

## تعیین ضریب پخش طولی با اجرای آزمایش‌های ردیابی

مهدی محمدی قلعه‌نی<sup>۱</sup>، کیومرث ابراهیمی<sup>۲\*</sup>، محمدحسین امید<sup>۳</sup>

۱. دانشجوی دکتری مهندسی منابع آب، دانشگاه تهران

۲. دانشیار گروه مهندسی آبیاری و آبادانی، دانشگاه تهران

۳. استاد گروه مهندسی آبیاری و آبادانی، دانشگاه تهران

(تاریخ دریافت: ۱۳۹۴/۳/۲ - تاریخ تصویب: ۱۳۹۴/۵/۱۸)

### چکیده

تاکنون سه رویکرد شامل آزمایش‌های ردیابی، انتگرال‌گیری از پروفیل سرعت و کاربرد رابطه‌های تجربی به عنوان روش‌های متداول به منظور برآورد ضریب پخش طولی در رودخانه‌ها و انهار به کار رفته است. در مقاله حاضر معادله جدید ضریب پخش طولی بر مبنای داده‌های برداشت‌شده از آزمایش‌های ردیابی با استفاده از ردیاب نمک و کاربرد دو گروه مختلف از روابط بنیادی تجربی این ضریب تعیین و ارزیابی شده است. برای این منظور طولی معادل ۵۰۰ متر از کانال بتنی برای اجرای آزمایش‌های ردیابی، در سه طول اختلاط متفاوت برابر با ۷۵، ۴۵ و ۱۰۰ متر، در بهمن‌ماه ۱۳۹۳ به کار برده شد. نتایج نشان می‌دهد که اختلاف بین میانگین، واریانس و غلظت ماکزیمم بین داده‌های اندازه‌گیری‌شده و برآوردشده با استفاده از بهترین رابطه تجربی موجود به ترتیب ۶، ۷۹ و ۹۹ و در رابطه استخراجی از مقاله حاضر ۶۶، ۱- و ۴۴ میلی‌گرم بر لیتر است.

کلیدواژگان: رابطه تجربی، ردیاب، طول اختلاط، مشخصه‌های هیدرولیکی.

### مقدمه

تخمین دقیق ضریب پخش طولی<sup>۱</sup> ( $D_L$ ) در رودخانه در مسائل مهندسی رودخانه، محیط زیست، طراحی آبیگرها و دلتاها و ارزیابی خطر رهاسازی آلاینده‌های خطرناک به درون رودخانه اهمیت ویژه‌ای دارد. بررسی دقیق تغییرات غلظت آلاینده‌ها در رودخانه‌های طبیعی با استفاده از مدل‌های یک‌بعدی نیازمند انتخاب ضریب پخش طولی مناسب است. اهمیت ضریب پخش طولی در فرایند اختلاط در مدل‌های کیفیت آب بسیار زیاد است، به طوری که اکثر مدل‌های کیفی معتبر برای پخش آلودگی حاوی زیربرنامه‌ای به منظور تعیین ضریب پخش طولی است. ضریب پخش طولی تحت تأثیر پارامترهای هیدرولیکی و هندسی رودخانه قرار دارد. در نتیجه، مقادیر این ضریب در رودخانه‌ها تغییرات زیادی دارد. تاکنون سه روش انتگرال‌گیری، اندازه‌گیری‌های ردیابی و رابطه‌های تجربی به طور گسترده‌ای برای برآورد ضریب پخش طولی به کار رفته است (Zeng and Huai, 2014). رابطه<sup>۱</sup>، انتگرال سه‌گانه‌ای در برآورد ضریب پخش طولی است (Fischer, 1967).

$$D_L = -\frac{1}{A} \int_B^B \int_y^y hu' \int_{\varepsilon_i h} hu' dy dy dy \quad (\text{رابطه ۱})$$

در رابطه<sup>۱</sup>،  $A$  مساحت مقطع عرضی،  $B$  عرض رودخانه،  $h$  عمق جریان در هر نقطه دلخواه،  $u' = u - U$  انحراف سرعت طولی موضعی  $u$  از میانگین سرعت مقطع عرضی  $U$ ،  $y$  مختصات در جهت عرضی و  $\varepsilon_i$  ضریب اختلاط عرضی موضعی<sup>۲</sup> است. از طرف دیگر آزمایش‌های ردیابی روش نسبتاً دقیقی برای برآورد ضریب پخش طولی است که برای مطالعه مشخصات پخش طولی به تأیید رسیده است. برای مثال، هنگامی که مشخصات منحنی غلظت زمانی به دست آمد، روش‌های آماری مانند آنالیز لحظه‌ای<sup>۳</sup> و آنالیز چتوین<sup>۴</sup> برای برآورد ضریب پخش طولی استفاده شد (Chatwin, 1980; Guymer, 1998; Zhang et al., 2006).

اولین بار در سال ۱۹۵۴ با انجام آزمایش جریان در لوله‌ها رابطه‌ای بر مبنای مدل‌های گوسی برای تغییرات غلظت نسبت به طول ارائه شد (Taylor, 1954). در ادامه، نتایج تحقیقات سایر محققان نشان داد که برخلاف فرض تیلور، مدل تغییرات غلظت نسبت به طول گوسی نیست (Day Day, 1975);

2. Local transverse mixing coefficient

3. Moment analysis

4. Chatwin's analysis

به دلیل اینکه توزیع سرعت پارامترهای مؤثر در فرایند اختلاط کامل، غالب است، توزیع طولی متوسط غلظت در مقطع عرضی بسیار چولگی دارد. همچنین، ثابت شد که واریانس توزیع غلظت طولی با زمان افزایش غیرخطی دارد. ایشان با این استدلال رابطه‌ای برای تخمین ضریب پخش طولی ارائه کردند. پس از آنکه فیشر رابطه<sup>۱</sup> را برای برآورد ضریب پخش طولی پیشنهاد کرد، محققان زیادی (Etemad-Shahidi Deng *et al.*, 2001; and Taghipour, 2012; Kashefipour and Falconer, 2002; Sahay and Dutta, 2009; Seo and Cheong, 1998) به توسعه رابطه‌های تجربی به منظور تخمین ضریب پخش طولی پرداختند (همچنین، ر.ک. (Ahmad, 2013)).

با توجه به اینکه هر یک از مدل‌های محققان گذشته در شرایط آزمایشگاهی خاص و با استفاده از داده‌های آن آزمایش‌ها توسعه داده شده است، مهم‌ترین محدودیت این روابط مناسب بودن آن‌ها، تنها برای کاربرد در شرایطی مشابه به روش کار استخراجی مدل مربوط است. به این ترتیب، استخراج رابطه‌ای منطبق با شرایط آزمایشگاهی در هر تحقیق ضروری است.

