

شبیه‌سازی عددی سه‌بعدی اثر توأم ضریب تخلخل و اندازه سنگدانه بر استهلاک انرژی، هوادهی و میدان آشفته‌گی جریان در سرریزهای پلکانی توری‌سنگی

چکیده

سرریزهای پلکانی توری‌سنگی جایگزینی ارزان و سازگار با محیط‌زیست برای سرریزهای نفوذناپذیرند، اما نقش تخلخل بسته‌ها بر هوادهی و آشفته‌گی جریان کمتر کمی‌سازی شده است. در پژوهش حاضر جریان دوفازی آب-هوا روی یک سرریز پلکانی توری‌سنگی ده‌پله با شیب $26/57^\circ$ درجه، با نرم‌افزار Flow-3D، مدل آشفته‌گی $k-\epsilon$ ، روابط فورسهایمر و حل‌گر ورود هوا شبیه‌سازی شد. مدل با داده‌های آزمایشگاهی وونریچ و چنسون (۲۰۱۴) واسنجی و اندازه‌سلول $0/12$ متر انتخاب شد (ضریب تعیین تا $0/954$). نه شبیه‌سازی با سه دبی $0/037$ ، $0/0518$ و $0/114$ مترمکعب بر ثانیه - متناظر با رژیم‌های ریزشی، انتقالی و غیرریزشی - و سه تخلخل $0/2$ ، $0/375$ و $0/5$ اجرا شد. تخلخل و قطر مؤثر سنگدانه هم‌زمان تغییر کرده‌اند و نتایج اثر توأم آن‌ها را نشان می‌دهد؛ تجزیه تحلیلی حاکی است 87% درصد تغییر نفوذپذیری از تخلخل ناشی می‌شود. افزایش نفوذپذیری سهم جریان درون‌گذر را زیاد و جریان روگذر، گردابه‌های حفره و آشفته‌گی سطحی - نیروی محرک محبوس‌سازی هوا - را تضعیف می‌کند. با افزایش تخلخل از $0/375$ به $0/5$ ، استهلاک انرژی، سرعت متوسط، غلظت هوا و انرژی جنبشی آشفته‌گی به ترتیب تا $21/8\%$ ، $22/5\%$ و $14/6\%$ و $45/5\%$ درصد کاهش یافت و اثر تخلخل در رژیم ریزشی بیشینه بود. تحلیل حساسیت، انرژی جنبشی آشفته‌گی را حساس‌ترین (کشسانی $1/4$) و غلظت هوا را کم‌حساس‌ترین ($0/27$) شاخص نشان داد. همبستگی تجربی تازه‌ای نیز برای طول ناحیه هوادهی نشده بر حسب تخلخل و عدد فرود زبری ارائه شد (ضریب تعیین پیش‌بین $0/994$).

کلیدواژه‌ها: استهلاک انرژی، انرژی جنبشی آشفته‌گی، سرریز پلکانی توری‌سنگی، ضریب تخلخل، غلظت هوا.

۱. مقدمه

سرریز از پرکاربردترین سازه‌های آبی برای انتقال ایمن سیلاب است و در سدها، بندهای انحرافی و طرح‌های آبخیزداری نقشی تعیین‌کننده در پایداری سازه دارد. اجرای پلکان بر بدنه شوت، با ایجاد زبری بزرگ‌مقیاس، بخش عمده انرژی جنبشی جریان را در طول شوت مستهلک و ابعاد حوضچه آرامش پایین‌دست را کوچک یا حذف می‌کند. افزون بر این، برخورد پیوسته جریان با لبه پلکان خودهوادهی را تشدید می‌کند؛ پدیده‌ای که هم خطر خلأزایی را کم و هم توان اکسیژن‌دهی جریان را زیاد می‌کند (شمسایی و پاک‌بها، ۱۳۸۴).

در سرریز پلکانی توری‌سنگی هر پله از یک بسته توری فلزی پرشده با سنگدانه ساخته می‌شود. برخلاف پلکان نفوذناپذیر، جریان به دو مؤلفه درون‌گذر (عبوری از محیط متخلخل) و روگذر تفکیک می‌شود و برهم‌کنش این دو، دینامیک گردابه‌های حفره پلکان، محل شروع هوادهی و نرخ استهلاک انرژی را دگرگون می‌کند. ارزانی و فراوانی مصالح، اجرای ساده بدون قالب‌بندی، انعطاف در برابر نشست‌های نامتقارن، کاهش فشار بر کنش و سازگاری زیست‌محیطی، کاربرد این سازه را در بندهای اصلاحی و سازه‌های کنترل رسوب گسترش داده است (Peyras et al., 1992).

رفتار جریان روی سرریز پلکانی به سه رژیم تقسیم می‌شود: در رژیم ریزشی جریان به‌صورت جت‌های مجزا از لبه هر پله سقوط می‌کند و اتلاف انرژی از برخورد جت و پرش هیدرولیکی موضعی ناشی می‌شود؛ در رژیم غیرریزشی جریان روی شبه‌کف پیوسته حرکت می‌کند و اتلاف انرژی حاصل انتقال تکانه به گردابه‌های پایدار حفره پلکان است؛ و رژیم انتقالی حالتی ناپایدار با پاشش شدید است. در سرریز توری‌سنگی، در دبی‌های کمتر از $0/005$ مترمکعب بر ثانیه تمام جریان از میان توری‌سنگ عبور می‌کند و سطح آزادی روی پلکان تشکیل نمی‌شود؛ مهم‌ترین مشاهده سازوکاری، اصلاح دینامیک حفره پلکان در اثر نفوذ جریان درون‌گذر و به‌دام‌افتادن حباب‌های هوا درون گابیون‌هاست (Wüthrich and Chanson, 2014). این مشاهده بعدها کمی شد و نصف‌شدن ضریب اصطکاک به تضعیف گردابه‌های حفره نسبت داده شد (Zhang and Chanson, 2016).

پژوهش‌های دو دهه اخیر عمدتاً بر بهبود سرریزهای نفوذناپذیر از راه اصلاح هندسه پله متمرکز بوده و دستاوردهای کمی روشنی داده‌اند: افزودن المان هندسی روی پلکان با شیب $26/6$ درجه نرخ استهلاک انرژی را $3/2$ درصد افزایش و هد باقی‌مانده را $7/4$ درصد کاهش داد (Ghaderi and Abbasi, 2021)؛ پلکان استخری شکاف‌دار بازده را $5/8$ درصد بهبود بخشید (Ghaderi et al., 2021)؛ اختلاف اتلاف انرژی میان پلکان تخت و استخری $5/4$ (Li et al., 2019) تا $34/68$ درصد (Farooq et al., 2024) گزارش شده است؛ پلکان با آستانه انتهایی منحنی $10/5$ درصد بیش از پلکان متعارف انرژی مستهلک کرد (Jahad et al., 2024)؛ و نصب جداکننده، استهلاک انرژی نسبی را 7 درصد افزایش و طول ناحیه هوادهی‌نشده را تا نسبت 10 برابر زبری کاهش داد (Mikalsen et al., 2024). زبر کردن پلکان با سنگدانه $18/9$ میلی‌متری نیز افزایش $21/0$ درصدی استهلاک انرژی در رژیم ریزشی داد (Daneshfaraz et al., 2024).

