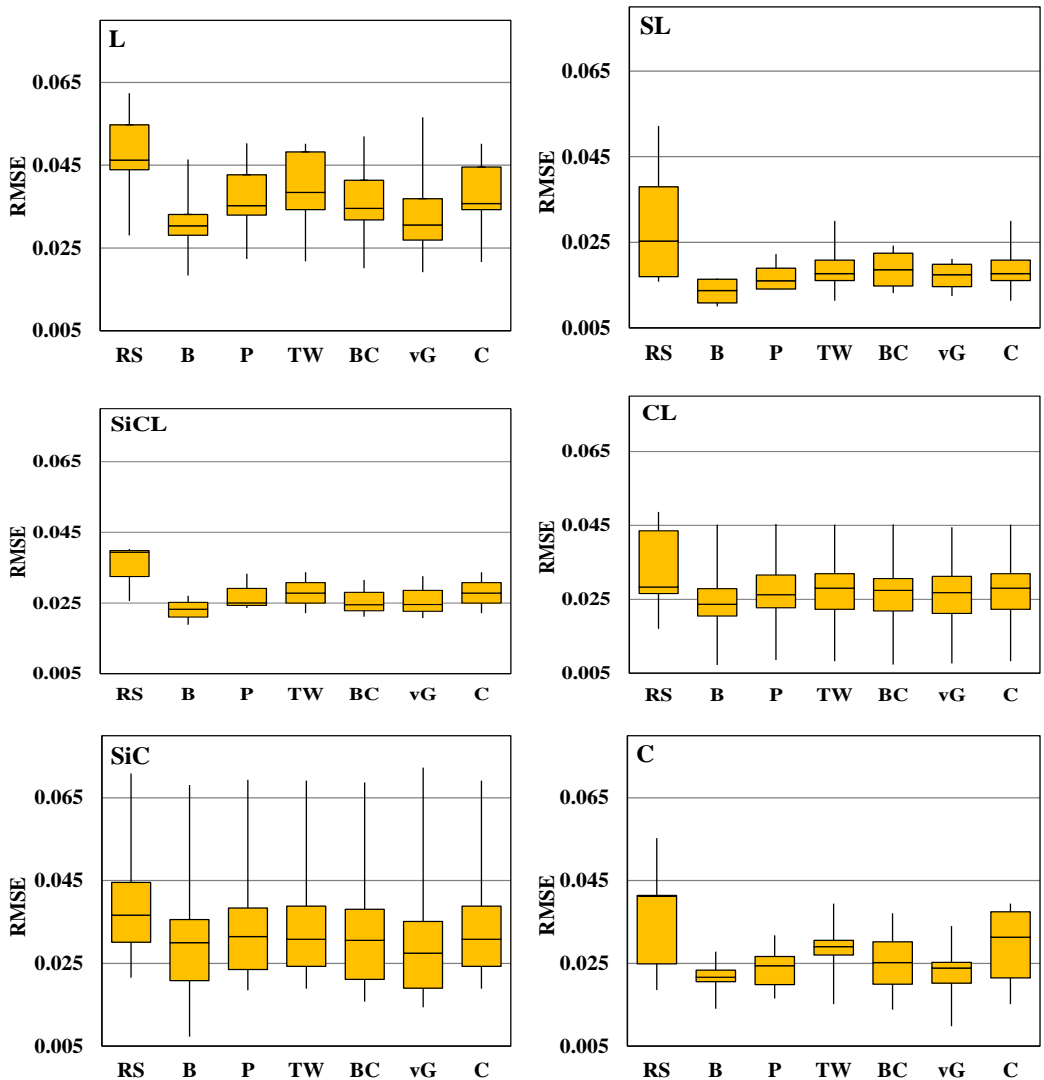
می‌باشد (جدول ۶). از آنجایی که در این آماره تعداد پارامترهای ورودی به مدل نیز لحاظ می‌شود، استفاده از آن به نوعی مانع بیش‌برازش می‌شود. هرچه مقدار این معیار منفی‌تر باشد، مدل مورد نظر دارای عملکرد بهتری است. با توجه به نتایج حاصل از جدول (۶)، کمترین (منفی‌ترین) مقدار آماره AIC در کلاس‌های بافتی مورد مطالعه به ترتیب مربوط به مدل فرکتالی Bird *et al.* (2000) و مدل تجربی van Genuchten (1998) است.