هدف اصلی از مقاله حاضر تعیین رابطه‌ای برای برآورد ضریب پخش طولی بر اساس داده‌های میدانی ردیابی در کانالی بتنی است. در این راستا، از دو رویکرد متفاوت شامل کاربرد داده‌های ردیابی اندازه‌گیری شده و بر مبنای مشخصه‌های هیدرولیکی جریان استفاده شده است.

## مواد و روش‌ها

### روابط تجربی برآورد ضریب پخش طولی

مقدار ضریب پخش طولی ( $D_L$ ) محاسبه شده با استفاده از روش ردیابی نماینده‌ای از تمام مقاطعی است که ردیاب در آن پخش و نمونه‌برداری از آن انجام گرفته است. رابطه‌های تجربی مختلفی برای محاسبه ضریب پخش طولی با استفاده از اطلاعات به دست آمده از آزمایش‌های ردیابی توسعه داده شده است. در این روش از نمونه‌برداری در فاصله‌ای برابر  $x$  از نقطه رهاسازی ردیاب و محاسبه دو زمان  $t_1$  و  $t_2$  در زمانی استفاده شده که غلظت ردیاب نصف غلظت ماکزیمم خود است. مقدار ضریب پخش طولی برای سرعت متوسط جریان ( $u_m$ ) بین نقاط ورودی ردیاب و نقطه اندازه‌گیری با استفاده از رابطه<sup>۲</sup> محاسبه می‌شود. روابط ۲ تا ۶ بر مبنای متغیرهای اندازه‌گیری شده از آزمایش‌های ردیابی مقدار ضریب پخش طولی را برآورد می‌کند (Palancar *et al.*, 2003).

روندیابی را Fischer (1968) برای تعیین ضریب پخش طولی با استفاده از داده‌های ردیابی پیشنهاد کرد و تاکنون استفاده‌های زیادی از این روش شده است. این روش بر فرض تقریب ابریشی<sup>۱</sup> و نیازمند یکپارچه‌سازی عددی انتگرال پیچیده‌ای است. در ادامه، محققان روشی را برای تعیین ضریب پخش طولی با استفاده از داده‌های ردیابی پیشنهاد کردند (Singh and Beck, 2003). ایشان در این روش حل نسبتاً دقیقی را برای رابطه انتقال-پخش<sup>۲</sup> در حالت یک‌بعدی ارائه دادند. بر اساس نتایج ایشان این روش، خطای تقریب فیشر و خطای حل عددی را ندارد. همچنین، در ادامه محققان دیگری با استفاده از داده‌های ردیابی و پارامترهای هیدرولیکی جریان ضریب پخش طولی را در دو رودخانه در اسپانیا برآورد کردند (Palancar *et al.*, 2003). نتایج تحقیق ایشان حاکی از دقیق‌تر بودن دو روش ذکر شده نسبت به روش‌های دیگر در تخمین ضریب پخش طولی بود.

از آنجا که انجام آزمایش‌های ردیابی در تحقیقات مهندسی وقت‌گیر و پرمهت است، استفاده از رابطه‌های تجربی با پارامترهای هیدرولیکی و هندسی ترجیح داده می‌شود که به راحتی از مدل‌های عددی یا اندازه‌گیری‌های میدانی محاسبه می‌شود. تاکنون رابطه‌های تجربی زیادی برای برآورد ضریب پخش طولی ارائه شده است. یکی از اولین رابطه‌های تجربی به منظور تخمین ضریب پخش طولی را Leopold and Maddock (1953) ارائه کردند. ایشان با استفاده از رابطه انتقال-پخش، ضریب پخش طولی را مقداری از فرایند طولی یک‌بعدی محاسبه کردند. در جریان کانال‌های روباز اولین تحلیل ضریب پخش طولی را Elder (1959) انجام داد. ایشان با فرض اینکه ضریب پخش برای انتقال مومنتم و انتقال جرم در جهت عمودی یکسان است، برای جریان یکنواخت با مرز بی‌نهایت (کانال عریض) و فرض توزیع لگاریتمی سرعت رابطه‌ای برای تخمین ضریب پخش طولی ارائه دادند.

بر اساس یافته‌های Fischer و همکاران (2013) دیگر محققان نشان دادند که در مرحله اولیه<sup>۳</sup> ورود آلودگی به جریان، انتقال<sup>۴</sup> به وسیله جابه‌جایی<sup>۵</sup> به توزیع سرعت جریان بستگی دارد و جابه‌جایی و پخش<sup>۶</sup> در تعادل نیست. در نتیجه، آنالیز تیلور کاربرد ندارد. همچنین، در مرحله اولیه ورود آلودگی به جریان،

1. Frozen-cloud approximation
2. Advection-Dispersion Equation (ADE)
3. Initial period
4. Transport
5. Advection
6. Diffusion

در رابطه ۶،  $\sigma_{t1}^2$ ،  $\sigma_{t2}^2$ ،  $t_{m1}$  و  $t_{m2}$  به ترتیب واریانس و میانگین زمان ماندگاری دو توزیع در دو نقطه نمونه‌برداری در نظر گرفته شده است. در مقاله حاضر، مقادیر ضریب پخش طولی با استفاده از پنج روش مختلف (رابطه‌های ۲ تا ۶) محاسبه شده است.

علاوه بر، رابطه‌های ۲ تا ۶ که در آن‌ها از داده‌های ردیابی برای تخمین ضریب پخش طولی استفاده می‌شود، رابطه‌های تجربی دیگری بر اساس مشخصات هیدرولیکی جریان به منظور تخمین این ضریب توسعه داده شده است. رابطه ۷ مدل کلی رابطه‌ای تجربی به منظور تخمین ضریب پخش طولی است ( Seo and Baek, 2004 ).

$$\frac{D_L}{Hu_*} = a \left( \frac{U}{u_*} \right)^b \left( \frac{B}{H} \right)^c \quad (\text{رابطه ۷})$$

در رابطه ۷،  $D_L$  ضریب پخش طولی بر حسب مترمربع بر ثانیه،  $H$  میانگین عمق آب به متر،  $u_*$  سرعت برشی آب به متر بر ثانیه،  $U$  سرعت متوسط آب به متر بر ثانیه،  $B$  عرض سطح آب به متر و  $a$ ،  $b$  و  $c$  ضرایب ثابتی است که به شرایط واقعی رودخانه بستگی دارند.