پژوهش‌های ویژه سرریزهای توری‌سنگی کم‌شمارتر و ناهم‌گراترند. در فلومی به عرض $0/52$ متر با ده پله و تخلخل $0/35$ تا $0/40$ ، سرعت پایین‌دست سرریز توری‌سنگی بزرگ‌تر و نرخ استهلاک انرژی آن کمتر از نمونه نفوذناپذیر گزارش شد (Wüthrich and Chanson, 2014). در مقابل، با مدل‌های یک تا سه پله نتیجه گرفته شد که سازه توری‌سنگی به‌طور میانگین استهلاک انرژی بیشتری از نمونه صلب دارد و نقش جریان درون‌گذر تعیین‌کننده است (Rajaei et al., 2020)؛ سازه‌های کم‌ارتفاع نیز همین رفتار را نشان داده‌اند (Salmasi et al., 2012). ناصری و کاشفی‌پور (1401) با سه تخلخل $0/35$ ، $0/40$ و $0/45$ نشان دادند سرریز توری‌سنگی عمق مزدوج پایین‌دست را 31 تا 43 درصد و طول پرش را 22 تا 63 درصد کاهش می‌دهد، و حسینیان و همکاران (1402) افزایش 34 تا 230 درصدی ضریب دبی را گزارش کردند که در انسداد رسوبی بیش از 80 درصد از میل می‌رود. ضریب دبی سازه‌های گابیونی به‌شدت تابع دانه‌بندی و هندسه بسته است (Salmasi et al., 2021; Biabani et al., 2022).

در حوزه عددی، چهار هندسه توری‌سنگی با نرم‌افزار NEWFLUME مقایسه و هندسه عادی برتر یافت شد (Reeve et al., 2019)؛ با همان چارچوب و رگرسیون چندجمله‌ای تکاملی، رابطه‌ای با ضریب تعیین $0/93$ برای داده آموزش و $0/83$ برای داده آزمون ارائه شد (Zuhaira et al., 2021). شبیه‌سازی عددی سرریزهای پلکانی نفوذناپذیر نیز توانمندی حل گره‌های حجم سیال را در بازتولید میدان جریان، هوادهی و استهلاک انرژی تأیید کرده است (Hilo and Lafta, 2019; Kaouachi et al., 2019, 2021; Parsaie et al., 2022)؛ (Souli et al., 2024). در تازه‌ترین پژوهش توری‌سنگی، در سرریزی ده پله با شیب $26/6$ درجه و سه سطح تخلخل 37 تا 42 درصد، نشت از میان توری‌سنگ عمق جریان روی پله را 8 تا 10 درصد کاهش، نقطه شروع هوادهی را به بالادست جابه‌جا و طول ناحیه هوادهی‌نشده را 12 درصد کوتاه کرد؛ نکته کلیدی، وابستگی شدید نتیجه به رژیم جریان است، چنان‌که برتری توری‌سنگ در رژیم ریزشی آشکار و در رژیم غیرریزشی کم‌رنگ می‌شود (Daneshfaraz et al., 2026). مدل‌های یادگیری ماشین نیز برای برآورد استهلاک انرژی به کار رفته‌اند (Khatibi et al., 2014; Sharma and Jhamnani, 2026). سلاجقه و مرندی (1399) نشان دادند افزایش اندازه سنگدانه و تخلخل، به‌سبب نفوذ بیشتر آب به درون گابیون، عمق جریان روی سازه را کاهش می‌دهد.

جمع‌بندی پیشینه سه شکاف را آشکار می‌کند. نخست، تقریباً همه پژوهش‌های توری‌سنگی تخلخل را در بازه باریک $0/35$ تا $0/45$ تغییر داده‌اند؛ بازه‌ای که برای تشخیص جهت و شکل واقعی تابع پاسخ کافی نیست و احتمالاً ریشه ناسازگاری گزارش‌های پیشین است. دوم، غلظت هوای واردشده - پارامتر تعیین‌کننده ارتفاع دیواره جانبی و حاشیه ایمنی خلأزایی - در هیچ پژوهشی تابعی از تخلخل کمی‌سازی نشده و اثر تخلخل بر انرژی جنبشی آشفستگی نیز تقریباً بررسی نشده مانده است. سوم، مطالعات موجود یا آزمایشگاهی‌اند یا دوبعدی، در حالی که استخراج هم‌زمان میدان سرعت، غلظت هوا و آشفستگی تنها با شبیه‌سازی سه‌بعدی و مدل‌سازی صریح محیط متخلخل ممکن است. بر این اساس، هدف پژوهش حاضر شبیه‌سازی عددی سه‌بعدی جریان دوفازی آب-هوا روی سرریز پلکانی توری‌سنگی و کمی‌سازی اثر تخلخل بر پنج شاخص سرعت، غلظت هوا، استهلاک انرژی، طول ناحیه هوادهی‌نشده و انرژی جنبشی آشفستگی است.

۱-۲. مدل مرجع و هندسه شبیه سازی

مدل عددی بر پایه مدل فیزیکی ووتریچ و چنسون (۲۰۱۴) ساخته شد. هندسه سرریز پلکانی صلب با ارتفاع ۱ متر، عرض ۰/۵۲ متر و ده پله به ارتفاع ۰/۱ و طول ۰/۲ متر (شیب ۲۶/۵۷ درجه، معادل ۱ قائم به ۲ افقی) در AutoCAD ترسیم و با قالب stl استخراج شد. طول فلوم ۴ متر و ده مکعب مستطیل به ابعاد ۰/۱×۰/۵۲×۰/۳ متر به عنوان بسته های توری سنگ و هندسه ای مستقل، جزء متخلخل تعریف شدند (شکل ۱).



شکل ۱. شماتیک آزمایشگاهی سرریز پلکانی توری سنگی (Wüthrich and Chanson, 2014).

۲-۲. تحلیل ابعادی

متغیرهای مؤثر بر رفتار هیدرولیکی سرریز پلکانی توری سنگی عبارتند از: دبی واحد عرض (q)، ارتفاع و طول پله (l, h)، شیب شبه کف (θ)، ارتفاع کل سرریز (H)، ضریب تخلخل (n)، قطر مؤثر سنگدانه (d)، شتاب ثقل (g)، چگالی، لزجت و کشش سطحی آب (ρ, μ, σ). با قضیه باکینگهام و انتخاب ρ، q و h به عنوان متغیرهای تکراری، و تعریف $We = \frac{\rho q^2}{\sigma d_c}$ ، $Re = \frac{q}{\nu}$ و $d_c = \left(\frac{q^2}{g}\right)^{1/3}$ هر شاخص بی بعد Π چنین بیان می شود:

$$\Pi = f\left(\frac{d_c}{h}, n, \frac{d}{h}, \frac{l}{h}, \frac{H}{h}, \theta, Re, We\right) \quad \text{رابطه ۱}$$

که در آن d_c عمق بحرانی (متر)، Re عدد رینولدز، We عدد وبر، h ارتفاع پله (متر)، l طول پله (متر)، H ارتفاع کل سرریز (متر)، n ضریب تخلخل، d قطر مؤثر سنگدانه (متر) و θ زاویه شیب شبه کف (درجه) است. در پژوهش حاضر h ، l و H و θ ثابت نگه داشته شده و اعداد رینولدز و وبر در تحلیل حفظ می شوند؛ مقادیر آنها به ترتیب 3.5×10^4 تا 2.2×10^5 و 330 تا 3869 است. از آنجا که مدل عددی بازتولید یک-به-یک مدل فیزیکی مرجع در همان مقیاس است، عدم برقراری شباهت رینولدز و وبر بر اعتبار مقایسه عددی-آزمایشگاهی اثری ندارد؛ اما تعمیم کمی نتایج به نمونه اصلی باید با احتیاط انجام شود (Pfister and Chanson, 2014). با این ملاحظه، رابطه ۱ به شکل ساده شده زیر درمی آید:

$$\frac{\Delta E}{E_{\max}}, C_{\text{mean}}, \frac{V}{V_c}, \frac{Li}{k_s}, \frac{k}{gh} = f\left(\frac{d_c}{h}, n, \frac{d}{h}\right) \quad \text{رابطه ۲}$$

