

## تخمین ضریب پخش طولی در جریان‌های سطحی با استفاده از آنالیز ابعادی

مهدی محمدی قلعه‌نی<sup>۱</sup>، کیومرث ابراهیمی<sup>۲</sup> و محمدحسین امید<sup>۳</sup>

۱. فارغ‌التحصیل دوره دکتری، مهندسی منابع آب دانشگاه تهران

۲. استاد، گروه مهندسی آبیاری و آبادانی دانشگاه تهران

۳. استاد، گروه مهندسی آبیاری و آبادانی دانشگاه تهران

(تاریخ دریافت: ۱۳۹۵/۸/۲۵ - تاریخ بازنگری: ۱۳۹۵/۱۰/۷ - تاریخ تصویب: ۱۳۹۵/۱۰/۱۲)

### چکیده

ضریب پخش طولی یکی از پارامترهای مهم در حل معادله انتقال آلودگی در جریان‌های سطحی می‌باشد. در مقاله حاضر رابطه جدیدی به منظور برآورد دقیق‌تر ضریب پخش طولی در جریان آب‌های سطحی ارائه شده است. این رابطه با استفاده از داده‌های ۱۷۶ رودخانه و کانال مختلف و کاربرد تکنیک آنالیز ابعادی بدست آمد. رابطه جدید ارائه شده با ۱۸ رابطه منتخب برای مجموعه داده‌های فوق‌الذکر مورد مقایسه قرار گرفت. نتایج حاکی از دو برابر شدن دقت برآورد ضریب پخش طولی با استفاده از رابطه جدید نسبت به روابط منتخب می‌باشد. به طوری که این رابطه خطایی کمتر از  $\pm 100\%$  درصد را در برآورد ضریب پخش طولی از خود نشان می‌دهد. همچنین پارامترهای میانگین قدرمطلق خطا و میانگین مجذور مربعات خطا در رابطه جدید از روابط موجود کمتر و به ترتیب برابر  $0/34$  و  $0/03$  بدست آمد.

**واژه‌های کلیدی:** انتقال آلودگی، برآورد، جریان آب‌های سطحی، روابط تجربی، رودخانه

### مقدمه

ضریب پخش طولی<sup>۱</sup> تحت تأثیر پارامترهای هیدرودینامیکی و هندسی رودخانه قرار دارد در نتیجه مقادیر این ضریب در رودخانه‌ها دارای تغییرات زیادی می‌باشد. تا کنون سه روش انتگرال‌گیری از پروفیل سرعت، اندازه‌گیری‌های ردیابی و رابطه‌های تجربی به طور گسترده‌ای برای برآورد ضریب پخش طولی به کار رفته‌اند (Zeng and Huai, 2014). رابطه<sup>۱</sup>، یک انتگرال سه‌گانه برای برآورد ضریب پخش طولی می‌باشد (Fischer, 1967).

$$D_L = -\frac{1}{A} \int_0^B hu' \int_0^y \frac{1}{\varepsilon_t h} \int_0^y hu' dy dy dy \quad (\text{رابطه ۱})$$

در این رابطه، A سطح مقطع عرضی رودخانه، B عرض رودخانه، h عمق موضعی جریان،  $u' = u - U$  انحراف سرعت طولی موضعی (u) از میانگین سرعت مقطع عرضی (U)، y مختصات در جهت عرضی و  $\varepsilon_t$  ضریب اختلاط عرضی موضعی<sup>۲</sup> می‌باشند. از طرف دیگر آزمایش‌های ردیابی به‌عنوان روش نسبتاً دقیقی برای برآورد ضریب پخش طولی و مطالعه

مشخصات پخش طولی به تأیید رسیده است. هنگامی که مشخصات منحنی غلظت زمانی بدست آمد، روش‌های آماری مانند آنالیز لحظه‌ای<sup>۳</sup> و آنالیز چتوینز<sup>۴</sup> می‌تواند برای برآورد ضریب پخش طولی استفاده شوند (Chatwin, 1980; Guymet, 1998; Zhang et al., 2006).

اولین بار با انجام آزمایش جریان در لوله‌ها، رابطه‌ای برای تغییرات غلظت نسبت به طول ارائه شد (Taylor, 1954). در ادامه نتایج تحقیقات سایر محققین نشان داد که برخلاف فرض تیلور، مدل تغییرات غلظت نسبت به طول گوسی نمی‌باشد (Day, 1975; Day and Wood, 1976; Nordin and Troutman, 1980). همچنین روش روندیابی توسط Fischer (1968) برای تعیین ضریب پخش طولی با استفاده از داده‌های ردیابی پیشنهاد شد که تا کنون استفاده‌های زیادی از این روش شده است. این روش بر اساس فرض تقریب ابر یخی<sup>۵</sup> استوار بوده، که این فرض نیازمند حل عددی انتگرال پیچیده‌ای می‌باشد. در ادامه تحقیقات، (Singh and Beck, 2003) روشی را برای تعیین ضریب پخش طولی با استفاده از داده‌های ردیابی

\*نویسنده مسئول : ebrahimiK@ut.ac.ir

<http://can.ut.ac.ir/member/ebrahimi.aspx>

1. Longitudinal Dispersion Coefficient

2. Local transverse mixing coefficient

3. Moment analysis

4. Chatwin's analysis

5. Frozen-cloud approximation

رابطه‌های تجربی مختلف جهت تخمین ضریب پخش طولی پرداختند (Ahmad, 2013).

استفاده از آنالیز ابعادی نشان داد که ترکیبی از پارامترهای سرعت جریان (U)، عمق جریان (H)، عرض جریان (B) و سرعت برشی ( $u^*$ ) می‌تواند همواره با ضریب پخش طولی ( $D_L$ ) هم‌بعد باشد (Kashefipour and Falconer, 2002). پس از آنالیز رگرسیونی بین U، H، B،  $u^*$  و  $D_L$ ، ایشان نتیجه گرفتند که  $D_L$  به صورت خطی با ترکیب BU و HU به ترتیب با ضریب همبستگی ۰/۵۶ و ۰/۷۰ رابطه دارد. همچنین در تحقیق دیگری مقادیر ضریب همبستگی بین HU و  $Hu^*$  با  $D_L$  برای ۱۱۶ داده مورد مطالعه به ترتیب برابر ۰/۳۷ و ۰/۰۵ گزارش شد (Zeng and Huai, 2014).