مربوط به مدل Rieu and Sposito (1991) و برای کلاس بافتی CL مربوط به مدل‌های Rieu and Sposito (1991) و Campbell (1974) می‌باشد. در شکل (۶) واحد RMSE همان واحد رطوبت حجمی (cm^3/cm^3) است.

یکی دیگر از شاخص‌های آماری مورد استفاده برای ارزیابی کارایی مدل‌های مختلف SMCC، آماره آکائیک (AIC) بوده که معیاری از کیفیت نسبی برازش هر مدل بر یک مجموعه از داده‌ها



شکل ۵- نمودارهای جعبه‌ای ضرایب تبیین (R^2) مربوط به مدل‌های منحنی رطوبتی شامل (RS) Rieu and Sposito (1991) (B) Bird *et al.* (2000) (P) Perfect (1999) و Tyler and Wheatcraft (1990) (TW) و مدل‌های تجربی شامل (BC) Brooks and Corey (1964) (vG) van Genuchten (1980) (C) و (C) Campbell (1974) برای کلاس‌های بافتی رس (C)، رس سیلتی (SiC)، لوم رس سیلتی (SiCL)، لوم رسی (CL)، لوم شنی (SL) و لوم (L)



شکل ۶- نمودارهای جعبه‌ای ریشه میانگین مربعات خطا (RMSE) مربوط به مدل‌های فرکتالی منحنی مشخصه رطوبتی شامل Brooks (RS) و Rieu and Sposito (1991) (B)، Bird et al. (2000) (P)، Perfect (1999) (TW) و Tyler and Wheatcraft (1990) (TW) و مدل‌های تجربی شامل Brooks (RS) و Rieu and Sposito (1991) (B)، Bird et al. (2000) (B)، Perfect (1999) (P)، Tyler and Wheatcraft (1990) (TW) و Van Genuchten (1980) (vG) and Corey (1964) (BC)، برای کلاس‌های بافتی رس (C)، رس سیلتی (SiC)، لوم رس سیلتی (SiCL)، لوم رسی (CL)، لوم شنی (SL) و لوم (L)

جدول ۶- آماره‌ی AIC حاصل برای مدل‌های مختلف منحنی رطوبتی Perfect (1999) (P)، Bird et al. (2000) (B)، Rieu and Sposito (1991) (RS) و Tyler and Wheatcraft (1990) (TW)، Brooks and Corey (1964) (BC)، van Genuchten (1980) (vG) و Campbell (1974) (C) برای کلاس‌های بافتی رس (C)، رس سیلتی (SiC)، لوم رس سیلتی (SiCL)، لوم رسی (CL)، لوم شنی (SL) و لوم (L)