منحنی نظریه ردیابی مطابق با فرایند پخش فیک<sup>۱</sup> با فرض یکنواختی عمودی، مقطع عمودی ثابت و رهاسازی لحظه‌ای ردیاب محاسبه می‌شود. با لحاظ این فرض‌ها منحنی ردیاب ( $C_m$ ) هر نقطه در فاصله  $x$  از نقطه رهاسازی برای یک‌سری از مقادیر  $D_L$ ،  $A$  و  $M_0$  به صورت رابطه ۸ محاسبه می‌شود (Taylor, 1954).

$$C_m(x, t) = \frac{M_0}{A \sqrt{4\pi D_L t}} \exp\left(-\frac{(x - u_m t)^2}{4 D_L t}\right) \quad (\text{رابطه ۸})$$

در رابطه ۸،  $M_0$  مقدار ردیاب رهاسازی شده در نقطه رهاسازی ( $x=0$  و  $t=0$ ) بر حسب کیلوگرم،  $A$  مساحت مقطع عرضی جریان (متر مربع)،  $u_m$  میانگین سرعت جریان در مقطع عرضی (متر بر ثانیه)،  $D_L$  ضریب پخش هیدرولیکی (مترمربع بر ثانیه)،  $C_m(x, t)$  غلظت ردیاب یا محلول (میلی گرم بر مترمکعب)،  $x$  فاصله از مکان رهاسازی (متر) و  $t$  زمان از لحظه رهاسازی (ثانیه) است. رابطه ۸ نشان می‌دهد که تغییرات غلظت در زمانی مشخص و در طول جریان از مدل گوسی پیروی می‌کند، اما در مقطعی معین توزیع غلظت در زمان گوسی نیست.

در مقاله حاضر، به منظور تخمین ضریب پخش طولی، مقایسه آماری بین دو منحنی تغییرات غلظت، شامل منحنی

$$D_L \cong \frac{u_m^2 (t_1 - t_2)^2}{11/0.9x} \quad (\text{رابطه ۲})$$

تغییرات این روش شامل محاسبه  $D_L$  با استفاده از جفت نقاط متناظر روی منحنی توزیع غلظتی است که از آزمایش ردیابی به دست آمده است. به عبارت دیگر با استفاده از جفت مقادیر زمانی مانند،  $t_1$  و  $t_2$ ، میانگین سرعت جریان،  $u_m$  و فاصله  $x$  بین نقطه نمونه‌برداری و نقطه ورود ردیاب به صورت رابطه ۳ است.

$$D_L = \frac{\left( \frac{(x - u_m t_2)^2}{2t_2} - \frac{(x - u_m t_1)^2}{2t_1} \right)}{\ln \frac{t_1}{t_2}} \quad (\text{رابطه ۳})$$

رابطه ۳ برای به دست آوردن یک سری از مقادیر  $D_L$  با استفاده از مقادیر زمان جفت نقاط مختلف استفاده می‌شود. بنابراین، با استفاده از این رابطه امکان به دست آوردن مقدار میانگین  $D_L$  وجود دارد. برای این منظور، به طور معمول حداقل ده جفت زمان، ترجیحاً نقاط در محدوده بین ۱۰ تا ۹۰ درصد ماکزیمم غلظت استفاده می‌شود. همچنین، سایر روش‌ها بر اساس مدل تیلور شامل محاسبه  $D_L$  با استفاده از ماکزیمم غلظت منحنی ردیابی،  $C_{max}$ ، مقدار ردیاب ورودی،  $M_0$ ، مساحت مقطع عرضی،  $A$ ، و میانگین زمان ماندگاری،  $t_m$  مطابق رابطه ۴ است.

$$D_L = \frac{M_0^2}{4\pi t_m C_{max}^2 A^2} \quad (\text{رابطه ۴})$$

در ادامه این تحقیقات روشی بر اساس تغییرات واریانس توسعه داده شد (Fischer et al., 1979). خروجی ضریب پخش نهایی مرتبط به تغییرات واریانس جبهه ردیاب بین نقطه رهاسازی و نقطه نمونه‌برداری ( $\sigma_t^2$ ) است. همچنین، شامل میانگین سرعت جریان ( $u_m$ ) و میانگین زمان ماندگاری ردیاب بین نقطه رهاسازی و نقطه نمونه‌برداری ( $t_m$ ) مطابق رابطه ۵ است.

$$D_L = \frac{1}{2} \frac{d\sigma_x^2}{dt} \cong \frac{\sigma_t^2 u_m^2}{2t_m} \quad (\text{رابطه ۵})$$

این روش زمانی استفاده می‌شود که رفتار جبهه ردیاب با نظریه تیلور، استقلال از شکل توزیع اولیه، هماهنگ باشد. با فرض طول اختلاط و نمونه‌برداری (تقریبی) در ابتدا و انتهای مقطع مورد اندازه‌گیری، ضریب پخش با استفاده از رابطه ۶ محاسبه می‌شود.

$$D_L = \frac{u_m^2 (\sigma_{t2}^2 - \sigma_{t1}^2)}{2(t_{m2} - t_{m1})} \quad (\text{رابطه ۶})$$

1. Fickian diffusion

تعیین دقیق نقطه رهاسازی و محل‌ها و زمان‌های نمونه‌برداری، آزمایش‌های اصلی با سه مقدار متفاوت ردیاب و در سه طول اختلاط مختلف انجام شد.

#### مشخصات کانال

در مقاله حاضر، تخمین ضریب پخش طولی با انجام آزمایش‌های ردیابی در بهمن‌ماه ۱۳۹۳ در کانال انتقال آب پردیس کشاورزی و منابع طبیعی دانشگاه تهران انجام شد. طولی برابر ۵۰۰ متر مستقیم از این کانال برای تحقیق حاضر در نظر گرفته شد. به‌منظور اندازه‌گیری سرعت متوسط جریان آب در کانال از مولینه مدل BFMOO2-Valeport استفاده شد. مشخصات کانال و جریان آب در جدول ۱ آمده است.

جدول ۱. مشخصات کانال و جریان مورد مطالعه در آزمایش‌های ردیابی

مشخصات کانال	جنس	شکل	عرض کف*	ارتفاع*	شیب جداره	شیب کف	ضریب مانینگ
	مشخصات هیدرولیکی جریان	بتنی	دو زنگه‌ای	۲	۱	۱:۱	۰/۰۰۱
عمق		عرض فوقانی	سرعت*	سرعت برشی	دبی*	شیب سطح جریان	عدد فرود
	۰/۶۵	۳	۱	۰/۰۸	۱/۹۵	۰/۰۰۱	۰/۳۹۶

\* واحدهای عرض، ارتفاع و عمق به متر، سرعت به متر بر ثانیه و دبی به مترمکعب بر ثانیه است.

هر ۱ مترمکعب دبی کانال در نظر گرفته شد. در جریان مورد مطالعه با توجه به دبی کانال در زمان انجام آزمایش‌ها که حدود ۲ مترمکعب بر ثانیه (برابر با ۱،۹۵ مترمکعب بر ثانیه) بود، سه وزن انتخاب‌شده با ضرب در مقدار دبی کانال (۲ مترمکعب بر ثانیه) به ترتیب ۱۰، ۱۵ و ۲۰ کیلوگرم محاسبه شد (جدول ۲). غلظت محلول نمک رهاسازی‌شده در کانال به منظور جلوگیری از ایجاد سمیت برای آبزیان و گیاهان با توجه به پیشنهادهای سایر محققان برابر ۲۰۰ گرم بر لیتر انتخاب شد. به این ترتیب، برای به‌حجم‌رساندن ۱۰، ۱۵ و ۲۰ کیلوگرم نمک به غلظت ۲۰۰ گرم بر لیتر، حجم‌های ردیاب به ترتیب مساوی با ۵۰، ۷۵ و ۱۰۰ لیتر برای طول اختلاط‌های ۴۵، ۷۵ و ۱۰۰ متر محاسبه و استفاده شد (Moore, 2004a; Moore 2004b).