نتایج تحقیقی جهت تخمین ضریب پخش طولی با استفاده از سیستم خبره استنتاج فازی- عصبی انطباقی و مقایسه آن با دوازده رابطه تجربی حاکی از بهتر بودن نتایج این مدل نسبت به روابط تجربی بررسی شده بود (RiahiModvar and Ayyoubzadeh, 2008). همچنین نتایج تخمین ضریب پخش طولی با استفاده از شبکه عصبی بر مبنای توابع آموزش شبه-نیوتنی و استفاده از ۱۰۰ سری داده، بیانگر دقت قابل قبول مدل پیشنهادی بود (Nooriet al., 2011). در تحقیقی مشابه نیز نتایج نشان داد که مدل شبکه عصبی پرسپترون پیشخور- پس‌انتشار خطا با دو پارامتر ورودی با استفاده از داده‌های ۲۹ رودخانه طبیعی ایالات متحده از دقت مناسبی مانند روابط تجربی برتر برخوردار بوده و همچنین نسبت سرعت به سرعت برشی یا ضریب زبری دارای تأثیر بیشتری بر ضریب انتشار طولی است (Izadina et al., 2016). نتایج مطالعه‌ای دیگر نیز تأثیر بیشتر ضریب زبری بر ضریب اختلاط طولی را نشان داد (Izadina and Abedi-Koupa, 2011). در تحقیقی، مقایسه اطلاعات میدانی سرعت متوسط عمقی و ضریب پخش طولی آلودگی، تخمین زده شده با استفاده از این داده‌ها، حاکی از دقت مناسب این روش در تخمین ضریب پخش طولی بود (Givehchiet al., 2010). استفاده از حل عددی معادله حرکت با استفاده از روش حجم محدود گسسته جهت تخمین ضریب پخش آلودگی در دو رودخانه سورناریو انگلستان حاکی از دقت مناسب مدل عددی بوده است (Parsaie and Haghiaibi, 2016).

در مقاله حاضر و در ادامه تحقیقات Mohammadi Ghalemi et al. (2015a, 2015b)، ۱۸ رابطه تجربی برآورد ضریب پخش طولی منتخب از تحقیقات نیم قرن اخیر (۲۰۱۵-۱۹۵۹) به

پیشنهاد و حل نسبتاً دقیقی را برای رابطه انتقال- پخش در حالت یک‌بعدی ارائه دادند و عنوان کردند که، این روش خطای تقریب فیشر و خطای حل عددی را ندارد. نتایج تحقیق Palancaret al. (2003) با استفاده از داده‌های ردیابی و پارامترهای هیدرولیکی جریان در دو رودخانه‌ی اسپانیا، حاکی از دقیق‌تر بودن این دو روش در تخمین ضریب پخش طولی نسبت به روش‌های دیگر بود.

از آنجایی که روند آزمایشات ردیابی در طی کاربردهای عملی و مهندسی وقت‌گیر، مشکل و پرهزینه است، استفاده از روابط تجربی با استفاده از پارامترهای هیدرولیکی و هندسی که به راحتی از مدل‌های عددی و یا اندازه‌گیری‌های میدانی قابل دسترسی می‌باشند، ترجیح داده می‌شود. تا کنون رابطه‌های تجربی زیادی برای برآورد ضریب پخش طولی ارائه شده است. یکی از اولین روابط تجربی جهت تخمین ضریب پخش طولی توسط Leopold and Maddock (1953) ارائه شد. در این رابطه ضریب پخش طولی به عنوان مقداری از یک فرآیند طولی یک‌بعدی با استفاده از رابطه انتقال- پخش در نظر گرفته شد. در جریان کانال‌های روباز اولین تحلیل ضریب پخش طولی توسط Elder (1959) انجام شد. این محقق با فرض یکسان بودن مقادیر ضریب پخش طولی برای انتقال مومنتم و انتقال جرم در جهت عمودی و فرض توزیع لگاریتمی سرعت، رابطه‌ای برای تخمین ضریب پخش طولی در جریان یکنواخت با مرز بی‌نهایت (کانال عریض) ارائه داد.

نتایج تحقیقات Fischer et al. (1979) نشان داد که در دوره اولیه<sup>۱</sup> انتشار آلودگی، انتقال<sup>۲</sup> به وسیله جابه‌جایی<sup>۳</sup> به توزیع سرعت بستگی دارد و جابه‌جایی و پخش<sup>۴</sup> در تعادل نیستند، در نتیجه آنالیز تیلور کاربرد ندارد. آنها همچنین دریافتند که به دلیل تأثیر بیشتر پارامترهای توزیع سرعت در فرآیند اختلاط کامل، میانگین غلظت در مقطع عرضی واریانس زیادی دارد و واریانس توزیع غلظت طولی با زمان افزایش غیرخطی دارد. آنها با این استدلال معادله‌ای برای تخمین ضریب پخش طولی ارائه کردند. پس از ارائه این نتایج، محققان زیادی (Deng et al., 2001; Etemad-Shahidi and Taghipour, 2012; Kashefipour and Falconer, 2002; Sahay and Dutta, 2009; Seo and Cheong, 1998) به توسعه

1. Initial period  
2. Transport  
3. Advection  
4. Diffusion

$$\frac{D_L}{Hu_*} = a \left( \frac{B}{H} \right)^b \left( \frac{U}{u_*} \right)^c \quad (\text{رابطه ۵})$$

در این رابطه، چهار پارامتر شامل  $U$  سرعت میانگین جریان،  $H$  عمق جریان،  $B$  عرض کف جریان و  $u_*$  سرعت برشی جریان وجود دارد. گروه چهارم شامل روابطی می‌باشد که دارای گروه خاصی نمی‌باشند. در سه گروه اول روابط ضریب پخش طولی سه ضریب  $a$ ،  $b$  و  $c$  بر اساس شرایط جریان و رودخانه مورد نظر برآورد می‌شوند. رابطه استخراج شده در مقاله حاضر (رابطه ۱۱) در این گروه از روابط جای گرفته که نحوه استخراج آن در ادامه و در قسمت نتایج ارائه شده است.

در جدول (۱)،  $D_L$  ضریب پخش طولی،  $B$  عرض مقطع جریان،  $H$  عمق جریان،  $U$  سرعت متوسط جریان،  $u_*$  سرعت برشی جریان و  $g$  شتاب جاذبه ثقل می‌باشد.

#### داده‌های مورد استفاده

داده‌های مورد استفاده در مقاله حاضر از نتایج آزمایش‌های ردیابی ۸۳ جریان آب سطحی شامل رودخانه و کانال جمع‌آوری شد. این داده‌ها در مجموع شامل ۱۷۶ سری داده با مشخصات جریان از قبیل عرض، عمق، سرعت، سرعت برشی و ضریب پخش طولی اندازه‌گیری شده می‌باشد (Deng et al., 2001; Etemad-Shahidi and Taghipour, 2012; Kashefipour and Falconer, 2002; Sahay and Dutta, 2009; Seo and Cheong, 1998). در جدول (۲) مقادیر پارامترهای آماری ضریب پخش طولی مورد استفاده در مقاله حاضر ارائه شده است.

با توجه به اینکه هر یک از روابط تجربی برآورد ضریب پخش طولی در محدوده شرایط خاص و برای نوع مشخصی از جریان استخراج و بسط داده شده است، ۱۷۶ سری داده جمع‌آوری شده بر اساس نسبت عرض کف جریان به عمق جریان ( $B/H$ ) به پنج گروه مطابق جدول (۳) تقسیم‌بندی شد و روابط جدول (۱) در هر یک از این گروه‌ها مورد ارزیابی قرار گرفته است.

بر اساس نتایج آنالیز آماری (Disley et al., 2015) که نشان‌دهنده وجود بیشترین معنی‌داری همبستگی بین ضریب پخش طولی و نسبت عرض به عمق جریان ( $B/H$ ) بوده، همچنین کاربرد این نسبت در اکثر روابط تجربی توسعه داده شده برای برآورد ضریب پخش طولی (۱۰ رابطه از جدول ۱) و استفاده مشابه این معیار (Zeng and Huai, 2014)، در مقاله حاضر نیز از این نسبت برای دسته‌بندی انواع جریان‌ها استفاده شد.