| مدل | کلاس بافتی | C | SiC | CL | SiCL | L | SL |
|-----|------------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| RS | | -۳۴۷/۷۷ | -۷۳۵/۴۸ | -۹۰۷/۱۶ | -۱۷۵/۹۰ | -۴۸۴/۵۵ | -۲۴۱/۴۳ |
| B | | -۴۰۶/۵۴ | -۷۸۱/۹۲ | -۹۶۷/۰۹ | -۱۹۶/۹۹ | -۵۳۹/۰۰ | -۳۰۲/۳۱ |
| P | | -۳۹۷/۱۷ | -۷۶۱/۸۱ | -۹۵۱/۶۱ | -۱۸۹/۷۷ | -۵۱۸/۰۲ | -۲۸۷/۷۷ |
| TW | | -۳۷۷/۴۵ | -۷۵۹/۸۰ | -۹۵۰/۳۰ | -۱۸۸/۵۰ | -۵۰۷/۲۷ | -۲۷۶/۴۶ |
| BC | | -۳۸۶/۶۱ | -۷۶۵/۳۷ | -۹۵۲/۱۷ | -۱۹۰/۹۳ | -۵۱۹/۵۶ | -۲۷۸/۶۶ |
| vG | | -۳۹۵/۴۷ | -۷۷۱/۳۰ | -۹۵۲/۰۴ | -۱۸۸/۱۹ | -۵۳۰/۹۴ | -۲۸۳/۵۴ |
| C | | -۳۷۲/۳۸ | -۷۵۹/۴۷ | -۹۵۰/۷۸ | -۱۸۸/۵۰ | -۶۱۳/۶۴ | -۲۷۶/۶۴ |

Corey (1964) و Campbell (1974) است، ذرات اولیه خاک بی- نهایت کوچک، توزیع آن‌ها یکنواخت و تعداد تکرارها نامحدود در نظر گرفته می‌شود؛ این موضوع سبب می‌گردد که تخلخل کل خاک (Φ) به سمت مقدار یک میل کند. این در حالی است که وجود چنین شرایطی از لحاظ فیزیکی و در محیط‌های متخلخل طبیعی بی‌معنی می‌باشد. لیکن، به‌رغم این موضوع مدل Tyler and Wheatcraft (1990) برآزش نسبتاً خوبی به داده‌های منحنی رطوبتی خاک داشته است. مدل دو پارامتری Perfect (1999) داده‌های منحنی رطوبتی را از حالت اشباع تا آون خشک پیش- بینی کرده و پارامترهای تخمینی آن نیز دارای عملکردی منطقی می‌باشند. هرچند استفاده از داده‌های محدود رطوبتی، همچون مکش‌های ماتریک کمتر از ۱۵۰۰ کیلوپاسکال سبب می‌شود که پارامترهای تخمینی نتایجی غیرواقعی نیز داشته باشند (به‌عنوان مثال مقدار بعد فرکتال جرمی بیشتر از ۳ شود). افزون بر این، استفاده از این مدل نیازمند تخمین h_{max} بوده که Perfect (1999) پتانسیل ماتریک در خشک‌ترین رطوبت آون، که مقدار آن معادل 10^6 kPa- است، را به‌طور تقریبی به‌عنوان مقدار معادل آن لحاظ کرد. این در حالی است که Millan *et al.*, (2006) گزارش کردند که مقدار h_{max} می‌تواند برای هر نوع خاکی متغیر باشد. نتایج این پژوهش بیان‌گر کارایی کم‌دقت‌تر مدل Rieu and Sposito (1991) در پیش‌بینی SMCC در مقایسه با دیگر مدل‌های مورد استفاده است. پژوهش‌ها نشان داده‌اند که در مدل Rieu and Sposito (1991) بعد فرکتال جرمی (D_m) حساس- ترین پارامتر ورودی به مدل می‌باشد (Ghanbarian-Alavijeh *et al.*, 2011). این موضوع، کم‌برآوردی بعد فرکتال جرمی، می‌تواند دلیل منفی شدن مقادیر رطوبتی حجمی در حالت خیلی خشک باشد که خود از لحاظ فیزیکی بی‌معنی است.