۳-۲. معادلات حاکم و مدل آشفتگی

معادلات حاکم، پیوستگی و ناویر-استوکس متوسط‌گیری‌شده رینولدز برای سیال تراکم‌ناپذیر است که در Flow-3D نسخه ۱۲ با روش بازنمایی کسری سطح/حجم مانع گسسته‌سازی می‌شود (Flow Science Inc., 2023)، و بستن آن‌ها با مدل دومعادله‌ای $k-\varepsilon$ استاندارد انجام شد (Launder and Spalding, 1974):

$$\frac{\partial(\rho V_F)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u A_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v A_y)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w A_z)}{\partial z} = 0 \quad \text{رابطه ۳}$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{1}{V_F} \left(u_j A_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + g_i + f_i + F_{d,i} \quad \text{رابطه ۴}$$

در رابطه ۴، جمله لزج و آشفتگی $F_{d,i}$ جمله نیروی پسای محیط متخلخل است. موقعیت سطح آزاد با روش حجم سیال ردیابی شد (Hirt and Nichols, 1981) و برای بستن معادلات مدل دومعادله‌ای $k-\varepsilon$ به کار رفت. در انتخاب مدل آشفتگی اجماع کاملی وجود ندارد: $k-\varepsilon$ مناسب‌ترین گزینه دانسته شده (Qian et al., 2009; Rezapour Tabari and Tavakoli, 2016); رزم‌آرا و منصوری، (۱۳۹۷)، برخی از گروه بازبهبودش بهره برده‌اند (Salmasi and Samadi, 2018; Guven and Mahmood, 2021)، و نشان داده شده برترین مدل به کمیت هدف وابسته است و $k-\varepsilon$ برای فشار و نرخ استهلاک انرژی مناسب‌ترین است (Yalcin et al., 2023)؛ اختلاف پیش‌بینی سرعت متوسط میان اعضای خانواده $k-\varepsilon$ نیز کمتر از یک درصد است (Bayon et al., 2018).

$$\frac{\partial k}{\partial t} + \frac{1}{V_F} \left(u A_x \frac{\partial k}{\partial x} + v A_y \frac{\partial k}{\partial y} + w A_z \frac{\partial k}{\partial z} \right) = P_k + G_k + D_k - \varepsilon \quad \text{رابطه ۵}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \frac{1}{V_F} \left(u A_x \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} + v A_y \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} + w A_z \frac{\partial \varepsilon}{\partial z} \right) \\ = \left(C_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{k} \right) (P_k + C_{3\varepsilon} G_k) + D_\varepsilon - C_{2\varepsilon} \frac{\varepsilon^2}{k} \end{aligned} \quad \text{رابطه ۶}$$

که در آن k انرژی جنبشی آشفتگی، ε نرخ استهلاک آن، P_k تولید برشی، G_k تولید شناوری، D_k و D_ε جملات پخش‌اند. ضرایب مدل مطابق مقادیر استاندارد لاندر و اسپالدینگ (۱۹۷۴) در نظر گرفته شدند.

۴-۲. مدل سازی محیط متخلخل

به دلیل درشت‌دانه بودن مصالح توری‌سنگ و بالابودن عدد رینولدز حفره‌ای، جریان درون بسته‌ها غیرداریسی است و با رابطه فورشه‌ایمر مدل شد:

$$-\frac{1}{\rho} \nabla p = A \cdot \mathbf{u} + B \cdot |\mathbf{u}| \cdot \mathbf{u} \quad \text{رابطه ۷}$$

که در آن ∇p گرادیان فشار (پاسکال بر متر)، ρ چگالی آب (کیلوگرم بر مترمکعب)، u سرعت نشت (متر بر ثانیه)، A ضریب لزج فورشه‌ایمر (بر مترمربع، که در حل گر در لزجت سینماتیک ضرب می‌شود) و B ضریب اینرسی فورشه‌ایمر (بر متر) است.

ضرایب A و B مطابق روابط ارگون و بر پایه پژوهش فاضلی و عادل (۱۳۹۸) و متناسب با قطر مؤثر سنگدانه محاسبه شدند ($A = 150/d^2$) بر مترمربع و $B = 3/d$ بر متر). تابع تخلخل به صورت مستقل و از راه کسر حجمی جزء متخلخل در حل گر اعمال می شود و در این ضرایب لحاظ نشده است. مقادیر به کاررفته در جدول ۱ آمده است.

در طرح حاضر، ضریب تخلخل و قطر مؤثر سنگدانه هم خطی کامل دارند و اثر آن ها به صورت پسین تفکیک پذیر نیست؛ با این حال سهم نسبی دو عامل تحلیلی برآورد پذیر است. نفوذپذیری ذاتی بر پایه رابطه ارگون-کوزنی-کارمن برابر $K = d^2 n^3 / [150(1-n)^2]$ است که برای سه حالت پژوهش مقادیر 10^{-8} ، 10^{-7} و 8.53×10^{-7} مترمربع (گستره ۷۱ برابر) را می دهد. تجزیه لگاریتمی نشان می دهد سهم تغییر قطر (۱۲ به ۱۶ میلی متر) ضریب $1/78$ معادل ۱۳ درصد، و سهم تغییر تخلخل ($0/2$ به $0/5$) ضریب $40/0$ معادل ۸۷ درصد است. بنابراین جهت اثر بدون ابهام و بزرگی آن با نسبت تقریبی ۶ به ۱ به تخلخل نسبت پذیر است؛ با این حال نتایج در سراسر مقاله اثر توأم تفسیر می شوند.

جدول ۱. ضرایب فورشهیمیر برای اندازه های مختلف ذرات (فاضلی و عادل، ۱۳۹۸).

شماره	ضریب تخلخل	اندازه ذرات (میلی متر)	A (بر مترمربع)	B (بر متر)
۱	$0/2$	۱۲	$104666/667$	۲۵۰
۲	$0/375$	۱۴	$765306/1224$	$214/2857$
۳	$0/5$	۱۶	$585937/5$	$187/5$

ضرایب به کاررفته برای بسترهای متراکم از ذرات کروی در ستون محصور استخراج شده اند (Ergun, 1952)، در حالی که در بسته توری سنگ سنگدانه ها گوشه دار و دارای دانه بندی پهن اند، نسبت ابعاد بسته به قطر سنگدانه حدود $7/1$ است و جریان سطح آزاد دارد. اعتبار این ضرایب در بخش ۳ به صورت غیرمستقیم آزموده شده است.

تحلیل ترکیب پسا نشان می دهد در گستره سرعت نشت این پژوهش، جمله لزج تنها $2/5$ درصد و جمله اینرسی $97/5$ درصد کل پسای فورشهیمیر را می سازد. در نتیجه نتایج عملاً به ضریب A حساس نیستند (تغییر دو برابری A سرعت نشت را تنها $1/2$ درصد جابه جا می کند)، حال آن که تغییر ۵۰ درصدی B آن را $18/2 -$ تا $40/7 +$ درصد تغییر می دهد. انتقال این عدم قطعیت به دبی روگذر - که همه روندهای گزارش شده از آن ناشی می شوند - نشان می دهد عدم قطعیت ۵۰ درصدی در B در رژیم غیرریزشی کمتر از ۲، در رژیم انتقالی حدود ۶ و در رژیم ریزشی تا حدود ۱۶ درصد اثر دارد. افزون بر این، B در مدل حاضر همسانگرد وارد شده، حال آن که در بسترهای سنگریزه ای ماهیت تانسوری دارد؛ این محدودیت در تفسیر نتایج رژیم ریزشی باید لحاظ شود.