همراه رابطه جدید استخراج شده از همین مقاله در چهار گروه تقسیم‌بندی شدند. این روابط در شرایط مختلف هیدرولیکی جریان با ۱۷۶ سری داده ضریب پخش طولی اندازه‌گیری شده با آزمایشات ردیابی از رودخانه‌های مختلف دنیا مورد مقایسه قرار گرفت. هدف اصلی مقاله حاضر ارائه یک رابطه جدید به منظور برآورد دقیق‌تر ضریب پخش طولی در جریان آب‌های سطحی می‌باشد.

## مواد و روش‌ها

### روابط تجربی برآورد ضریب پخش طولی

بر اساس مرور منابع انجام شده در مورد ضریب پخش طولی، در اکثر روابط پیشنهاد شده ضریب پخش طولی به پارامترهای هندسی جریان بستگی دارد. بنابراین ضریب پخش طولی را می‌توان به عنوان تابعی وابسته به پارامترهای جریان مطابق با رابطه ۲ برآورد کرد (Kashefipour and Falconer, 2002).

$$D_L = f(U, H, B, u_*, v, S_f) \quad (\text{رابطه ۲})$$

در این رابطه،  $D_L$  ضریب پخش طولی،  $U$  سرعت متوسط جریان،  $H$  میانگین عمق جریان،  $B$  عرض کف جریان،  $u_*$  سرعت برشی جریان،  $v$  لزجت سینماتیکی سیال و  $S_f$  فاکتور شکل می‌باشد. برای ارزیابی دقیق‌تر روابط تجربی ضریب پخش طولی، این روابط در مقاله حاضر بر اساس گروه و پارامترهای مورد استفاده به ۴ گروه تقسیم‌بندی شدند. در گروه اول شکل کلی رابطه برآورد ضریب پخش طولی به شکل رابطه (۳) می‌باشد.

$$D_L = a \frac{U^2 B^2}{Hu_*} \quad (\text{رابطه ۳})$$

در این رابطه، چهار پارامتر شامل  $U$  سرعت میانگین جریان،  $H$  عمق جریان،  $B$  عرض کف جریان و  $u_*$  سرعت برشی جریان وجود دارد. شکل کلی گروه دوم روابط ضریب پخش طولی به صورت رابطه (۴) می‌باشد.

$$\frac{D_L}{HU} = a \left( \frac{U}{u_*} \right)^b \quad (\text{رابطه ۴})$$

در این رابطه، سه پارامتر شامل  $U$  سرعت میانگین جریان،  $H$  عمق جریان و  $u_*$  سرعت برشی جریان وجود دارد. این گروه شامل چهار رابطه می‌باشد که در جدول (۱) ارائه شده است. به‌طور مثال رابطه ارائه شده توسط (Kashefipour and Falconer, 2002) در این گروه جای گرفته است. گروه سوم روابط تجربی برآورد ضریب پخش طولی شامل ۱۲ رابطه می‌باشد و گروه این روابط به صورت رابطه (۵) تخمین زده شده‌اند.

جدول ۱. روابط تجربی برآورد ضریب پخش طولی منتخب

ردیف	محقق	رابطه	نوع داده‌ها یا روش کار	نام رابطه
گروه اول				
۱	Fischer (1967)	$D_L = 0.011 \frac{U^2 B^2}{Hu_*}$	فلوم آزمایشگاهی و میدانی	FI
۲	Marivoet and Craenenbroeck (1986)	$D_L = 0.0021 \frac{U^2 B^2}{Hu_*}$	داده‌های کانال	MC
گروه دوم				
۳	Thackston and Krenkel, 1967	$\frac{D_L}{HU} = 7.25 \left( \frac{U}{u_*} \right)^{0.25}$	داده‌های آزمایشگاهی و میدانی	TK
۴	Sumer, 1969	$D_L = 6.32UH$	پروفیل سرعت و پخش عمودی	SU
۵	Kashefipour and Falconer (2002)	$D_L = 10.612 \left( \frac{U}{u_*} \right) HU$	۲۹ رودخانه از آمریکا	KF1
۶	Kashefipour and Falconer (2002)	$\frac{D_L}{HU} = \left[ 7.428 + 1.775 \left( \frac{B}{H} \right)^{0.620} \left( \frac{U}{u_*} \right)^{0.572} \right] \left( \frac{U}{u_*} \right)$	-	KF2
گروه سوم				
۷	Elder, 1959	$\frac{D_L}{Hu_*} = 5.93$	کانال‌های عربض	EL
۸	Krenkel and Orlob, 1962	$\frac{D_L}{Hu_*} = 9.1$	-	KO
۹	McQuivey and Keefer (1974)	$\frac{D_L}{Hu_*} = 0.058 \left( \frac{1}{S} \right) \left( \frac{U}{u_*} \right)$	داده‌های ۱۸ رودخانه	MK
۱۰	Liu (1977)	$\frac{D_L}{Hu_*} = 0.18 \left( \frac{B}{H} \right)^2 \left( \frac{U}{u_*} \right)^{0.5}$	ضریب اختلاط عمودی	LI
۱۱	Iwasa and Aya, 1991	$\frac{D_L}{Hu_*} = 2.0 \left( \frac{B}{H} \right)^{1.5}$	داده‌های آزمایشگاهی و میدانی	IA
۱۲	Koussis and Rodriguez, 1998	$\frac{D_L}{Hu_*} = 0.6 \left( \frac{B}{H} \right)^2$	-	KR
۱۳	Li et al. 1998	$\frac{D_L}{Hu_*} = 0.2 \left( \frac{B}{H} \right)^{1.3} \left( \frac{U}{u_*} \right)^{1.2}$	-	LH
۱۴	Seo and Cheong (1998)	$\frac{D_L}{Hu_*} = 5.915 \left( \frac{B}{H} \right)^{0.620} \left( \frac{U}{u_*} \right)^{1.428}$	داده‌های ۲۶ جریان در آمریکا	SC
۱۵	Deng et al. (2001)	$\frac{D_L}{Hu_*} = 0.15 \left( \frac{1}{8\varepsilon_t} \right) \left( \frac{B}{H} \right)^{1.667} \left( \frac{U}{u_*} \right)^2$ $\varepsilon_t = 0.145 + \left( \frac{1}{3520} \right) \left( \frac{B}{H} \right)^{1.38} \left( \frac{U}{u_*} \right)$	اختلاط طولی عمودی و انتگرال سه‌گانه فیشر	DE
۱۶	Sahay and Dutta (2009)	$\frac{D_L}{Hu_*} = 2.0 \left( \frac{B}{H} \right)^{0.96} \left( \frac{U}{u_*} \right)^{1.25}$	۲۹ رودخانه آمریکا	SD
۱۷	Disley et al., 2015	$\frac{D_L}{Hu_*} = 3.563 \left( \frac{U}{\sqrt{gH}} \right)^{-0.4117} \left( \frac{B}{H} \right)^{0.6776} \left( \frac{U}{u_*} \right)^{1.0132}$	-	DI
۱۸	مقاله حاضر	$\frac{D_L}{Hu_*} = 2.053 \left( \frac{B}{H} \right)^{1.138} \left( \frac{U}{u_*} \right)^{0.710}$	۱۷۶ داده جمع‌آوری شده و استفاده از آنالیز ابعادی (۱۱)	رابطه جدید (۱۱)
گروه چهارم				
۱۹	Li et al. 1998	$D_L = 0.55 \frac{Bu_*}{H^2}$	-	LI2