نتیجه‌گیری کلی

با توجه به آماره‌های R^2 ، RMSE، معیار AIC و اطلاعات حاصل از خطوط ۱:۱، عملکرد سه مدل تجربی Brooks and Corey (1964)، Campbell (1974) و van Genuchten (1980) و مدل- های فرکتالی Tyler and Wheatcraft (1990)، Rieu and Sposito (1991)، Perfect (1999) و Bird *et al.* (2000) در برآورد منحنی مشخصه رطوبتی خاک‌های دشت کشاورزی شهرستان‌های قروه-دهگلان مطلوب ارزیابی شد. هر چند بایستی در نظر داشت که در مجموع بین مدل‌های تجربی، مدل van Genuchten (1980) و در بین مدل‌های فرکتالی مدل Bird *et al.*

در مجموع نتایج حاصل از این پژوهش بیان‌گر کیفیت بالای برازش مدل van Genuchten (1980) در مقایسه با دو مدل تجربی Brooks and Corey (1964) و Campbell (1974) بر داده‌های منحنی رطوبتی خاک‌های مورد مطالعه می‌باشد. این نتایج با یافته‌های حاصل از پژوهش Nabizade and Beigi (2011) Harchegani، که کارایی مدل van Genuchten (1980) را در خاک‌های شهرستان لردگان بیشتر گزارش کردند، سازگاری دارد. Ghanbarian-Alavijeh *et al.*, (2007) نیز دقت مدل Campbell (1974) را در مقایسه با دو مدل Brooks and Corey (1964) و van Genuchten (1980) کمتر بیان کردند. مدل‌هایی همچون مدل van Genuchten (1980) که پیوسته و سیگموئیدی بوده در تخمین منحنی مشخصه رطوبتی خاک دارای رفتاری توانمندتر هستند. این مدل قادر به محاسبه‌ی مقدار مکش در نقطه ورود هوا به خاک نبوده لیکن دارای نقطه عطفی است که در بسیاری از خاک‌ها منجر به عملکردی بهتر در مقایسه با مدل- های Brooks and Corey (1964) و Campbell (1974) به‌ویژه در منطقه‌ی نزدیک به اشباع می‌شود. رویکرد فرکتالی فاز جامد- حفره (PSF) که به‌وسیله Perrier *et al.* (1996) توسعه یافته و به وسیله‌ی Bird *et al.* (2000) گسترش پیدا کرده است، نیز نگرشی بسیار باثبات بوده و داده‌های SMCC را به‌خوبی پیش‌بینی می- کند. این مدل در شرایطی خاص به دو مدل Tyler and Wheatcraft (1990) و Rieu and Sposito (1991) تبدیل می‌شود، که خود این مدل‌ها در قبل، با رویکردی متفاوت‌تر از مدل Bird *et al.* (2000) اشتقاق یافته‌اند. نتایج حاصل از بررسی دیگر منابع بیان‌گر آن است که مدل Bird *et al.*, (2000) در مقایسه با دو مدل ذکر شده، دارای کیفیت برازش مناسب‌تری بر داده‌های اندازه‌گیری شده منحنی مشخصه رطوبتی خاک می- باشد. لیکن برآورد SMCC با استفاده از مدل‌های فرکتالی مبتنی بر PSF (مدل Bird *et al.*, 2000) نیازمند تخمین مقدار β بوده که مقدار آن از تخلخل (Φ) تا یک متغیر می‌باشد. اما نکته قابل- توجه این‌که، تاکنون هیچ رویکرد تئوری یا کاربردی، همچون توابع انتقالی، برای تعیین β توسعه پیدا نکرده است (Ghanbarian-Alavijeh *et al.*, 2011).

مدل‌های تجربی Brooks and Corey (1964) و Tyler and Wheatcraft (1990) و فرکتالی Campbell (1974) و Perfect (1999) در بیشتر کلاس‌های بافتی مورد مطالعه نتایج تقریباً مشابه و نزدیکی داشته‌اند. در مدل دو پارامتری Tyler and Wheatcraft (1990)، که مشابه مدل‌های تجربی Brooks and

SMCC، مدل تجربی (van Genuchten (1980) و مدل فرکتالی Bird *et al.* (2000) برای همه کلاس‌های بافتی مورد مطالعه شامل رس، رس سیلتی، لوم رسی و لوم رس سیلتی (سنگین بافت‌ها)، لوم (میان بافت‌ها) و لوم شنی (سبک بافت‌ها) پیشنهاد می‌شوند. در مجموع بایستی خاطر نشان کرد که در مقایسه با مدل تجربی (van Genuchten (1980) مدل فرکتالی Bird *et al.* (2000) در تخمین منحنی مشخصه رطوبتی خاک‌های منطقه مورد مطالعه اندکی کارآمدتر بود.