#### طول اختلاط کامل

فاصله بین نقطه ورودی ردیاب و نقطه اندازه‌گیری غلظت ردیاب حداقل باید برابر با طول اختلاط کامل ( $L_m$ ) باشد. این طول حداقل فاصله برای اختلاط کامل نمک با آب رودخانه است. نتایج تجربی مختلفی در مورد ارتباط طول اختلاط با عرض جریان یا دبی جریان وجود دارد (جدول ۲). در محاسبه طول اختلاط هر یک از محققان از روابط تجربی جدول ۲ استفاده کرده‌اند. در تحقیق حاضر نیز بر اساس این روابط و با توجه به

محاسباتی (حاصل از رابطه ۸) و منحنی اندازه‌گیری‌شده از آزمایش‌های ردیابی انجام گرفت. همچنین، ضرایب  $a$ ،  $b$  و  $c$  در رابطه ۷، با استفاده از زیربرنامه Solver از نرم‌افزار اکسل ۲۰۰۷ به گونه‌ای بهینه شد که کمترین اختلاف بین منحنی تغییرات غلظت اندازه‌گیری‌شده و منحنی تغییرات غلظت محاسباتی وجود داشته باشد.

#### آزمایش‌های ردیابی

آزمایش‌های ردیابی در مقاله حاضر طی دو مرحله شامل آزمایش‌های اولیه و اصلی انجام شد. آزمایش‌های اولیه به منظور دستیابی به مقدار دقیق ردیاب مورد نیاز با توجه به پیشنهادهای مختلف مراجع و طول اختلاط مناسب انجام گرفت. پس از

#### مشخصات ردیاب مورد استفاده

با توجه به مزیت‌های زیاد نمک نسبت به سایر ردیاب‌ها در آزمایش‌های ردیابی که ایمنی، سهولت اندازه‌گیری غلظت و قیمت ارزان آن از مهم‌ترین این مزیت‌هاست، از نمک طعام (کلرید سدیم، NaCl) برای ردیابی استفاده شد. بررسی سوابق مطالعات مرتبط با انجام آزمایش‌های ردیابی با استفاده از نمک بیانگر ارتباط مستقیم بین دبی جریان و مقدار نمک (کیلوگرم) مورد استفاده است، به طوری که نسبت وزن نمک رهاسازی‌شده به دبی جریان از ۰/۵ تا ۵ کیلوگرم به ازای هر مترمکعب جریان متغیر است (جدول ۲). مقدار ۵ کیلوگرم نمک به ازای هر مترمکعب جریان بر اساس پیشنهاد سایر محققان انتخاب شد (Elder et al., 1990). از طرفی، در آزمایش‌های اولیه با رهاسازی ۵ کیلوگرم به ازای هر مترمکعب جریان، نتایج حاکی از تفاوت ناچیز غلظت‌های اندازه‌گیری‌شده در مقاطع و زمان‌های مختلف بود. لذا، برای دستیابی به نتایجی با قابلیت آنالیز بهتر، دو مقدار ۷/۵ و ۱۰ کیلوگرم نمک به ازای هر مترمکعب جریان نیز انتخاب شد. در تحقیق حاضر، با توجه به نتایج آزمایش‌های اولیه، به‌منظور انتخاب غلظت و حجم ردیاب، با هدف دستیابی به نتایج واضح و قابل اعتماد، نسبت وزن نمک خشک به دبی کانال ۵، ۷/۵ و ۱۰ کیلوگرم به ازای

### نتایج

خصوصیات منحنی غلظت ردیاب اندازه‌گیری شده خصوصیات منحنی تغییرات غلظت نمک اندازه‌گیری شده در سه طول اختلاط ۴۵، ۷۵ و ۱۰۰ متری در جدول ۳ آمده است. با استفاده از این خصوصیات و به کمک رابطه‌های ۲ تا ۷، ضریب پخش طولی در کانال مورد مطالعه برآورد شده است.

عرض ۳ متری کانال، سه طول اختلاط ۴۵، ۷۵ و ۱۰۰ متر برای انجام آزمایش‌های ردیابی محاسبه و انتخاب شد (Moore, 2004a; Moore 2004b). با توجه به اینکه مقدار ردیاب رهاشده به طول اختلاط بستگی دارد و در طول اختلاط‌های بلندتر مقدار ردیاب بیشتری باید در جریان رهاشود، مطابق جدول ۲، سه مقدار مختلف نمک برای سه طول اختلاط مختلف در نظر گرفته شد.

جدول ۲. مقدار ردیاب و طول اختلاط در آزمایش‌های ردیابی

ردیف	طول اختلاط			ردیاب نمک		
	مرجع	رابطه	طول*	مرجع	رابطه	وزن* حجم* غلظت*
۱	Elder et al, (1990)	$L_m \approx 15B$	۴۵	Elder et al, (1990)	$M_0 = 5Q$	۱۰ ۵۰ ۲۰۰
۲	Day (1977)	$L_m \approx 25B$	۷۵	تحقیق حاضر	$M_0 = 7.5Q$	۱۵ ۷۵ ۲۰۰
۳	تحقیق حاضر	$L_m \approx 33.3B$	۱۰۰	تحقیق حاضر	$M_0 = 10Q$	۲۰ ۱۰۰ ۲۰۰

\* واحدهای طول، وزن، حجم و غلظت به ترتیب متر، کیلوگرم، لیتر و گرم بر لیتر

جدول ۳. خصوصیات منحنی‌های تغییرات غلظت در آزمایش‌های ردیابی

مقطع	آزمایش ردیابی ۱				آزمایش ردیابی ۲				آزمایش ردیابی ۳			
	طول اختلاط (متر)	نمک (کیلوگرم)	زمان	غلظت	طول اختلاط (متر)	نمک (کیلوگرم)	زمان	غلظت	طول اختلاط (متر)	نمک (کیلوگرم)	زمان	غلظت
۴۵	۱۰	۴۵	۵۳۸	۴۰۴	۷۵	۱۳۰۱	۷۵	۴۹۲	۱۰۰	۱۶۲۶	۴۲۶	
۷۵	۱۰	۹۰	۵۱۱	۲۷۹	۷۵	۱۱۲۱	۱۵۰	۵۷۸	۲۰۰	۱۰۱۸	۲۵۰	
۱۰۰	۱۰	۱۳۵	۴۷۷	۱۹۵	۷۵	۷۲۷	۲۲۵	۵۳۱	۳۰۰	۷۷۷	۱۹۴	

\* واحد غلظت میلی‌گرم بر لیتر (ppm) و \*\* واحد زمان ثانیه است. زمان ماکزیمم، زمان ثبت غلظت حداکثر است.