جدول ۲. مقادیر پارامترهای آماری ضریب پخش طولی مورد استفاده

$D_L/Hu^*$	$U/u^*$	B/H	$D_L(m^2/s)$	$u^*(m/s)$	$U(m/s)$	H(m)	B(m)	پارامتر آماری
۳/۰۸	۰/۲۲	۲/۲۰	۰/۲۰	۰/۰۰۲	۰/۰۳	۰/۱۴	۱/۴۰	حداقل
۴۰۱۸۳/۹۱	۶۲/۸۶	۱۰۰۰/۰۰	۱۴۸۶/۴۵	۰/۹۹	۱/۷۴	۱۹/۹۴	۷۱۱/۲۰	حداکثر
۱۵۹۲/۰۲	۸/۶۱	۵۹/۱۴	۱۰۸/۰۱	۰/۰۹	۰/۵۱	۱/۷۱	۷۴/۱۰	میانگین
۴۶۲۳/۴۶	۷/۹۹	۱۱۰/۷۱	۲۰۴/۰۷	۰/۱۰	۰/۳۷	۲/۰۹	۹۶/۱۴	انحراف معیار

که در بسیاری از تحقیقات مرتبط برای مقایسه مقادیر ضریب پخش طولی اندازه‌گیری شده ( $D_{Lm}$ ) و ضریب پخش طولی پیش‌بینی شده با روابط تجربی ( $D_{Lp}$ ) استفاده شده است. رابطه شاخص DR بصورت زیر است (White et al., 1973).

$$DR_s = \frac{1}{N} \left( \sum_{i=1}^N \log_{10} \left( \frac{D_{Lp_i}}{D_{Lm_i}} \right) \right) \quad \text{(رابطه ۶)}$$

در این رابطه،  $N$ ، تعداد داده‌های ضریب پخش طولی برآورد شده می‌باشد. همچنین از چهار پارامتر آماری دیگر نیز شامل ضریب  $\alpha$ ، میانگین قدرمطلق خطا (ME) و میانگین مجذور خطا (RMS) و ضریب همبستگی ( $R^2$ ) برای مقایسه دقت روابط تجربی مختلف در برآورد ضریب پخش طولی استفاده شد که به ترتیب توسط روابط ۷ تا ۱۰ نشان داده شده- اند (Kashefipour and Falconer, 2002).

$$R^2 = \frac{\sum_{i=1}^N (D_{Lm_i} - \bar{D}_{Lm})^2 (D_{Lp_i} - \bar{D}_{Lp})^2}{\sum_{i=1}^N (D_{Lm_i} - \bar{D}_{Lm})^2 \sum_{i=1}^N (D_{Lp_i} - \bar{D}_{Lp})^2} \quad \text{(رابطه ۷)}$$

$$\alpha = \frac{1}{N} \left( \sum_{i=1}^N \left( \frac{D_{Lm_i}}{D_{Lp_i}} \right) \right) \quad \text{(رابطه ۸)}$$

$$ME = \frac{1}{N} \left( \sum_{i=1}^N |DR_i| \right) \quad \text{(رابطه ۹)}$$

$$RMS = \frac{1}{N} \left( \sqrt{\sum_{i=1}^N (DR_i)^2} \right) \quad \text{(رابطه ۱۰)}$$

در این روابط،  $D_{Lm}$ ، ضریب پخش طولی اندازه‌گیری شده و  $D_{Lp}$ ، ضریب پخش طولی پیش‌بینی شده با استفاده از روابط تجربی می‌باشند.

### نتایج و بحث

نتایج آنالیز ابعادی ۱۷۶ داده مورد بررسی نشان داد که مقدار همبستگی بین ضریب پخش طولی ( $D_L$ ) با پارامترهای HU، BU،  $Hu_*$  و  $Bu_*$  به ترتیب برابر ۰/۳۹، ۰/۳۲، ۰/۱۳ و ۰/۰۵ می‌باشد.

جدول ۳. تقسیم‌بندی داده‌های ضریب پخش طولی بر اساس نسبت عرض کف به عمق جریان (Zeng and Huai, 2014)

ردیف	حدود نسبت B/H	تعداد داده‌های هر دسته
۱	۰ - ۲۰	۳۲
۲	۲۰ - ۴۰	۵۷
۳	۴۰ - ۶۰	۴۰
۴	۶۰ - ۱۰۰	۳۴
۵	> ۱۰۰	۱۳
کل داده‌ها		۱۷۶

### آنالیز ابعادی و استخراج رابطه جدید

در روش آنالیز ابعادی با کاربرد روش‌های رگرسیونی به بررسی رابطه بین ضریب پخش طولی و سایر پارامترهای هیدرولیکی جریان پرداخته می‌شود. در این روش با برقراری رابطه‌ای خطی بین ترکیب‌هایی بدون بعد از این پارامترها، رابطه‌ای مناسب برای برآورد ضریب پخش طولی استخراج می‌شود (Kashefipour and Falconer, 2002).

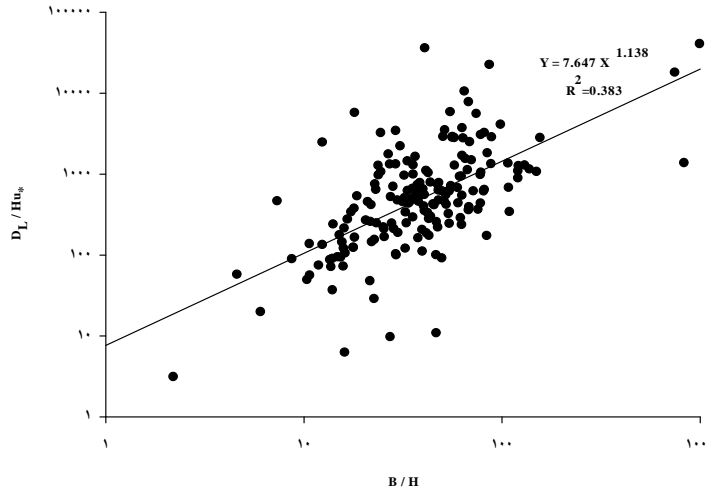
در مقاله حاضر به منظور استخراج رابطه‌ای مناسب برای برآورد ضریب پخش طولی، آنالیز رگرسیونی بین ترکیبی از پارامترهای  $U$ ،  $H$ ،  $B$  و  $u^*$  با  $D_L$  با بعدهای یکسان انجام گرفت. در نهایت رابطه استخراج شده با استفاده از شاخص‌های آماری با سایر روابط موجود مورد مقایسه و ارزیابی قرار گرفت. در آنالیز ابعادی انجام شده در تحقیق حاضر پس از انجام آنالیز همبستگی بین ضریب پخش طولی با نسبت‌های  $Bu_*$ ،  $HU$ ،  $Bu_*$  و  $Hu_*$  و روابط بین نسبت‌های بدون بعد  $\frac{D_L}{H}$ ،  $\frac{D_L}{Hu_*}$  و  $\frac{B}{Hu_*}$  استخراج شد. در ادامه به منظور استخراج رابطه جدید، آنالیز رگرسیونی بین این نسبت‌های بدون بعد و ضریب پخش طولی انجام شد.