REFERENCES

Arya, L. M. and Paris, J. F. (1981). A physicoempirical model to predict soil moisture characteristics from particle-size distribution and bulk density data. *Soil Science Society of America Journal*, 45, 1023-1030.

Bayat, H., Neyshaburi, M.R., Mohammadi, K., Nariman-Zadeh, N., Irannejad, M. and Gregory, A.S. (2013). Combination of artificial neural network and fractal theory to predict soil water retention curve. *Computers and Electronics in Agriculture*, 92, 92-103.

Bird, N. R. A., Perrier, E., and Rieu, M. (2000). The water retention function for a model of soil structure with pore and solid fractal distributions. *European Journal of Soil Science*, 51(1), 55-63.

Brooks, R. H. and Corey, A. T. (1964). Hydraulic properties of porous media. Hydrology paper. No. 3. Colorado State Univ. Fort Collins, Co.

Campbell G.S. (1974). A simple method for determining unsaturated conductivity from moisture retention data. *Soil Science*, 117, 311-314.

Carsel, R. F. and Parrish, R. S. (1988). Developing joint probability distributions of soil water retention characteristics. *Water Resources Research*, 24(5), 755-769.

Chari, M. M., Ghahraman, B., Davari, K. and Khoshnood Yazdi, A. A. (2015). Estimating soil water retention curve using the particle size distribution based on fractal approach. *Journal of Water and Soil*, 29(3), 604-614. (In Farsi)

Cihan, A., Perfect, E. and Tyner, J. S. (2007). Water retention models for scale-variant and scale-invariant drainage of mass prefractal porous media. *Vadose Zone Journal*, 6, 786-792.

Clapp, R. B., and Hornberger, G. M. (1978). Empirical equations for some soil hydraulic properties. *Water Resources Research*, 14(4), 601-604.

Crawford, J.W. (1994). The retention between structure and hydraulic conductivity of soil. *European Journal of Soil Science*, 45, 493-502.

Dane, J. H. and Topp, C. G. (2002). Methods of Soil Analysis: Part 4 Physical Methods. Soil Science Society of America. Soil Science Society of America, American Society of Agronomy: Madison, WI.

(2000). *al.* دارای بالاترین مقدار R^2 ، کمترین RMSE و منفی-ترین مقدار آماره AIC بودند. این در حالی است که مدل Rieu and Sposito (1991) نیز به دلیل دارا بودن R^2 کمتر، RMSE و آماره AIC بیشتر، به عنوان کم‌دقت‌ترین مدل در برآورد منحنی مشخصه رطوبتی خاک‌های منطقه مورد مطالعه گزینش شد. شایان ذکر است که با توجه به این آماره‌ها، در مدل Rieu and Sposito (1991) نیز مقدار R^2 میانگین معادل ۰/۸۶ و مقدار RMSE میانگین تقریباً معادل $0.41 \text{ cm}^3/\text{cm}^3$ بود. بنابراین، با توجه به کیفیت برازش این مدل‌ها بر داده‌های اندازه‌گیری شده

Fallico, C., Tarquis, A. M., De Bartolo, S. and Veltri, M. (2010). Scaling analysis of water retention curves for unsaturated sandy loam soils by using fractal geometry. *European Journal of soil science*, 61(3), 425-436.