۵-۲. مدل ورود هوا

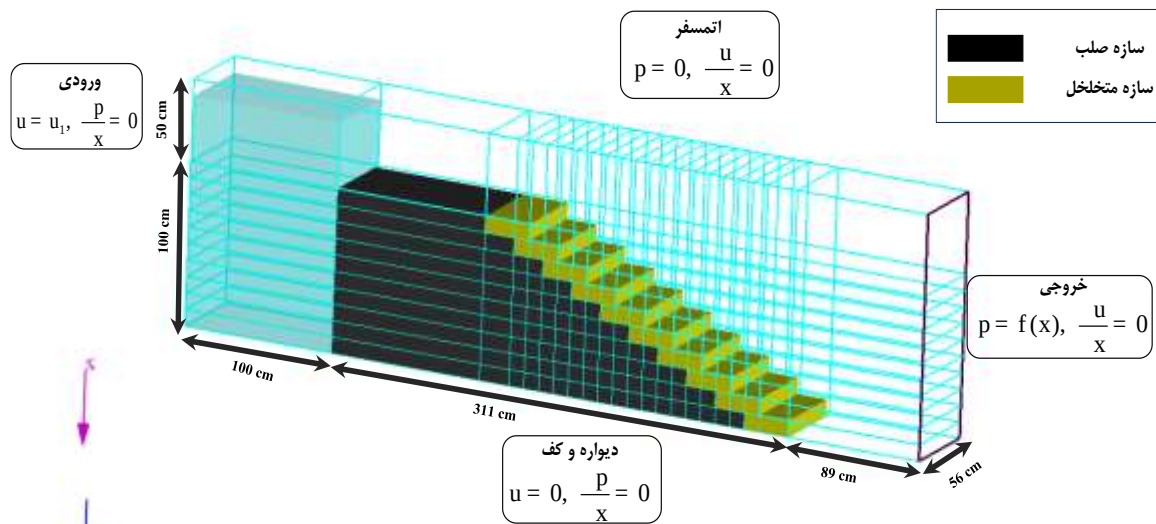
محبوس شدن هوا از سطح آزاد با حل گر ورود هوای Flow-3D شبیه سازی شد که بر پایه مقایسه انرژی جنبشی آشفتگی سطحی با نیروهای تثبیت کننده کشش سطحی و ثقل عمل می کند (Hirt, 2003). ضریب ورود هوا $0/5$ ، چگالی سیال دوم $1/23$ کیلوگرم بر مترمکعب، ضریب پسا $0/5$ و شعاع متوسط حباب $0/001$ متر انتخاب و مدل های تغییر چگالی و شار رانشی فعال شد. توزیع غلظت هوا در راستای عمود بر شبه کف با رابطه زیر ارزیابی شد (Chanson and Toombes, 2002):

$$C = 1 - \tanh^2 \left(K'' - \frac{y'}{2D_0} + \frac{(y' - \frac{1}{3})^3}{3D_0} \right), \quad y' = \frac{y}{Y_{90}} \quad (\text{رابطه ۸})$$

که در آن Y_{90} عمق متناظر با غلظت هوای ۹۰ درصد و K'' و D_0 توابعی از غلظت هوای متوسط‌اند.

۶-۲. شبکه‌بندی و شرایط مرزی

دامنه محاسباتی با یک بلوک شبکه مستطیلی سازمان‌یافته پوشانده و صفحات شبکه بر گوشه‌های داخلی و خارجی هر پله منطبق شد تا خطای نمایش هندسه کمینه شود. شرایط مرزی: ورودی دبی حجمی با ارتفاع سیال متناظر؛ خروجی از نوع خروج جریان؛ مرزهای جانبی و کف دیواره صلب با عدم لغزش؛ و مرز بالایی فشار اتمسفری (شکل ۲). حل گر فشار ضمنی با روش باقی‌مانده کمینه تعمیم‌یافته انتخاب و مدت هر اجرا ۳۰ ثانیه با گام زمانی خودکار (عدد کورانت کمتر از یک) تعیین شد؛ میانگین‌ها روی ۱۰ ثانیه پایانی گرفته شدند.

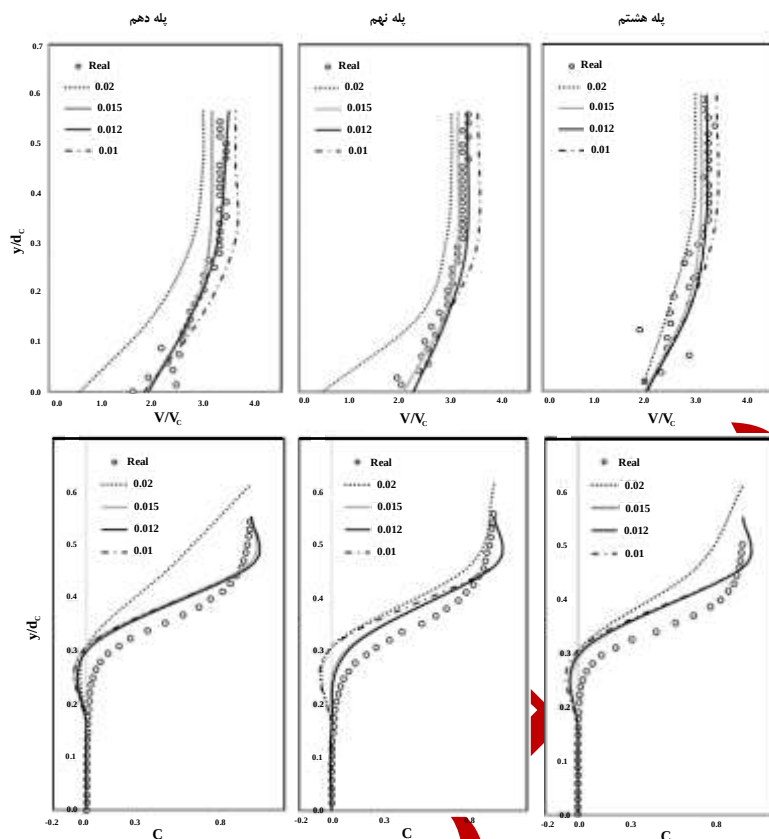


شکل ۲. موقعیت صفحات شبکه منطبق بر لبه‌های پلکان و شرایط مرزی دامنه محاسباتی

۷-۲. آزمون استقلال از شبکه و صحت سنجی

چهار اندازه سلول ۰/۰۲، ۰/۰۱۵، ۰/۰۱۲ و ۰/۰۱ متر (به ترتیب ۳۱۰۵۰۰، ۶۹۸۴۴۵، ۱۴۷۷۰۵۶ و ۲۹۴۴۳۶۲ سلول) با داده‌های آزمایشگاهی سرعت و غلظت هوا در لبه پله‌های هشتم تا دهم در دبی ۰/۱۱۴ مترمکعب بر ثانیه مقایسه شد. شکل ۳ مقایسه نتایج سرعت و غلظت هوا برای اندازه‌های مختلف سلول در لبه هر پله در دبی ۰/۱۱۴ مترمکعب بر ثانیه را نشان می‌دهد.

تغییر نسبی ریشه میانگین مربعات خطای سرعت در پله دهم با ریزشیدن متوالی شبکه به ترتیب ۳۷/۵، ۱۵/۰ و ۵/۹ درصد و برای غلظت هوا ۱۳/۰، ۵/۰ و ۵/۳ درصد است. کاهش پیوسته این تغییرات و معکوس شدن جزئی روند در ریزترین شبکه نشان می‌دهد حل در محدوده همگرایی مجانی قرار گرفته است. بر این اساس اندازه سلول ۰/۰۱۲ متر انتخاب شد که نسبت به شبکه ۰/۰۱ متر حدود نیمی از تعداد سلول و هزینه محاسباتی به مراتب کمتری دارد.