شاخص پراکندگی<sup>۱</sup> (DR) یکی از پارامترهای آماری است

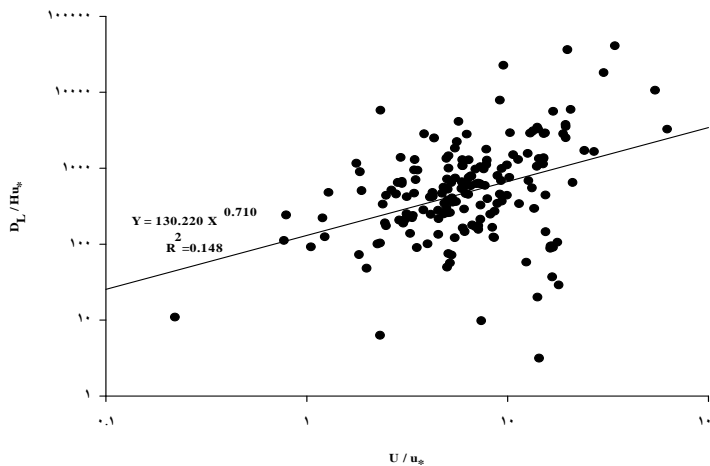
1. Discrepancy Ratio (DR)

رابطه‌های خطی بین نسبت‌های بدون بعد  $\frac{D_L}{HU}$  و  $\frac{D_L}{Hu_*}$  با دو نسبت  $\frac{B}{H}$  و  $\frac{U}{u_*}$  می‌باشد. به منظور توسعه رابطه‌ای دقیق‌تر برای برآورد ضریب پخش طولی، آنالیز رگرسیونی بین این نسبت‌های بدون بعد انجام و نتایج در شکل‌های (۱ و ۲) نشان داده شده است.

این نتایج حاکی از ارتباط قویتر بین مقادیر ضریب پخش طولی به ترتیب با سرعت جریان، عرض جریان، عمق جریان و سرعت برشی دارد. در این میان، ضریب همبستگی بین  $D_L$  و  $BU$  از همه بیشتر و برابر ۰/۳۹ می‌باشد. روابط گروه دوم و سوم جدول (۱)، در حقیقت بیانگر



شکل ۱. رابطه نسبت‌های  $\frac{D_L}{Hu_*}$  و  $\frac{B}{H}$



شکل ۲. رابطه نسبت‌های  $\frac{D_L}{Hu_*}$  و  $\frac{U}{u_*}$

روابط در جدول (۱) برای برآورد ضریب پخش طولی مناسب‌تر بوده و در مقاله حاضر از گروه سوم روابط در توسعه رابطه‌ای جدید برای ضریب پخش طولی استفاده شد. با توجه به توان رابطه خطی برازش داده شده در شکل‌های (۱ و ۲) ضرایب  $b$  و  $c$  در رابطه (۵) به ترتیب برابر ۱/۱۳۸ و ۰/۷۱۰ بدست می‌آید. همچنین ضریب  $a$  نیز برابر با ۲/۰۵۳ بدست می‌آید. به این

نتایج آنالیز ابعادی نشان داد که ضریب همبستگی بین نسبت  $\frac{D_L}{HU}$  با دو نسبت  $\frac{B}{H}$  و  $\frac{U}{u_*}$  به ترتیب برابر ۰/۳۶۱ و ۰/۲۸ و بین نسبت  $\frac{D_L}{Hu_*}$  با دو نسبت  $\frac{B}{H}$  و  $\frac{U}{u_*}$  به ترتیب برابر ۰/۳۸۳ و ۰/۱۴۸ می‌باشد. با توجه به این نتایج، گروه سوم

جریان، H عمق جریان، U سرعت متوسط جریان و  $u^*$  سرعت برشی جریان می‌باشد. جدول (۴) مقادیر پارامتر شاخص پراکندگی را برای روابط موجود و توسعه داده شده برای برآورد ضریب پخش طولی نشان می‌دهد.

ترتیب رابطه بدست آمده با استفاده از آنالیز ابعادی برای برآورد ضریب پخش طولی به صورت رابطه ۱۱ استخراج می‌شود.

$$\frac{D_L}{H u^*} = 2.053 \left( \frac{B}{H} \right)^{1.138} \left( \frac{U}{u^*} \right)^{0.710} \quad (\text{رابطه ۱۱})$$

در این رابطه،  $D_L$  ضریب پخش طولی، B عرض مقطع

جدول ۴. مقادیر شاخص پراکندگی روابط تجربی موجود و رابطه جدید ضریب پخش طولی

شاخص پراکندگی ( $DR_s$ )						نام رابطه	گروه
0<B/H<1000 N=176	B/H>100 N=13	60<B/H<100 N=34	40<B/H<60 N=40	20<B/H<40 N=57	0<B/H<20 N=32		
۰/۱۳	۱/۱۳	۰/۵۸	۰/۰۵	-۰/۰۸	-۰/۲۵	FI	اول
-۰/۵۹	۰/۴۱	-۰/۱۴	-۰/۶۷	-۰/۸۰	-۰/۹۷	MC	
-۰/۸۲	-۱/۲۹	-۱/۰۴	-۱/۰۲	-۰/۷۸	-۰/۲۳	TK	دوم
-۱/۰۸	-۱/۵۷	-۱/۳۴	-۱/۲۶	-۱/۰۳	-۰/۴۹	SU	
-۰/۰۵	-۰/۴۷	-۰/۱۶	-۰/۳۳	-۰/۰۳	۰/۵۳	KF1	
۰/۶۹	۰/۷۰	۰/۸۰	۰/۴۱	۰/۶۲	۱/۰۱	KF2	
-۱/۹۱	-۲/۴۷	-۲/۳۲	-۱/۹۹	-۱/۸۴	-۱/۳۰	EL	
-۱/۷۳	-۲/۲۹	-۲/۱۴	-۱/۸۱	-۱/۶۵	-۱/۱۲	KO	
۰/۳۴	-۰/۲۸	۰/۱۹	-۰/۰۵	۰/۴۹	۰/۹۵	MK	سوم
۱/۳۱	۲/۵۶	۱/۵۷	۱/۳۶	۱/۱۲	۰/۸۳	LI	
-۰/۰۱	۰/۴۹	-۰/۰۰۸	۰/۰۵	-۰/۱۰	-۰/۱۲	IA	
۰/۲۶	۱/۱۲	۰/۴۰	۰/۳۷	۰/۱۱	-۰/۰۹	KR	
-۰/۳۶	۰/۰۸	-۰/۲۳	-۰/۴۳	-۰/۴۷	-۰/۳۹	LII	
۰/۲۲	۰/۲۰	۰/۱۹	۰/۰۶	۰/۱۸	۰/۵۱	SC	
۰/۱۳	۰/۰۶	۰/۱۴	۰/۰۴	۰/۱۲	۰/۲۷	DE	
۰/۱۴	۰/۳۵	۰/۱۸	۰/۰۳	۰/۰۷	۰/۲۷	SD	
-۰/۴۸	-۰/۴۹	-۰/۵۵	-۰/۵۹	-۰/۵۱	-۰/۲۱	DI	
۰/۰۰۰۱	۰/۳۰	۰/۰۱	-۰/۰۴	-۰/۰۷	۰/۰۵	رابطه جدید ۱۱	
-۱/۴۴	-۰/۷۳	-۱/۶۰	-۱/۳۰	-۱/۵۹	-۱/۴۹	LI2	چهارم