Fazeli Sangani, M. and Pilevar Shahri, A. R. (2013). Estimation of soil water retention curve by using fractal dimension of soil particle size distribution. *Watershed Management Research (Pajouhesh & Sazandegi)*, 99, 126-132. (In Farsi)

Fazeli Sangani, M., Shorafa, M., Namdar Khojasteh, D. and Pilevar Shahri, A. R. (2010). A fractal approach for estimating soil water retention curve. *Journal of Soil Science and Environmental Management*, 1(7), 177-183.

Ghabarian, B. and Daigle, H. (2015). Fractal dimension of soil fragment mass-size distribution: A critical analysis. *Geoderma*, 245-246, 98-103.

Ghabarian-Alavijeh, B. and Hunt, A.G. (2012). Estimation of soil -water retention from particle-size distribution: Fractal Approaches. *Soil Science*, 177(5), 321-326.

Ghanbarian-Alavijeh, B., Liaghat, A. M., Shorafa, M. and Moghimi-Araghi, S. (2008). Prediction of soil -retention curve using soil particle size distribution. *Journal of Agricultural Engineering Research*, 9(1), 63-80. (In Farsi)

Ghanbarian-Alavijeh, B., Liaghat, A. M., Shorafa, M. and Moghimi, S. (2007). Assessment of Perfect's fractal model in prediction of soil water retention curve. *Iranian Journal of Irrigation and Drainage*, 1(1), 1-13. (In Farsi)

Ghanbarian-Alavijeh, B., Millan, H. and Huang, G. (2011). A review of fractal, prefractal and pore-solid-fractal models for parameterizing the soil water retention curve. *Canadian Journal of Soil Science*, 91(1), 1-14.

Gimenez, D., Perfect, E., Rawls, W. J., and Pachepsky, Y. (1997). Fractal models for predicting soil hydraulic properties: a review. *Engineering Geology*, 48(3), 161-183.

Huang, G. H., Zhang, R. D. and Hhang, Q. Z. (2006). Modeling Soil Water Retention Curve with a Fractal Method. *Pedosphere*, 16(2), 137-14.