مقادیر تخمینی ضریب پخش طولی محاسبه شده برای هر سه طول اختلاط ۴۵، ۷۵ و ۱۰۰ متر با استفاده از رابطه‌های ۲ تا ۶ و با توجه به خصوصیات منحنی تغییرات غلظت ردیاب اندازه‌گیری شده در جدول ۴ آمده است.

با توجه به جدول ۴، مقادیر ضریب پخش طولی به‌دست‌آمده از مقادیر ۲/۲۶ تا ۳/۷۵ مترمربع بر ثانیه متغیر است و مقدار میانگین کلی این ضریب برای سه طول اختلاط و پنج رابطه به‌کاررفته برابر ۲/۹۵ مترمربع بر ثانیه به‌دست آمده است. جدول ۴ نشان می‌دهد که با زیاد شدن طول اختلاط مقدار ضریب پخش طولی برآورد شده در رابطه‌های ۲، ۳، ۵ و ۶ کاهش می‌یابد. دلیل کم شدن ضریب پخش طولی برآورد شده با زیاد شدن طول اختلاط، بیشتر شدن اختلاف بین زمان‌ها و واریانس‌ها در دو منحنی تغییرات غلظت نمک اندازه‌گیری شده مقاطع نمونه‌برداری است. در رابطه ۴، برخلاف سایر رابطه‌ها، مقدار ضریب پخش طولی برآورد شده با زیاد شدن طول اختلاط، افزایش می‌یابد که دلیل این امر تفاوت فرم این رابطه و

جدول ۴. ضریب پخش طولی محاسبه شده با استفاده از داده‌های آزمایش‌های

طول اختلاط (متر)	ردیابی					
	۲	۳	۴	۵	۶	میانگین
۴۵	۳/۰۷	۳/۱۵	۲/۸۵	۳/۰۹	۲/۸۱	۲/۹۹
۷۵	۲/۹۱	۲/۵۲	۳/۲۲	۳/۰۲	۲/۷۱	۲/۸۸
۱۰۰	۲/۸۶	۲/۲۶	۳/۷۵	۲/۸۲	۲/۷۱	۲/۹۸
میانگین	۳/۱۲	۲/۶۴	۳/۲۷	۲/۹۸	۲/۷۴	۲/۹۵

\* واحد ضریب پخش طولی، مترمربع بر ثانیه

جدول ۳ نشان می‌دهد که کمترین غلظت نمک اندازه‌گیری شده در بین غلظت‌های ماکزیمم در مقطع ۳، آزمایش ردیابی ۲ و برابر با ۷۲۷ میلی‌گرم بر لیتر ثبت شده است. همچنین، بیشترین غلظت در مقطع ۱، آزمایش ردیابی ۳ و برابر با ۱۶۲۶ میلی‌گرم بر لیتر است. انحراف معیار غلظت‌ها در هر سه آزمایش مطابق آنچه انتظار می‌رفت، با دور شدن از نقطه رهاسازی نمک (از مقطع ۱ تا ۳) روند کاهشی را نشان می‌دهد.

نمک اندازه‌گیری شده و محاسبه شده با رابطه ۸ به دست آورد. این ضرایب را طی تحقیقات گذشته سایر محققان نیز برآورد کرده‌اند. جدول ۵، مقادیر بهینه ضرایب  $a$ ،  $b$  و  $c$  رابطه ۷ را در تحقیق حاضر و مطالعات گذشته نشان می‌دهد.

زیادتر شدن وزن نمک رهاشده در طول‌های اختلاط بزرگ‌تر است. مقدار بهینه ضریب پخش طولی را می‌توان با بهینه کردن ضرایب  $a$  و  $b$  در رابطه ۷ و مقایسه آماری دو منحنی غلظت

جدول ۵. مقادیر بهینه ضرایب  $a$  و  $b$  و  $c$  رابطه ۷ در مقاله حاضر و تحقیقات گذشته

ردیف	مرجع	a	b	c	نوع داده‌ها و روش مورد استفاده
۱	Fischer (1975)	۰/۰۱۱	۲	۲	داده‌های ردیابی آزمایشگاهی، رگرسیون
۲	Liu (1977)	۰/۱۸	۰/۵	۲	داده‌های ردیابی رودخانه، آنالیز ابعادی
۳	Seo and Cheong (1998)	۵/۹۲	۱/۴۳	۰/۶۲	داده‌های ردیابی رودخانه، رگرسیون
۴	Sahay and Dutta (2009)	۲/۰	۱/۲۵	۰/۹۶	داده‌های ردیابی رودخانه، رگرسیون
	تحقیق حاضر	۴۵	۳/۸۵۴	۰/۴۵۳	طول
۵	تحقیق حاضر	۷۵	۳/۹۷۳	۰/۴۹۲	اختلاط
	تحقیق حاضر	۱۰۰	۴/۰۱۱	۰/۵۰۱	(متر)

منحنی‌های نظریه حاصل از روابط ۳، ۹، ۱۰ و ۱۱ و منحنی غلظت اندازه‌گیری شده در آزمایش‌های ردیابی در جدول ۶ آمده است.

نتایج جدول ۶ حاکی از اختلاف کمتر رابطه‌های ۹ تا ۱۱ در مقادیر غلظت نمک در منحنی‌های نظری و اندازه‌گیری شده نسبت به رابطه ۳ است. برای مثال، کمترین اختلاف بین میانگین غلظت ردیاب اندازه‌گیری شده و نظری در طول اختلاط ۴۵ متر و در مقطع ۳ با استفاده از رابطه ۹ و برابر ۶۶ میلی‌گرم بر لیتر به دست آمده است. همچنین، کمترین مقدار اختلاف بین واریانس غلظت‌های نظری و اندازه‌گیری شده در طول اختلاط ۱۰۰ متر و در مقطع ۳ با استفاده از رابطه ۱۱ و برابر ۱ محاسبه شده است. حداقل اختلاف بین غلظت ماکزیمم در منحنی‌های نظری و اندازه‌گیری شده در طول اختلاط ۷۵ متر و در مقطع ۳ برابر ۴۴ میلی‌گرم بر لیتر با استفاده از رابطه ۱۰ به دست آمده است. تفاوت بین زمان غلظت ماکزیمم در منحنی‌های نظری و اندازه‌گیری شده حاکی از عدم تفاوت در بین رابطه‌های ۳، ۹، ۱۰ و ۱۱ است. تمام این روابط زمان غلظت ماکزیمم را قبل از زمان واقعی محاسبه می‌کند. منحنی‌های اندازه‌گیری شده و محاسبه شده غلظت ردیاب در طول اختلاط ۴۵ متر با استفاده از رابطه‌های ۳ و ۹ و روابط مندرج در جدول ۵، در شکل ۱ نشان داده شده است.