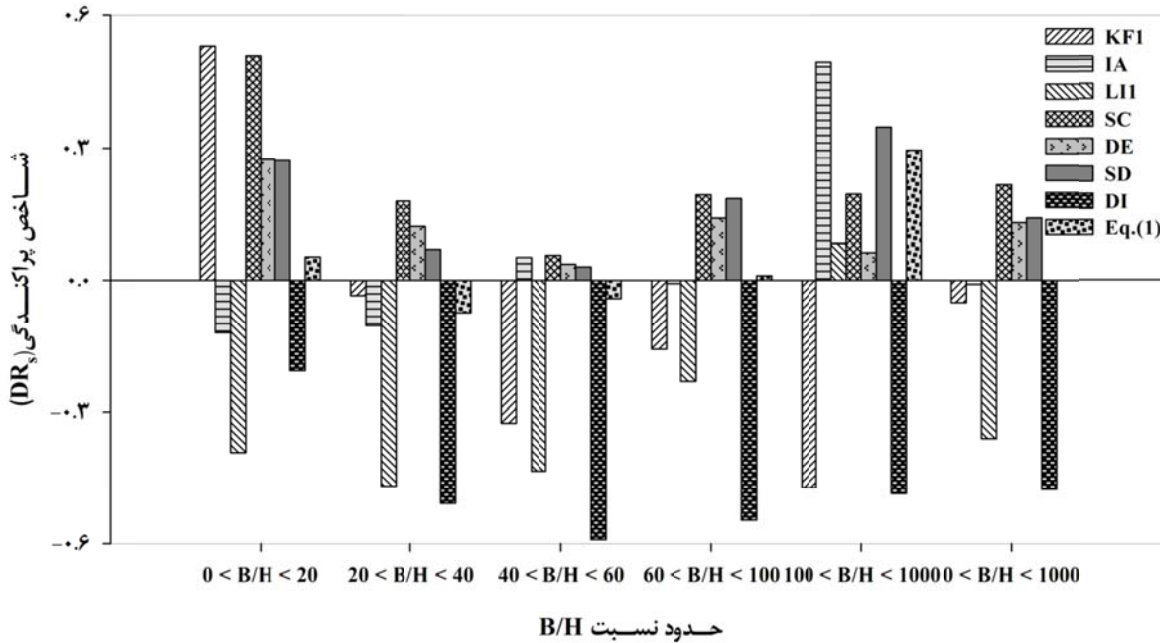
پخش طولی داشته است. از بین ۱۹ رابطه ارائه شده در جدول (۱)، روابطی که مقدار شاخص پراکندگی آنها در همه محدوده B/H بین ۰/۶۰ و ۰/۶۰- می‌باشد انتخاب و در شکل (۳) نشان داده شده است.

همانطور که در شکل (۳) مشخص است، ۸ معادله KF1، IA، LI1، SC، DE، SD، DI و New Eq.(11) روابطی هستند که مقادیر شاخص پراکندگی آنها در تمام حدود تعریف شده برای نسبت B/H در دامنه  $\pm 0/6$  می‌باشد. به عبارتی این ۸ رابطه ضریب پخش طولی را با خطایی کمتر از  $\pm 200$  درصد برآورد کرده‌اند. دقت هر رابطه را می‌توان بر اساس طبقه‌بندی

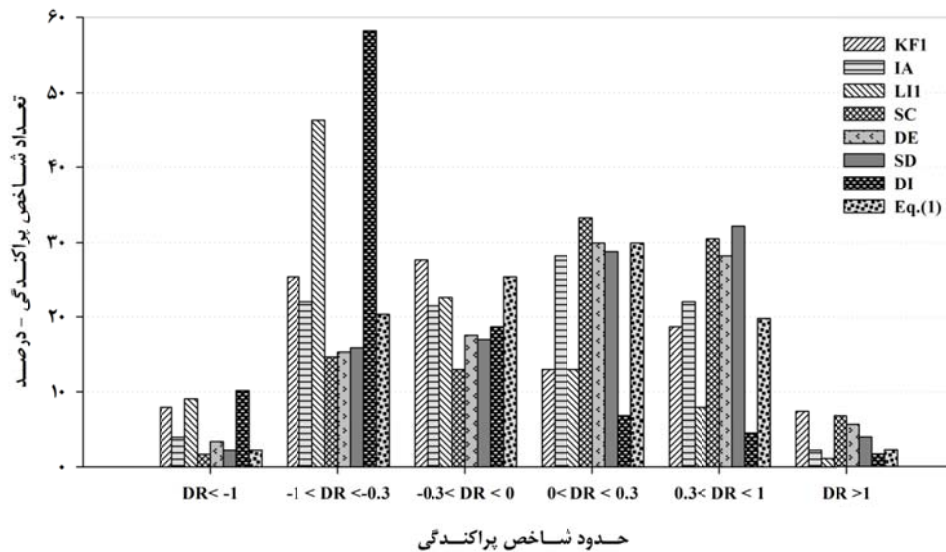
جدول (۴) نشان می‌دهد که نسبت B/H در دامنه‌های مقادیر کم به زیاد به ترتیب در روابط ۱۱، KF1، SD، IA و DE دارای کمترین مقادیر شاخص پراکندگی هستند. به عبارت دیگر مقدار شاخص پراکندگی هر یک از این روابط به ترتیب برابر ۰/۰۵، ۰/۰۳، ۰/۰۳، ۰/۰۳، ۰/۰۰۰۱ و ۰/۰۰۰۱ می‌باشد. همچنین جدول (۴) نشان می‌دهد که رابطه جدید توسعه داده شده دارای دقت بیشتری نسبت به سایر روابط تجربی می‌باشد به طوری که مقادیر DR در رابطه (۱۱) در تمام حدود نسبت B/H به ترتیب همواره بین ۰/۰۷- و ۰/۳۰+ می‌باشد. به بیان دیگر رابطه (۱۱) خطایی کمتر از  $\pm 100$  درصد در برآورد ضریب

مقدار شاخص DR بین  $-0.3$  و  $0.3$  در مورد ۱۷۶ داده مورد بررسی قرار داد. این حدود بر اساس ماکزیمم خطای قابل قبول در پیش‌بینی ضریب پخش طولی یعنی  $\pm 10\%$  درصد طبقه‌بندی شده را نسبت به کل داده‌ها نشان می‌دهد.