شکل ۳. مقایسه نتایج (الف) سرعت و (ب) غلظت هوا برای اندازه‌های مختلف سلول در پله هر پله در دبی ۰/۱۱۴ مترمکعب بر ثانیه

سپس سه مدل آشفتگی $k-\omega$ ، $k-\varepsilon$ و گروه بازبهنجارش با شبکه منتخب مقایسه شد (جدول ۲). عملکرد $k-\varepsilon$ ، $k-\omega$ عملاً هم‌ارز است - اختلاف ضریب تعیین کمتر از ۰/۰۰۲ و در حد نوفه عددی - و تنها گروه بازبهنجارش آشکارا ضعیف‌تر عمل کرد. بنابراین انتخاب $k-\varepsilon$ بر پایه سازگاری با ادبیات موضوع برای کمیت‌های هدف انجام شد (Yalcin et al., 2023).

جدول ۲. مقایسه عملکرد مدل‌های آشفتگی در پله هشتم با اندازه سلول ۰/۰۱۲ متر

مدل آشفتگی	R^2 سرعت	RMSE سرعت	R^2 غلظت هوا	RMSE غلظت هوا
$k-\omega$	۰/۹۴۲	۰/۲۲	۰/۹۶۵	۰/۱۹
$k-\varepsilon$	۰/۹۴۴	۰/۲۰	۰/۹۶۶	۰/۱۶
RNG	۰/۸۷۶	۰/۳۱	۰/۹۶۶	۰/۱۹

۸-۲. طرح شبیه‌سازی‌ها و شاخص‌های ارزیابی

نه شبیه‌سازی شامل سه مدل شاهد (تخلخل ۰/۳۷۵، متناظر با مدل فیزیکی مرجع) و شش مدل اصلی اجرا شد. مشخصات کامل به‌همراه کمیت‌های بی‌بعد مشتق‌شده در جدول ۳ آمده است.

جدول ۳. مشخصات شبیه‌سازی‌ها و کمیت‌های بی‌بعد مشتق‌شده

نام اجرا	دبی (مترمکعب بر ثانیه)	تخلخل	اندازه ذرات (میلی‌متر)	dc/h	F*	Re	رژیم جریان
C.E1	۰/۰۱۸	۰/۳۷۵	۱۴	۰/۵۰	۰/۶۲	3.5×10^4	ریزشی
C.E2	۰/۰۳۷	۰/۳۷۵	۱۴	۰/۸۰	۱/۲۷	7.1×10^4	انتقالی
C.E3	۰/۱۱۴	۰/۳۷۵	۱۴	۱/۷۰	۳/۹۱	2.2×10^5	غیرریزشی
E1	۰/۰۱۸	۰/۲	۱۲	۰/۵۰	۰/۶۲	3.5×10^4	ریزشی
E2	۰/۰۱۸	۰/۵	۱۶	۰/۵۰	۰/۶۲	3.5×10^4	ریزشی
E3	۰/۰۳۷	۰/۲	۱۲	۰/۸۰	۱/۲۷	7.1×10^4	انتقالی
E4	۰/۰۳۷	۰/۵	۱۶	۰/۸۰	۱/۲۷	7.1×10^4	انتقالی
E5	۰/۱۱۴	۰/۲	۱۲	۱/۷۰	۳/۹۱	2.2×10^5	غیرریزشی
E6	۰/۱۱۴	۰/۵	۱۶	۱/۷۰	۳/۹۱	2.2×10^5	غیرریزشی

مقادیر dc/h در جدول ۳ برابر ۰/۵۰، ۰/۸۰ و ۱/۷۰ است و بر پایه مرزهای رژیم گزارش‌شده ووتریچ و چنسون (۲۰۱۴) برای سرریز توری‌سنگی با شیب ۲۶/۶ درجه، به‌ترتیب رژیم‌های ریزشی، انتقالی و غیرریزشی را تأیید می‌کند؛ بنابراین سه دبی انتخابی پوشش کامل گستره رژیم‌ها را تضمین می‌کند.

عدد فرود تعریف‌شده بر حسب زبری پله و طول ناحیه هوادهی نشده مطابق روابط زیر محاسبه شدند:

$$F^* = \frac{q}{\sqrt{g \cdot \sin \theta \cdot k_s^3}}, \quad k_s = h \cdot \cos \theta = 0.0894 \text{ m} \quad (\text{رابطه ۹})$$

نرخ استهلاک انرژی نیز از اختلاف بار کل بالادست و بار باقی‌مانده در پهنه سرریز به‌دست آمد. عمق مشخصه آب زلال و سرعت آب خالص به‌صورت زیر تعریف شدند:

$$d = \int_0^{Y_{90}} (1 - C) dy, \quad V_w = \frac{q_w}{d} \quad (\text{رابطه ۱۰})$$

$$\frac{\Delta E}{E_{\max}} = 1 - \frac{d \cdot \cos \theta + \frac{q_w^2}{2gd^2}}{E_{\max}} \quad (\text{رابطه ۱۱})$$

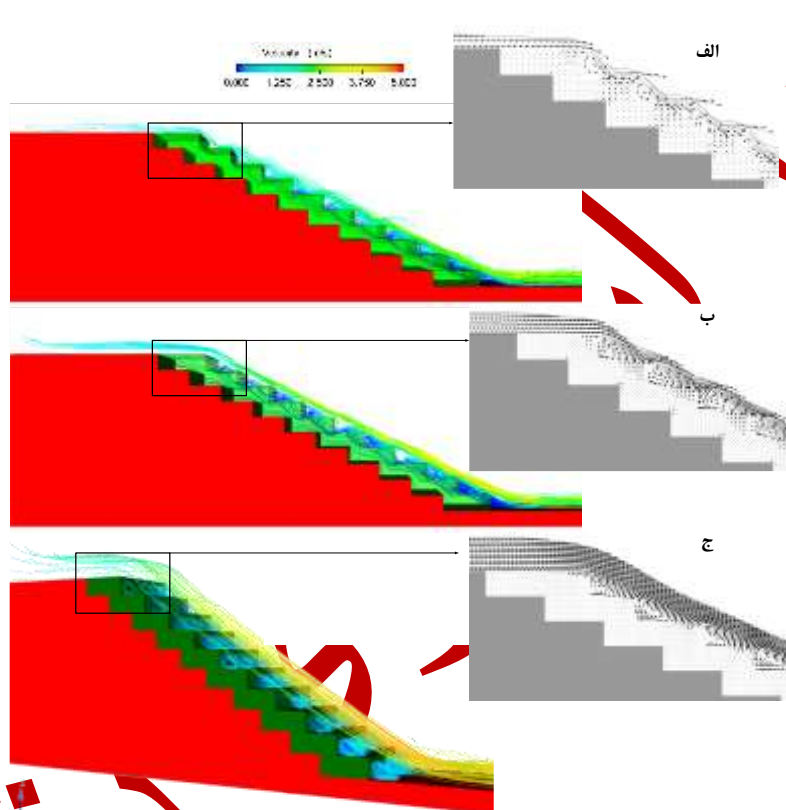
افزون بر شاخص‌های بالا، برای مقایسه کمی حساسیت شاخص‌های مختلف به تخلخل، شاخص کشسانی بی‌بعد زیر تعریف شد که تفسیر آن مستقیم است: قدر مطلق بزرگ‌تر از یک به معنای پاسخ فرا-متناسب شاخص نسبت به تغییر تخلخل است.