Huang, G., and Zhang, R. (2005). Evaluation of soil

- water retention curve with the pore–solid fractal model. *Geoderma*, 127(1), 52-61.
- Hutson J. L., and Cass A. (1987). A retentivity function for use in soil water simulation models. *Soil Science*, 38, 105-113.
- Kashkouli, H. A. and Zeinalzadeh, K. (2001). Evaluation of moisture characteristic models and estimation of hydraulic functions for a sandy loam soil in Khuzestan, Iran. *Iranian Journal of Soil and Water Sciences*, 15(2): 273-289. (In Farsi)
- Kern, J. S. (1995). Evaluation of soil water retention models based on basic soil physical properties. *Soil Science Society of America Journal*, 59, 1134-1141.
- Krause, P., Boyle, D. P. and Base, F. (2005). Comparison of different efficiency criteria for hydrological model assessment. *Advances in Geosciences*, 5, 89-97.
- Kravchenko, A. and Zhang, R. (1998). Estimating the Soil Water Retention from Particle-Size Distribution: a Fractal approach. *Soil Science*, 163(3), 171-179.
- Mandelbrot, B. B. (1983). The fractal geometry of nature/Revised and enlarged edition. New York, WH Freeman and Co.
- Mertens, J., Stenger, R. and Barkle, G. F. (2006). Multi objective inverse modeling for soil parameter estimation and model verification. *Vadose Zone Journal*, 5, 917-933.
- Millan, H., Aguilar, M., Dominguez, J., Cespedes, L., Velasco, E. and Gonzalez, M. (2006). A note on the physics of soil water retention through fractal parameters. *Fractals*, 14(02), 143-148.
- Millan, H., Gonzalez-Posada, M. (2005). Modelling soil water retention scaling. Comparison of a classical fractal model with a piecewise approach. *Geoderma*, 125, 25-38.
- Minasny, B., McBratney, A. B. and Bristow, K. L. (1999). Comparison of different approaches to the development of pedotransfer function for water-retention curves. *Geoderma*, 93, 225-253.
- Nabizade, E. and Beigi Harchegani, H. (2011). The fitting quality of several water retention models in soil samples from Lordegan, Charmahal-va-Bakhtiari. *Journal of Water and Soil*, 25(3), 634-645. (In Farsi)
- Perfect, E. (1999). Estimating soil mass fractal dimensions from water retention curves. *Geoderma*, 88(3), 221-231.
- Perfect, E. and Kay, B.D. 1995 Application of fractal in soil, and tillage research: A review. *Soil and Tillage Research*, 36, 1-20.
- Perrier, E., Rieu, M. Sposito, G. and Marsily, G.de. (1996). Models of water retention curve. *Water Resources Research*, 34, 933-935.
- Rawls, W. J., Brakensiek, D. L., and Saxton, K. E. (1982). Estimation of soil water properties. *Transactions, ASAE*, 25(5), 1316-1320.
- Rieu, M., and Sposito, G. (1991). Fractal fragmentation, soil porosity, and soil water properties: I. Theory. *Soil Science Society of America Journal*, 55(5), 1231-1238.
- Rossi, C. and Nimmo, J. R. (1994). Modeling of soil water retention from saturation to oven dryness. *Water Resources Research*, 30(3), 701-708.
- Saxton K. E., Rawls W. J., Romberger J. S., and Papendick R. I. (1986). Estimating generalized soil water characteristics from texture. *Soil Science Society of America Journal*, 50, 1031-1036.
- Schaap, M. G., Leij, F. J., and van Genuchten, M. T. (2001). ROSETTA: a computer program for estimating soil hydraulic parameters with hierarchical pedotransfer functions. *Journal of Hydrology*, 251(3), 163-176.
- Sparks, D. L. Page, A. L. Helmke, P. A. Loeppert, R. H. (1996). Methods of Soil Analysis Part 3 Chemical Methods. Soil Science Society of America, American Society of Agronomy: Madison, WI.
- Su, Y. Z., Zhao, H. L., Zhao, W. Z., and Zhang, T. H. (2004). Fractal features of soil particle size distribution and the implication for indicating desertification. *Geoderma*, 122(1), 43-49.
- Tyler, S. W. and Wheatcraft, S. W. (1990). Fractal processes in soil water retention. *Water Resources Research*, 26, 1047-1054.
- Van Genuchten, M. T. (1980). A closed-form equation for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated soils. *Soil Science Society of America Journal*, 44(5), 892-898.
- Veltri, M., Severino, G., De Bartolo, S., Fallico, C., and Santini, A. (2013). Scaling analysis of water retention curves: a multi-fractal approach. *Procedia Environmental Sciences*, 19, 618-622.
- Wang, K., and Zhang, R. (2011). Estimation of soil water retention curve: An asymmetrical pore-solid fractal model. *Wuhan University Journal of Natural Sciences*, 16(2), 171-178.
- Wang, K., Zhang, R. and Wang, F. (2005). Testing the pore-solid fractal model for the soil water retention function. *Soil Science Society of America Journal*, 69(3), 776-782.
- Wösten, J. H. M., Finke, P. A., and Jansen, M. J. W. (1995). Comparison of class and continuous pedotransfer functions to generate soil hydraulic characteristics. *Geoderma*, 66(3), 227-237.
- Wösten, J. H. M., Pachepsky, Y. A., and Rawls, W. J. (2001). Pedotransfer functions: bridging the gap between available basic soil data and missing soil hydraulic characteristics. *Journal of Hydrology*, 251(3), 123-150.
- Xu, Y. (2004). Calculation of unsaturated hydraulic conductivity using a fractal model for the pore-size distribution. *Computers and Geotechnics*, 31: 549-557.
- Young, I. M., Crawford, J. W. and Rappoldt, C. (2001). New method and models for characterizing structural heterogeneity of soil. *Soil and Tillage Research*, 61, 33-45.