مقدار شاخص DR بین  $-0.3$  و  $0.3$  در مورد ۱۷۶ داده مورد بررسی قرار داد. این حدود بر اساس ماکزیمم خطای قابل قبول در پیش‌بینی ضریب پخش طولی یعنی  $\pm 10\%$  درصد



شکل ۳. مقادیر شاخص پراکندگی در دامنه‌های مختلف B/H برای هشت رابطه منتخب



شکل ۴. مقایسه مقادیر شاخص پراکندگی در روابط تجربی برآورد ضریب پخش طولی منتخب

نتایج تحقیق حاضر نشان داد که دو رابطه SC و SD ازدقت‌بیشتری در برآورد ضریب پخش طولی در مقایسه با سایر روابط تجربی بررسی شده، برخوردار است. همچنین نتایج تحقیق Zeng and Huai (2014) نشان داد که، رابطه KF2 دقت بیشتری در برآورد ضریب پخش طولی به‌خصوص در  $20 < B/H < 100$  دارد، که با نتایج تحقیق حاضر که بیان می‌کند رابطه

در شکل (۴) روابطی که مقادیر DR آنها بین  $-0.3$  تا  $0.3$  و بیشتر قرار گرفته باشد دارای دقت بیشتری در پیش‌بینی ضریب پخش طولی می‌باشند. به عنوان مثال مساوی یا بیشتر از ۳۰ درصد مقادیر DR در روابط SC، DE و ۱۱ بین ۰ تا  $0.3$  قرار دارد که حاکی از دقت بیشتر این روابط نسبت به روابط دیگر می‌باشد. نتایج تحقیق Izadinaet al. (2016)، نیز مشابه



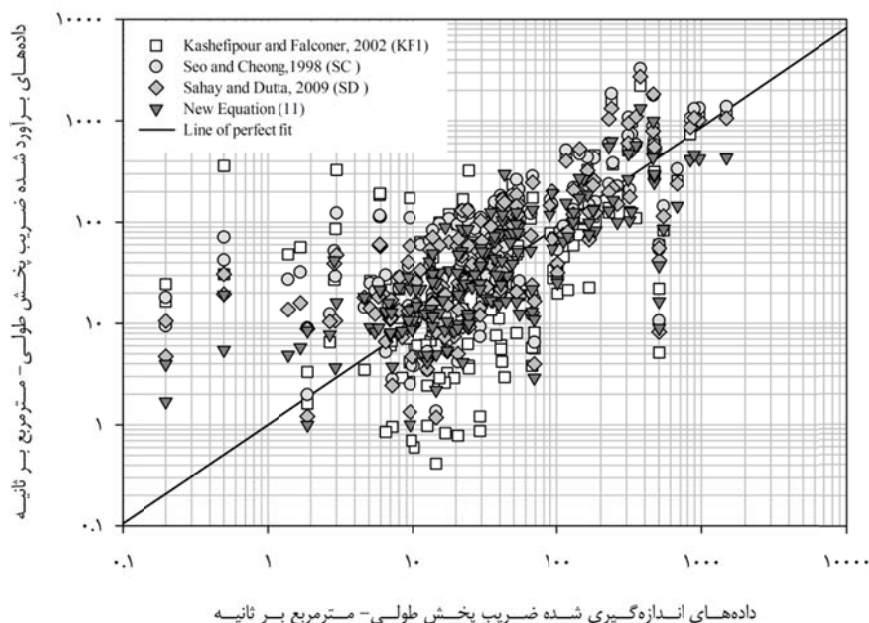
همانطور که قبلاً تشریح شد، مقادیر ضریب همبستگی و نسبت  $\alpha$  هر چه به یک نزدیکتر و مقادیر ME و RMS هر چه به صفر نزدیکتر باشند، حاکی از دقت بیشتر رابطه در پیش‌بینی ضریب پخش طولی است. در شکل (۵)، مقادیر ضریب پخش طولی اندازه‌گیری شده و برآورد شده با استفاده از دقیق‌ترین روابط تجربی بدست آمده و همچنین نتایج رابطه پیشنهادی نشان داده شده است.

پیشنهادی (رابطه ۱۱) کمترین مقدار میانگین نسبت خطا (نسبت  $\alpha$ ) را در بین روابط بررسی شده داشته است، همخوانی دارد.

در جدول (۵) مقادیر پارامترهای آماری ضریب همبستگی ( $R^2$ )، نسبت  $\alpha$ ، میانگین قدرمطلق خطا (ME) و میانگین مجذور مربعات خطا (RMS) برای ۹ معادله برتر در کل داده‌های مورد بررسی ارائه شده است.

جدول ۵. مقادیر پارامترهای آماری برای روابط منتخب در برآورد ضریب پخش طولی

ردیف	رابطه	$R^2$	$\alpha$	ME	RMS
۱	KF1	۰/۴۲	۳/۷۲	۰/۵۵	۰/۰۶
۲	KF2	۰/۴۱	۱/۱۱	۰/۸۵	۰/۰۸
۳	IA	۰/۰۹	۲/۴۰	۰/۳۸	۰/۰۴
۴	LI1	۰/۳۰	۵/۷۳	۰/۵۰	۰/۰۵
۵	SC	۰/۴۳	۱/۴۱	۰/۴۴	۰/۰۴
۶	DE	۰/۴۱	۲/۰۰	۰/۴۲	۰/۰۴
۷	SD	۰/۴۱	۱/۶۵	۰/۴۰	۰/۰۴
۸	DI	۰/۴۱	۶/۰۲	۰/۵۷	۰/۰۵
۹	رابطه جدید (۱۱)	۰/۳۵	۲/۰۴	۰/۳۴	۰/۰۳



شکل ۵. ضریب پخش طولی اندازه‌گیری شده و برآورد شده با استفاده از بهترین روابط تجربی و رابطه پیشنهادی می‌دهد.

### نتیجه‌گیری

نتایج نشان می‌دهد که از بین کلیه روابط مورد مطالعه در این

شکل (۵) برازش بهتر مقادیر ضریب پخش طولی برآورد شده با استفاده از رابطه پیشنهادی را با خط برازش کامل نشان

استفاده از روش آنالیز ابعادی و به ترتیب برابر  $0/34$  و  $0/03$  است.

### سپاسگزاری

انجام این تحقیق و تهیه مقالات آن با استفاده از امکانات دانشگاه تهران ممکن شده است که بدین وسیله تشکر و قدردانی می شود.