$$S_X = \frac{\Delta X/X}{\Delta n/n} \quad (\text{رابطه ۱۲})$$

۳. یافته‌های پژوهش

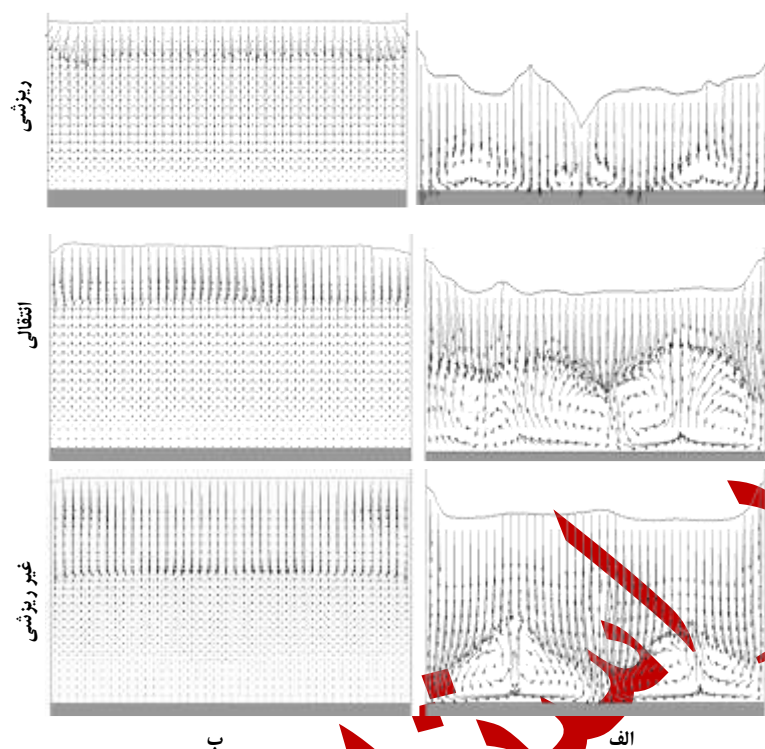
۳-۱. الگوی جریان در مدل‌های شاهد

در دبی $0/018$ مترمکعب بر ثانیه، برخورد جت با کف هر پله و تشکیل پرش هیدرولیکی موضعی به روشنی دیده می‌شود؛ در این دبی سهم جریان درون‌گذر بیشینه است، بردارهای سرعت درون محیط متخلخل - به‌ویژه در انتهای هر پله - انحنای بیشتری دارند و روند افزایش سرعت از پله پنجم آغاز می‌شود. با افزایش دبی به $0/037$ مترمکعب بر ثانیه و عمق آب بالادست از $1/179$ به $1/225$ متر، جریان به رژیم انتقالی تبدیل می‌شود؛ نوسان سطح آزاد تشدید و چرخش جریان بین پله‌ها آشکارتر می‌شود و آغاز افزایش سرعت به پله سوم منتقل می‌گردد. در دبی $0/114$ مترمکعب بر ثانیه سطح آزاد صاف و گردش حفره پلکان پایدار می‌شود، سهم جریان درون‌گذر به کمینه می‌رسد و افزایش سرعت از پله دوم آغاز می‌شود (شکل ۴).



شکل ۴. خطوط جریان و بردارهای سرعت از نمای جانبی در مدل‌های شاهد؛ (الف) رژیم ریزشی، (ب) رژیم انتقالی، (ج) رژیم غیرریزشی

مقایسه‌ی نمای جلوی پله پنجم در شکل ۵ نشان می‌دهد در سرریز نفوذناپذیر بردارهای سرعت در دو کناره عرض و میانه پله در جهت مخالف چرخیده و برخورد می‌کنند، در حالی که در سرریز توری‌سنگی برخورد جریان با سنگدانه‌ها این چرخش را تضعیف می‌کند و عمق کل آب روی پله به سبب اشباع بسته افزایش می‌یابد. با افزایش دبی، ابعاد و شدت گردابه‌ها در هر دو سازه بزرگ‌تر می‌شود، اما مهار گردابه‌ها توسط محیط متخلخل در تمام رژیم‌ها پابرجاست - سازوکاری که کاهش ضریب اصطکاک گزارش شده در منابع را توضیح می‌دهد (Zhang and Chanson, ۲۰۱۶). در مدل‌های شاهد با تخلخل ثابت، افزایش دبی سرعت متوسط و غلظت هوا را افزایش و نرخ استهلاک انرژی را کاهش می‌دهد. درصد افزایش سرعت در دبی $0/037$ نسبت به $0/018$ مترمکعب بر ثانیه برای پله‌های هشتم تا دهم به ترتیب $9/5$ ، $11/2$ و $25/5$ و برای غلظت هوا $34/4$ ، $34/3$ و $34/9$ درصد است؛ در گذر از $0/037$ به $0/114$ مترمکعب بر ثانیه این افزایش‌ها به شدت تضعیف می‌شوند (سرعت $1/2$ تا $4/4$ و غلظت هوا $1/8$ تا $3/5$ درصد). این اشباع‌شدگی نشان می‌دهد پس از استقرار رژیم غیرریزشی و تشکیل شبه‌کف، افزایش بیشتر دبی سهم اندکی در تشدید تبادل هوا دارد.



شکل ۵. بردارهای سرعت روی پله پنجم از نمای جلو: (الف) سرریز پلکانی نفوذناپذیر، (ب) سرریز پلکانی توری سنگی برای سه رژیم مختلف

۲-۳. اثر تخلخل بر پروفیل سرعت

تغییر سرعت با تغییر تخلخل رابطه عکس دارد و این رفتار در هر سه رژیم برقرار است. در دبی ۰/۰۱۸ مترمکعب بر ثانیه، پروفیل سرعت متوسط با افزایش تخلخل به ۰/۵ به میزان ۲۲/۵ درصد کاهش و با کاهش تخلخل به ۰/۲ به میزان ۲۰/۲ درصد افزایش یافت؛ مقادیر متناظر برای دبی‌های ۰/۰۳۷ و ۰/۱۱۴ مترمکعب بر ثانیه به ترتیب ۲۰/۴ و ۸/۹ درصد کاهش و ۱۴/۷ و ۸/۰ درصد افزایش است (جدول ۴).

جدول ۴. درصد تغییر سرعت متوسط در هر پله در اثر تغییر ضریب تخلخل

شماره پله	دبی ۰/۰۱۸		دبی ۰/۰۳۷		دبی ۰/۱۱۴	
	کاهش با n	افزایش با n	کاهش	افزایش	کاهش	افزایش
۳	۳۰/۱۸۴	۱۶/۵۳۰	-	-	-	-
۴	۱۰/۷۱۳	۸/۵۴۱	۱۵/۵۶۰	۸/۲۵۵	-	-
۵	۳۱/۵۱۰	۳۰/۶۷۹	۲۴/۴۷۶	۱۴/۱۴۱	-	-
۶	۳۳/۵۴۵	۲۳/۳۰۹	۱۷/۲۳۰	۱۲/۲۴۴	-	-
۷	۲۰/۴۰۸	۲۶/۱۷۵	۲۹/۰۷۸	۱۷/۲۴۷	-	-
۸	۱۷/۳۹۸	۱۱/۶۰۹	۵/۷۷۰	۱۳/۸۰۲	۱۱/۰۲۱	۸/۹۰۴
۹	۲۱/۰۴۸	۱۹/۷۸۰	۱۳/۲۲۸	۱۱/۳۳۸	۷/۱۰۹	۷/۵۱۴

شماره پله		دبی ۰/۱۸		دبی ۰/۳۷		دبی ۰/۱۱۴	
۱۰		۲۴/۰۱۳		۲۵/۶۲۵		۱۰/۹۴۹	
				۱۳/۲۰۶		۷/۵۶۴	

دو الگوی کمی در جدول ۴ برجسته است. نخست، بیشترین حساسیت در دبی‌های کوچک به پله‌های میانی (پنجم تا هفتم) مربوط است، همان ناحیه‌ای که لایه مرزی در حال گسترش است. دوم، با افزایش دبی دامنه تغییرات فشرده می‌شود: بیشینه تغییر از حدود ۳۳/۵ درصد در رژیم ریزشی به حدود ۱۱/۰ درصد در رژیم غیرریزشی کاهش می‌یابد، زیرا با استقرار شبه کف سطح مؤثر تبادل میان جریان روگذر و محیط متخلخل کوچک می‌شود.