با توجه به شکل ۱، منحنی‌های غلظت نمک اندازه‌گیری شده در طول اختلاط ۴۵ متر، به ترتیب در مقاطع ۱، ۲ و ۳ با کاهش غلظت ماکزیمم و افزایش واریانس غلظت‌ها همراه بوده است. مقادیر غلظت ردیاب برآوردی با استفاده از

همان‌طور که در جدول ۵ مشاهده می‌شود، مقادیر حدود بالا و پایین ضرایب  $a$ ،  $b$  و  $c$  در مطالعات گذشته به ترتیب برابر [۰/۱۱-۵/۹۲]، [۰/۵-۲] و [۰/۶۲-۲] برآورد شده است. با جایگذاری مقادیر ضرایب  $a$ ،  $b$  و  $c$  جدول ۵ در رابطه ۷، این رابطه برای سه طول اختلاط ۴۵، ۷۵ و ۱۰۰ متر در کانال مورد مطالعه به ترتیب به صورت رابطه‌های ۹، ۱۰ و ۱۱ استخراج می‌شود.

$$\frac{D_L}{Hu_*} = 3/854 \left( \frac{U}{u_*} \right)^{1/68} \left( \frac{B}{H} \right)^{-1/453} \quad (\text{رابطه ۹})$$

$$\frac{D_L}{Hu_*} = 3/973 \left( \frac{U}{u_*} \right)^{1/76} \left( \frac{B}{H} \right)^{-1/492} \quad (\text{رابطه ۱۰})$$

$$\frac{D_L}{Hu_*} = 4/011 \left( \frac{U}{u_*} \right)^{1/85} \left( \frac{B}{H} \right)^{-1/501} \quad (\text{رابطه ۱۱})$$

با توجه به مقادیر بهینه ضرایب  $a$ ،  $b$  و  $c$  در جدول ۵، ضریب پخش طولی برای طول اختلاط‌های ۴۵، ۷۵ و ۱۰۰ متر با استفاده از رابطه‌های ۹، ۱۰ و ۱۱ به ترتیب برابر ۳/۷۱، ۳/۲۲ و ۳/۸۸ مترمربع بر ثانیه به دست می‌آید. با توجه به اینکه نتایج حاکی از دقت بیشتر رابطه ۳ از بین پنج رابطه تجربی مورد بررسی است، نتایج حاصل از این رابطه بهترین رابطه تجربی با روابط توسعه داده شده در مقاله حاضر مورد مقایسه قرار گرفته است. بدین منظور اختلاف بین چهار پارامتر آماری میانگین، واریانس، غلظت ماکزیمم و زمان غلظت ماکزیمم بین

محاسبه‌شده غلظت ردیاب در طول اختلاط ۷۵ متر با استفاده از روابط ۳ و ۹ و ۱۰ و روابط مندرج در جدول ۵، در شکل ۲ نشان داده شده است.

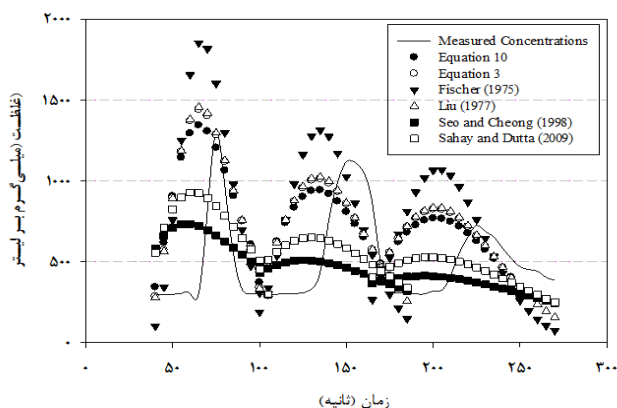
روابط ۳ و ۹ و Liu (1977) اختلاف کمی با هم دارد. همچنین، دو رابطه Seo and Cheong (1998) و Sahay and Dutta (2009) برآورد مناسبی از منحنی غلظت ردیاب در سه مقطع اندازه‌گیری نداشتند. منحنی‌های اندازه‌گیری‌شده و

جدول ۶. اختلاف پارامترهای آماری بین منحنی‌های نظری و اندازه‌گیری‌شده

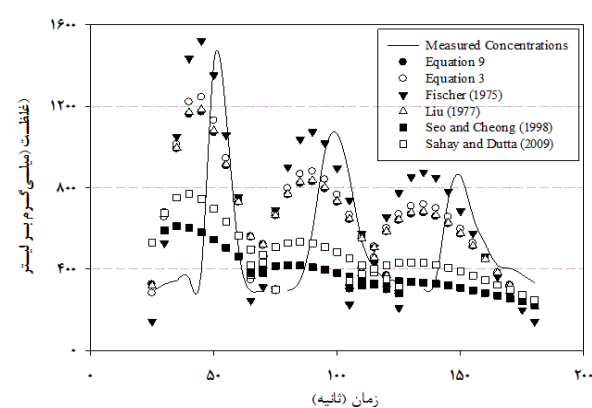
پارامتر آماری	شماره رابطه		(۹)، (۱۰) و (۱۱)**		
	شماره مقطع	(۳)	۱	۲	۳
میانگین غلظت اختلاط	طول	۴۵	۲۵۷	۱۰۵	۷۹
	اختلاط	۷۵	۴۱۹	۱۲۵	۱۰۹
	اختلاط	۱۰۰	۵۰۵	۲۴۶	۲۲۱
واریانس غلظت اختلاط	طول	۴۵	-۲۹	-۶۷	-۷
	اختلاط	۷۵	۹۱	-۶۷	۷۴
	اختلاط	۱۰۰	۲۸	۷۳	۶
غلظت ماکزیمم اختلاط	طول	۴۵	-۱۶۹	-۱۸۶	-۱۴۱
	اختلاط	۷۵	۱۴۰	-۱۰۷	۹۹
	اختلاط	۱۰۰	-۹۲	۶۶	۱۰۸
زمان ماکزیمم اختلاط	طول	۴۵	-۵	-۱۰	-۱۵
	اختلاط	۷۵	-۱۰	-۱۵	-۲۵
	اختلاط	۱۰۰	-۱۰	-۲۰	-۳۰

\* اعداد مثبت نشان‌دهنده بیش‌برآورد و اعداد منفی نشان‌دهنده کم‌برآورد است.

\*\* روابط ۹، ۱۰ و ۱۱ به ترتیب برای طول اختلاط‌های ۴۵، ۷۵ و ۱۰۰ استفاده شده است.