### REFERENCES

- Ahmad, Z. (2013). Prediction of longitudinal dispersion coefficient using laboratory and field data: relationship comparisons. *Hydrology Research*, 44(2), 362-376.
- Chatwin, P. C. (1980). Presentation of longitudinal dispersion data. *Journal of the Hydraulics Division*, 106(1), 71-83.
- Day, T. (1977). Field procedures and evaluation of a slug dilution gauging method in mountain streams. *Journal of Hydrology (New Zealand)*, 16(2), 113-133.
- Day, T. J. (1975). Longitudinal dispersion in natural channels. *Water Resources Research*, 11(6), 909-918.
- Day, T. J., and Wood, I. R. (1976). Similarity of the mean motion of fluid particles dispersing in a natural channel. *Water Resources Research*, 12(4), 655-666.
- Deng, Z. Q., Singh, V. P., and Bengtsson, L. (2001). Longitudinal dispersion coefficient in straight rivers. *Journal of hydraulic engineering*, 127(11), 919-927.
- Disley, T., Gharabaghi, B., Mahboubi, A.A. and McBean, E.A. (2015). Predictive equation for longitudinal dispersion coefficient. *Hydrological Processes*, 29(2), 161-172.
- Elder, J. (1959). The dispersion of marked fluid in turbulent shear flow. *Journal of fluid mechanics*, 5(4), 544-560.
- Etemad-Shahidi, A., and Taghipour, M. (2012). Predicting Longitudinal Dispersion Coefficient in Natural Streams Using M5' Model Tree. *Journal of hydraulic engineering*, 138(6), 542-554.
- Fischer, H. B. (1967). The mechanics of dispersion in natural streams. *Journal of Hydraulic Division*, 93(6), 187-216.
- Fischer, H. B. (1968). Dispersion predictions in natural streams. *Journal of the Sanitary Engineering Division, American Society of Civil Engineering*, 94(5), 927-941.
- Fischer, H. B., List, E. J., Koh, R. C. Y., Imberger, J. and Brooks, N. H. (1979). *Mixing in Inland and Coastal Waters*. Academic Press, New York.
- Givehchi, M., Faghfour Maghrebi, M. and Abrishami, J. (2010). Application of Depth-Averaged Velocity Profile for Estimation of Longitudinal Dispersion in Rivers. *Journal of Water and Wastewater*, 20(4), 91-96. (In Farsi)
- Guymet, I. (1998). Longitudinal dispersion in sinuous channel with changes in shape. *Journal of hydraulic engineering*, 124(1), 33-40.
- Iwasa, Y. and Aya, S., 1991. Predicting longitudinal dispersion coefficient in open channel flows. In: *Proceedings of International Symposium on Environmental Hydraulics*, Hong Kong, pp. 505-510.
- Izadinia, E. and Abedi-Koupai, J. (2011). Investigation of Longitudinal Dispersion Coefficient in rivers. *Iran-Water Resources Research*, 7(1), 59-66. (In Farsi)
- Izadinia, E., Saadatpour, A. and Heidarpour, M. (2016). Estimating Longitudinal Dispersion Coefficient of Pollutants in Open Channel Flows Using Artificial Neural Networks. *Water and Soil Science*, 26(2), 225-238. (In Farsi)
- Kashefipour, S. M., and Falconer, R. A. (2002). Longitudinal dispersion coefficients in natural channels. *Water Research*, 36(6), 1596-1608.
- Krenkel, P. A. and Orlob, G. T. (1962). Turbulent diffusion and the reaeration coefficient. *Journal of the Sanitary Engineering Division. ASCE*, 88(SA2), 53-83.
- Koussis, A. D. & Rodriguez-Mirasol, J. (1998). Hydraulic estimation of dispersion coefficient for streams. *Journal of Hydraulic Engineering*, 124(3), 317-320.
- Leopold, L. B. and Maddock, T. J. (1953). The hydraulic geometry channels and some physiographic implications. Geological survey professionals. Paper 252, United States Government Printing Office, Washington. 57 p.
- Li, Z.H., Huang, J. and Li, J. (1998). Preliminary study on longitudinal dispersion coefficient for the gorges reservoir. In: *Proceedings of the Seventh International Symposium Environmental Hydraulics*, 16-18 December. Hong Kong, China.
- Liu, H. (1977). Predicting dispersion coefficient of stream. *Journal of Environmental Engineering Division, ASCE*, 103 (1), 59-69.
- Marivoet, J. L. and Van Craenenbroeck, W. (1986). Longitudinal dispersion in ship canals. *Journal of Hydraulic Research*, 24 (2), 123-133.
- McQuivey, R. S. and Keefer, T. N. (1974). Simple method for prediction dispersion in streams. *Journal of Environmental Engineering Division, ASCE*, 100(EE4), 997-1011.

- Mohammadi Ghaleni, M., Ebrahimi, K. and Omid M. H. (2015a), Determination of Longitudinal Dispersion Coefficient Involving Tracer Experiment Data, *Iranian Journal of Soil and Water research*.
- Mohammadi Ghaleni, M., Ebrahimi, K. and Omid M. H. (2015b), Evaluation of Sefidroud River's Reaeration-Rate Coefficient, Iran, *36th IAHR World Congress. The Hague, the Netherlands*.
- Noori, R., Karbassi, A. and Mehdizadeh, H. (2011). Predicting the Longitudinal Dispersion Coefficient in Natural Streams Using Developed Artificial Neural Network Model. *Journal of Water and Wastewater*, 21(4), 104-109. (In Farsi)
- Nordin, C. F., and Troutman, B. M. (1980). Longitudinal dispersion in rivers: The persistence of skewness in observed data. *Water Resources Research*, 16(1), 123-128.
- Palancar, M. C., Aragón, J. M., Sánchez, F., and Gil, R. (2003). The determination of longitudinal dispersion coefficients in rivers. *Water environment research*, 324-335.
- Parsaie, A. and Haghiabi, A.H. (2016). Calculation of Longitudinal Dispersion Coefficient and Modeling the Pollution Transmission in Rivers (Case studies: Severn and Narew Rivers). *Journal of Water and Soil*. 29(5), 1070-1085. (In Farsi)
- RiahiModvar; H. and Ayyoubzadeh, S.A. (2008). Estimating Longitudinal Dispersion Coefficient of Pollutants Using Adaptive Neuro-Fuzzy Inference System. *Journal of Water and Wastewater*, 19(3), 34-46. (In Farsi)
- Sahay, R., and Dutta, S. (2009). Prediction of longitudinal dispersion coefficients in natural rivers using genetic algorithm. *Hydrology Research*, 40(6), 544-552.
- Seo, I. W., and Baek, K. O. (2004). Estimation of the longitudinal dispersion coefficient using the velocity profile in natural streams. *Journal of hydraulic engineering*, 130(3), 227-236.
- Seo, I. W., and Cheong, T. S. (1998). Predicting longitudinal dispersion coefficient in natural streams. *Journal of hydraulic engineering*, 124(1), 25-32.
- Singh, S. K., and Beck, M. (2003). Dispersion coefficient of streams from tracer experiment data. *Journal of environmental engineering*, 129(6), 539-546.
- Sumer, M. (1969). On the longitudinal dispersion coefficient for a broad open channel. *Journal of Hydraulic Research*, 7 (1), 129-135.
- Taylor, G. (1954). The dispersion of matter in turbulent flow through a pipe. Proceedings of the Royal Society of London. Series A. *Mathematical and Physical Sciences*, 223A, 446-468.
- Thackston, E. L. and Krenkel, P. A. (1967). Longitudinal mixing in natural streams. *Journal of the Sanitary Engineering Division*, 93 (SA5), 67-90.
- White, W. R., Milli, H. and Crabbe, A. D. (1973). Sediment transport: an appraisal methods. Vol. 2: performance of theoretical methods when applied to flume and field data. Hydraulics Research Station Report N° IT 119. Wallingford, England. pp. 265-292.
- Zeng, Y., and Huai, W. (2014). Estimation of longitudinal dispersion coefficient in rivers. *Journal of Hydro-environment Research*, 8(1), 2-8.
- Zhang, X., Q, X., Zhou, X. and Pang, H. (2006). An in situ method to measure the longitudinal and transverse dispersion coefficients of solute transport in soil. *Journal of Hydrology*, 328(3), 614-619.