۳-۳. اثر تخلخل بر غلظت هوا

با افزایش تخلخل از ۰/۳۷۵ به ۰/۵، غلظت هوای متوسط در دبی‌های ۰/۱۸، ۰/۳۷ و ۰/۱۱۴ مترمکعب بر ثانیه به ترتیب ۱۴/۶، ۹/۵ و ۱۰/۶ درصد کاهش و با کاهش تخلخل به ۰/۲ به ترتیب ۱۱/۸، ۸/۹ و ۷/۲ درصد افزایش می‌یابد (جدول ۵). سازوکار این روند یک زنجیره علی است. افزایش تخلخل (و قطر مؤثر همراه آن) نفوذپذیری بسته را افزایش می‌دهد و سهم دبی درون‌گذر بالا و سهم دبی روگذر پایین می‌رود؛ برآورد بر پایه رابطه فورسهایمر نشان می‌دهد سهم درون‌گذر برای تخلخل‌های ۰/۲، ۰/۳۷۵ و ۰/۵ در رژیم ریزشی به ترتیب ۱۳/۷، ۲۷/۸ و ۳۹/۶ و در رژیم غیرریزشی ۲/۲، ۴/۴ و ۶/۳ درصد است، یعنی تغییر تخلخل از ۰/۲ به ۰/۵ دبی روگذر را در رژیم ریزشی حدود ۳۰ و در رژیم غیرریزشی تنها حدود ۴ درصد کاهش می‌دهد. کاهش دبی روگذر هم شار تکانه عبوری از روی شبه کف را کم می‌کند و هم - از راه تزریق هم‌جهت جریان درون‌گذر از وجه پایین دست بسته به درون حفره پلکان - اختلاف سرعت در عرض لایه برشی را کاهش و ضخامت آن را افزایش می‌دهد. چون تولید آشفته‌گی متناسب با حاصل ضرب تنش رینولدز در گرادیان سرعت است، این دو اثر با هم تولید آشفته‌گی را تضعیف می‌کنند؛ شاهد مستقیم آن، کاهش ۳۰/۳ تا ۴۵/۵ درصدی انرژی جنبشی آشفته‌گی است. چون معیار ورود هوا بر غلبه انرژی آشفته‌گی سطحی بر کشش سطحی و ثقل استوار و نرخ ورود متناسب با ریشه دوم مازاد این انرژی است (Hirt, 2003)، تضعیف آشفته‌گی مستقیماً به کاهش غلظت هوا می‌انجامد.

در جهت مخالف، افزایش تخلخل عمق جریان روگذر را کم و رسیدن لایه مرزی به سطح آزاد را زودتر می‌کند (کاهش ۷/۰ تا ۱۷/۱ درصدی طول ناحیه هوادهی نشده). این اثر به‌تنهایی باید غلظت هوا را افزایش دهد، اما نتایج نشان می‌دهد کاهش نرخ محلی ورود هوا بر آن غلبه دارد. افزون بر این، بخشی از دبی که از درون بسته عبور می‌کند سطح آزادی ندارد و هوادهی سطحی برای آن فراهم نیست؛ افزایش سهم این بخش نیز غلظت متوسط کل مقطع را پایین می‌آورد.

دامنه محدود تغییرات غلظت هوا (۷/۲ تا ۱۴/۶ درصد) در برابر دامنه گسترده تغییرات انرژی جنبشی آشفته‌گی توضیح فیزیکی روشنی دارد: در ناحیه توسعه‌یافته، غلظت هوا به مقدار تعادلی می‌رسد که از موازنه پخش آشفته جاب‌ها و شناوری آن‌ها حاصل و عمدتاً تابع شیب است؛ برای شیب ۲۶/۵۷ درجه این مقدار حدود ۰/۴۰ است (Chanson, 2002). نفوذپذیری بسته سرعت و محل رسیدن به این تعادل را جابه‌جا می‌کند اما مقدار مجانبی را تغییر نمی‌دهد؛ از این رو بیشترین حساسیت به پله‌های میانی و دبی‌های کوچک مربوط است.

جدول ۵. درصد تغییر غلظت هوای میانگین در هر پله در اثر تغییر ضریب تخلخل

شماره پله		دبی ۰/۱۸		دبی ۰/۳۷		دبی ۰/۱۱۴	
		کاهش با n		افزایش		کاهش	
		۰/۳۷۵ ← ۰/۵		۰/۳۷۵ → ۰/۲		افزایش	
۳		۱۴/۶۲۵		۱۵/۸۲۳		-	

شماره پله	دبی ۰/۰۱۸		دبی ۰/۰۳۷		دبی ۰/۱۱۴	
۴	۱۰/۹۷۹	۱۷/۹۳۰	۷/۷۲۳	۸/۱۷۵	-	-
۵	۱۰/۸۴۱	۷/۵۰۹	۱۱/۲۰۱	۵/۵۸۹	-	-
۶	۲۰/۹۷۶	۹/۲۷۱	۸/۳۲۲	۱۰/۱۷۹	-	-
۷	۱۵/۷۱۰	۱۲/۷۷۳	۹/۲۲۸	۱۱/۳۷۵	-	-
۸	۱۶/۷۶۸	۷/۹۸۲	۱۰/۲۵۳	۹/۴۰۳	۶/۹۸۵	۶/۱۴۱
۹	۱۳/۲۸۷	۱۳/۷۸۵	۸/۲۸۳	۸/۵۹۹	۱۲/۸۳۳	۶/۳۳۴
۱۰	۱۱/۹۴۰	۱۰/۹۹۷	۱۲/۱۰۵	۹/۰۷۹	۹/۳۵۰	۹/۹۴۸

۴-۳. طول ناحیه هوادهی نشده

طول ناحیه هوادهی نشده مشاهده شده با مقادیر محاسبه شده از روابط تجربی مقایسه شد (جدول ۶): بیشینه خطای نسبی ۱۰/۷ و میانگین آن حدود ۴ درصد است. مطابق انتظار، افزایش ۵۱/۳۵ درصدی دبی طول این ناحیه را ۵۱/۵ درصد و افزایش ۶۷/۵۴ درصدی بعدی آن را ۷۵/۵ درصد افزایش داد.

جدول ۶. مقایسه طول ناحیه هوادهی نشده محاسبه شده و مشاهده شده

نام اجرا	تخلخل	F^*	L_i محاسبه شده (متر)	L_i مشاهده شده (متر)	خطا (درصد)
C.E1	۰/۳۷۵	۰/۶۱۸	۰/۱۳۱	۰/۱۳۲	۱/۱۴
C.E2	۰/۳۷۵	۱/۲۷۰	۰/۳۲۱	۰/۳۲۹	۲/۴۹
C.E3	۰/۳۷۵	۳/۹۱۳	۱/۳۰۸	۱/۳۴۹	۳/۰۳
E1	۰/۲	۰/۶۱۸	۰/۱۵۵	۰/۱۴۹	۳/۹۸
E2	۰/۵	۰/۶۱۸	۰/۱۲۰	۰/۱۲۲	۲/۰۴
E3	۰/۲	۱/۲۷۰	۰/۳۸۳	۰/۴۲۹	۱۰/۷۳
E4	۰/۵	۱/۲۷۰	۰/۲۹۵	۰/۳۰۲	۲/۳۳
E5	۰/۲	۳/۹۱۳	۱/۵۶۲	۱/۶۲۱	۳/۹۷
E6	۰/۵	۳/۹۱۳	۱/۲۰۵	۱/۳۲۴	۸/۹۳

با افزایش تخلخل از ۰/۳۷۵ به ۰/۵، طول ناحیه هوادهی نشده در دبی های ۰/۰۱۸، ۰/۰۳۷ و ۰/۱۱۴ مترمکعب بر ثانیه به ترتیب ۶/۹۸، ۷/۹۷ و ۱۷/۱۱ درصد کاهش و با کاهش تخلخل به ۰/۲ به ترتیب ۱۱/۹۷، ۲۳/۳۸ و ۱/۸۵ درصد افزایش یافت. همچنین نقطه شروع هوادهی در اجراهای E1 تا E4 روی پله نخست باقی ماند، اما در E5 به پله سوم و در E6 به پله دوم منتقل شد.