شکل ۲. غلظت‌های نمک اندازه‌گیری‌شده و محاسباتی (طول اختلاط ۷۵ متر)

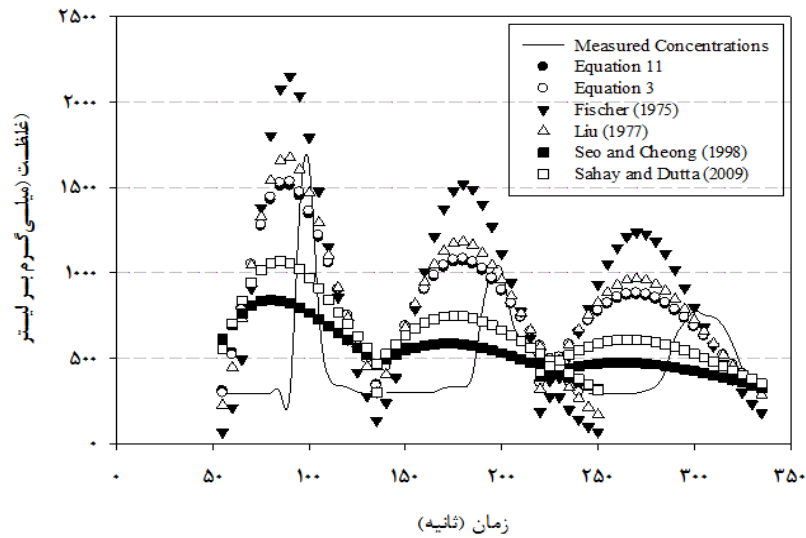


شکل ۱. غلظت‌های نمک اندازه‌گیری‌شده و محاسباتی (طول اختلاط ۴۵ متر)

در مقطع ۱ بیش از مقدار اندازه‌گیری‌شده برآورد شده است. منحنی‌های اندازه‌گیری‌شده و محاسبه‌شده غلظت ردیاب در طول اختلاط ۱۰۰ متر با استفاده از روابط ۳ و ۱۱ و روابط مندرج در جدول ۵، در شکل ۳ نشان داده شده است.

با توجه به شکل ۳، مقادیر غلظت ماکزیمم محاسبه‌شده با استفاده از رابطه ۱۱ در مقاطع ۲ و ۳ بیش از مقادیر اندازه‌گیری‌شده است، درحالی‌که در مقطع ۱ مقدار غلظت ماکزیمم برآوردی کمتر از اندازه‌گیری‌شده است. همچنین، واریانس منحنی‌های اندازه‌گیری‌شده همواره کمتر از

در شکل ۲ نیز رابطه ۱۰ مقادیر غلظت نمک را در مقاطع ۱، ۲ و ۳ کمتر از رابطه ۳ به‌دست آورده است. همچنین، زمان‌های وقوع غلظت ماکزیمم در تمام روابط همواره قبل از زمان واقعی آن برآورد شده است که این مورد در هر سه طول اختلاط یکسان است. روابط ۳ و Liu (1977) برآورد مشابهی از غلظت ردیاب در هر سه مقطع اندازه‌گیری‌شده نشان می‌دهد. رابطه Fischer (1975) مقادیر غلظت ردیاب را بیشتر از مقادیر اندازه‌گیری‌شده برآورد کرده است. همچنین، با توجه به شکل ۲ مقدار غلظت ماکزیمم محاسبه‌شده با استفاده از روابط ۳ و ۱۰



شکل ۳. غلظت‌های نمک اندازه‌گیری شده و محاسباتی (طول اختلاط ۱۰۰ متر)

جدول ۷. مقادیر پارامترهای آماری روابط مختلف برآورد ضریب پخش طولی

ضریب همبستگی (R)						مجذور میانگین مربعات خطا (RMSE)					پارامتر	
Sahay and Dutta (2009)	Seo and Cheong (1998)	Liu (1977)	Fischer (1975)	رابطه ۳	تحقیق حاضر	Sahay and Dutta (2009)	Seo and Cheong (1998)	Liu (1977)	Fischer (1975)	رابطه ۳	تحقیق حاضر	رابطه طول
۰/۱۹	۰/۱۱	۰/۳۷	۰/۴۲	۰/۳۵	۰/۳۳	۵۳	۵۴	۶۱	۷۱	۶۳	۶۲	۴۵
۰/۱۱	۰/۰۳	۰/۲۶	۰/۲۹	۰/۲۰	۰/۱۸	۴۱	۳۹	۵۶	۶۸	۵۶	۵۷	۷۵
۰/۱۷	۰/۰۹	۰/۲۸	۰/۳۰	۰/۲۵	۰/۲۵	۴۵	۳۹	۶۵	۸۰	۶۱	۶۰	۱۰۰

این رابطه و برای همین طول اختلاط زیاد و برابر ۷۱ میلی‌گرم بر لیتر است. به‌طور کلی، از جدول ۷ نتیجه‌گیری می‌شود که با در نظر گرفتن هر دو مقدار مجذور میانگین مربعات خطا و ضریب همبستگی در طول‌های اختلاط ۴۵، ۷۵ و ۱۰۰ متر به ترتیب روابط Liu (1977)، رابطه ۳ و رابطه استخراجی در تحقیق حاضر دارای بیشترین دقت در برآورد ضریب پخش طولی بوده‌اند.

### بحث و نتیجه‌گیری

در مقاله حاضر، به منظور برآورد ضریب پخش طولی مقادیر غلظت ردیاب نمک در کانال انتقال آب اندازه‌گیری شد. آزمایش‌های ردیابی در سه طول اختلاط ۴۵، ۷۵ و ۱۰۰ متری و هر کدام در سه مقطع انجام شد. با استفاده از داده‌های آزمایش‌ها رابطه‌ای به‌منظور تخمین ضریب پخش طولی برای کانال مورد مطالعه توسعه داده شد. مقایسه رابطه استخراج‌شده با سایر روابط تجربی حاکی از دقت بیشتر این رابطه است. رابطه پیشنهادی مقاله حاضر تخمین دقیق‌تری از مقدار ضریب پخش طولی در کانال مورد مطالعه نسبت به سایر معادلات تجربی دارد. نتایج نشان می‌دهد که به‌طور کلی نمی‌توان رابطه خاصی را

مقادیر واریانس محاسباتی است. در جدول ۷، نتایج حاصل از روابط مختلف با استفاده از دو پارامتر آماری مجذور میانگین مربعات خطا<sup>۱</sup> و ضریب همبستگی<sup>۲</sup> جهت مقایسه کمی نتایج ارائه شده است.

قبل از ارزیابی اعداد جدول ۷، ذکر این نکته ضروری است که دقیق‌ترین رابطه، رابطه‌ای است که دارای کمترین مقدار مجذور میانگین مربعات خطا، همچنین بیشترین مقدار ضریب همبستگی باشد. برای مثال، رابطه Seo and Cheong (1998) کمترین مقدار مجذور میانگین مربعات خطا را دارد: ۳۹ میلی‌گرم بر لیتر در طول‌های اختلاط ۷۵ و ۱۰۰ متر. اما همین رابطه و برای همین طول‌های اختلاط کمترین مقادیر ضریب همبستگی به ترتیب ۰/۰۳ و ۰/۰۹ به‌دست آورده است. در نتیجه، این رابطه تنها به خاطر خطای کم رابطه‌ای مناسب برای برآورد ضریب پخش طولی در تحقیق حاضر نیست. همچنین، جدول ۷ نشان می‌دهد که رابطه Fischer (1975) بیشترین مقدار ضریب همبستگی را در طول اختلاط ۴۵ متر و برابر ۰/۴۲ به‌دست آورده است اما مقدار مجذور میانگین مربعات خطا در

1. Root Mean Square Error  
2. Correlation Coefficient



دبی‌های مختلف تکرار شود، همچنین سایر روابط تجربی موجود برای برآورد ضریب پخش طولی بررسی و ارزیابی شود.

### سپاسگزاری

تحقیق حاضر با استفاده از امکانات و تجهیزات آزمایشگاهی دانشگاه تهران انجام شد. بدین‌وسیله تشکر و قدردانی می‌شود.

برای برآورد مناسب ضریب پخش طولی در تمام شرایط پیشنهاد کرد و بهترین راه‌حل انجام آزمایش‌های ردیابی منطبق با شرایط مورد مطالعه و ارزیابی تمام روابط تجربی موجود است. همچنین، باید توجه داشت که روابط استخراجی محدودیت کاربرد دارد و مناسب برای تمامی شرایط نیست. پیشنهاد می‌شود در سایر تحقیق‌های مشابه آزمایش‌های ردیابی برای

### REFERENCES

- Ahmad, Z. (2013). Prediction of longitudinal dispersion coefficient using laboratory and field data: relationship comparisons. *Hydrology Research*, 44(2), 362-376.
- Chatwin, P. C. (1980). Presentation of longitudinal dispersion data. *Journal of the Hydraulics Division*, 106(1), 71-83.
- Day, T. (1977). Field procedures and evaluation of a slug dilution gauging method in mountain streams. *Journal of Hydrology (New Zealand)*, 16(2), 113-133.
- Day, T. J. (1975). Longitudinal dispersion in natural channels. *Water Resources Research*, 11(6), 909-918.
- Day, T. J., and Wood, I. R. (1976). Similarity of the mean motion of fluid particles dispersing in a natural channel. *Water Resources Research*, 12(4), 655-666.
- Deng, Z. Q., Singh, V. P., and Bengtsson, L. (2001). Longitudinal dispersion coefficient in straight rivers. *Journal of hydraulic engineering*, 127(11), 919-927.
- Elder, J. (1959). The dispersion of marked fluid in turbulent shear flow. *Journal of fluid mechanics*, 5(4), 544-560.
- Elder, K., R. Kattelman, and R. Ferguson. (1990). Refinements in dilution gauging for mountain streams. In *Hydrology in mountainous regions. I - Hydrological measurements; the water cycle*, IAHS Publication No. 193, International Association for Hydrological Science, Proceedings of two Lausanne Symposia, August 1990, 247-254.
- Etemad-Shahidi, A., and Taghipour, M. (2012). Predicting Longitudinal Dispersion Coefficient in Natural Streams Using M5' Model Tree. *Journal of hydraulic engineering*, 138(6), 542-554.
- Fischer, H. B. (1967). The mechanics of dispersion in natural streams. *Journal of Hydraulic Division*, 93(6), 187-216.
- Fischer, H. B. (1968). Dispersion predictions in natural streams. *Journal of the Sanitary Engineering Division, American Society of Civil Engineering*, 94(5), 927-941.
- Fischer, H. B. (1975). Discussion of "Simple Method for Predicting Dispersion in Streams". *Journal of the Environmental Engineering Division*, 101(3), 453-455.
- Fischer, H. B., List, E. J., Koh, R. C. Y., Imberger, J. and Brooks, N. H. (2013). *Mixing in Inland and Coastal Waters*. Elsevier Academic Press, New York.
- Guymet, I. (1998). Longitudinal dispersion in sinuous channel with changes in shape. *Journal of hydraulic engineering*, 124(1), 33-40.
- Kashefipour, S. M. and Falconer, R. A. (2002). Longitudinal dispersion coefficients in natural channels. *Water Research*, 36(6), 1596-1608.
- Leopold, L. B. and Maddock, T. J. (1953). The hydraulic geometry channels and some physiographic implications. *Geological survey professionals. paper 252*, United States Government Printing Office, Washington, 57 p.
- Liu, H. (1977). Predicting dispersion coefficient of streams. *Journal of the Environmental Engineering Division*, 103(1), 59-69.
- Moore, R.D. (2004a). Introduction to salt dilution gauging for streamflow measurement: Part 1. *Streamline Watershed Management Bulletin* 7(4):20-23.
- Moore, R.D. (2004b). Introduction to salt dilution gauging for streamflow measurement Part II: Constant-rate injection. *Streamline Watershed Management Bulletin* 8(1):11-15.
- Nordin, C. F., and Troutman, B. M. (1980). Longitudinal dispersion in rivers: The persistence of skewness in observed data. *Water Resources Research*, 16(1), 123-128.
- Palancar, M. C., Aragón, J. M., Sánchez, F., and Gil, R. (2003). The determination of longitudinal dispersion coefficients in rivers. *Water environment research*, 324-335.
- Sahay, R., and Dutta, S. (2009). Prediction of longitudinal dispersion coefficients in natural rivers using genetic algorithm. *Hydrology Research*, 40(6), 544-552.
- Seo, I. W., and Baek, K. O. (2004). Estimation of the longitudinal dispersion coefficient using the velocity profile in natural streams. *Journal of hydraulic engineering*, 130(3), 227-236.
- Seo, I. W., and Cheong, T. S. (1998). Predicting longitudinal dispersion coefficient in natural streams. *Journal of hydraulic engineering*, 124(1), 25-32.
- Singh, S. K., and Beck, M. (2003). Dispersion coefficient of streams from tracer experiment data. *Journal of environmental engineering*, 129(6), 539-546.
- Taylor, G. (1954). The dispersion of matter in turbulent flow through a pipe. *Proceedings of the Royal*

Society of London. Series A. Mathematical and Physical Sciences, 223A, 446-468.

Zeng, Y., and Huai, W. (2014). Estimation of longitudinal dispersion coefficient in rivers. Journal of Hydro-environment Research, 8(1), 2-8.

Zhang, X., Q, X., Zhou, X., and Pang, H. (2006). An in situ method to measure the longitudinal and transverse dispersion coefficients of solute transport in soil. Journal of Hydrology, 328(3), 614-619.