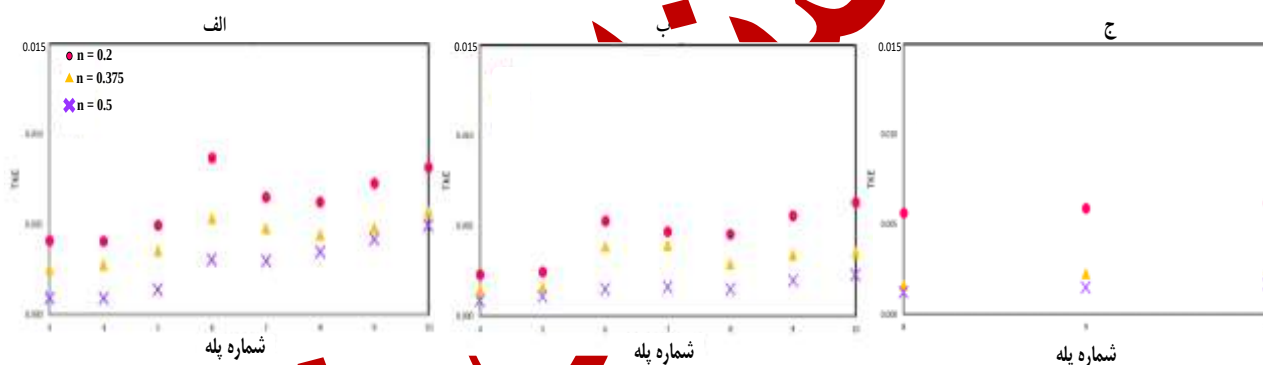
بر پایه داده های مشاهده شده هر نه شبیه سازی، همبستگی تجربی زیر با روش کمترین مربعات در فضای لگاریتمی برآش شد که اثر ضریب تخلخل را به صورت صریح در برآورد طول ناحیه هوادهی نشده سرریزهای پلکانی توری سنگی وارد می کند. با توجه به تعداد محدود نقاط، این رابطه به عنوان همبستگی مجموعه داده عددی حاضر معرفی می شود و نه رابطه ای با قابلیت پیش بینی عمومی:

$$L_i/k_s = 2.069 \cdot n^{-0.280} \cdot F^{*1.279} \quad (\text{رابطه ۱۳})$$

این رابطه با ضریب تعیین 0.998 ، ریشه میانگین مربعات خطای 0.026 متر و میانگین قدرمطلق درصد خطای $2/7$ درصد داده‌ها را بازتولید می‌کند. توان منفی تخلخل بیانگر آن است که با متخلخل تر شدن بسته، ضخامت مؤثر لایه مرزی سریع‌تر رشد می‌کند و هوادهی زودتر آغاز می‌شود. در رابطه 13 ، L_i طول ناحیه هوادهی نشده (متر)، k_s زبری مشخصه پله (متر)، n ضریب تخلخل و F^* عدد فرود زبری است؛ دامنه اعتبار رابطه $0.2 \leq n \leq 0.5$ و $0.62 \leq F^* \leq 3.9$ و شیب $26/57$ درجه است.

۵-۳. اثر تخلخل بر انرژی جنبشی آشفته‌گی

انرژی جنبشی آشفته‌گی حساس‌ترین کمیت به تغییر تخلخل بود. با افزایش تخلخل از 0.375 به 0.5 ، میانگین آن در دبی‌های 0.018 ، 0.037 و 0.114 مترمکعب بر ثانیه به ترتیب $40/0$ ، $45/5$ و $30/3$ درصد کاهش و با کاهش تخلخل به 0.2 به ترتیب $32/1$ ، $33/2$ و $63/9$ درصد افزایش یافت. روند طولی نوسانی اما در مجموع صعودی است. بیشترین تغییرات در رژیم ریزشی به پله‌های بالادست مربوط است؛ در پله سوم و دبی 0.018 مترمکعب بر ثانیه، کاهش تخلخل تا 0.2 این کمیت را $37/8$ درصد افزایش و افزایش تخلخل تا 0.5 آن را $63/5$ درصد کاهش داد. شکل ۶ نشان می‌دهد کاهش تخلخل مقاومت درونی بسته را افزایش می‌دهد، سهم بیشتری از جریان را به مسیر روگذر می‌راند و گردابه‌های حفره پلکان را تقویت می‌کند؛ تقویت این گردابه‌ها هم‌زمان تولید آشفته‌گی، محبوس‌سازی هوا و اتلاف انرژی را افزایش می‌دهد - هم‌خوان با گزارش‌های پیشین درباره جریان روی سازه‌های متخلخل (Leu et al., 2008).



شکل ۶. توزیع انرژی جنبشی آشفته‌گی در طول سرریز: (الف) دبی 0.018 ، (ب) 0.037 و (ج) 0.114 مترمکعب بر ثانیه

۴. بحث

رابطه معکوس میان تخلخل و نرخ استهلاك انرژی در ادبیات موضوع اجماع کاملی ندارد. یافته حاضر با کمترین استهلاك انرژی سرریز توری‌سنگی نسبت به نمونه نفوذناپذیر (Wüthrich and Chanson, 2014)، با نصف شدن ضریب اصطکاک در حضور کابین Zhang (and Chanson, 2016) و با یافته عزیزی و همکاران (۱۳۸۷) هم‌راستا است؛ در مقابل، گزارش شده افزایش تخلخل در بازه 38 تا 42 درصد استهلاك انرژی را افزایش می‌دهد (Rajaei et al., ۲۰۲۰; Khatibi et al., ۲۰۱۴). سه عامل منشأ این ناسازگاری به نظر می‌رسند: گستره تخلخل بررسی شده (بازه 4 تا 5 درصدی در برابر بازه 30 درصدی پژوهش حاضر)؛ تفاوت در تعداد پله و شیب، چنان‌که در مدل‌های یک تا سه پله اثر افزایشی پله سوم کمتر از پله دوم گزارش شده (Rajaei et al., ۲۰۲۰)؛ و تفاوت در نحوه محاسبه بار باقی‌مانده. شاهد مستقل در تأیید یافته حاضر، گزارش همان هندسه ده پله با شیب $26/6$ درجه است که در آن افزایش نشت، عمق جریان روی پله را 8 تا 10 درصد کاهش و طول ناحیه هوادهی نشده را به‌طور میانگین 12 درصد کوتاه می‌کند (Daneshfaraz et al., ۲۰۲۶).

با توجه به گستره تخلخل و پیوستگی روند در هر سه رژیم، رابطه معکوس رفتار غالب در بازه ۰/۲ تا ۰/۵ پیشنهاد می‌شود، اما بررسی بازه باریک ۰/۳۵ تا ۰/۴۵ با گام‌های ریزتر ضروری است.

از منظر کاربردی، نتایج یک توازن طراحی روشن را آشکار می‌کند. کاهش تخلخل - که در عمل با ریزتر کردن دانه‌بندی یا فشردگی بیشتر مصالح حاصل می‌شود - هم‌زمان استهلاک انرژی و هوادهی را بهبود و ابعاد حوضچه آرامش پایین‌دست را کاهش می‌دهد. در مقابل، تخلخل کمتر ظرفیت زهکشی و توان تخلیه فشار آب حفراهی را کم، خطر گرفتگی رسوبی را زیاد (حسینان و همکاران، ۱۴۰۲) و بار وارد بر توری فلزی را بیشتر می‌کند؛ این سه پیامد در پژوهش حاضر شبیه‌سازی نشده‌اند و بر پایه ادبیات موضوع به‌عنوان پیامدهای عملی محتمل مطرح می‌شوند. بر پایه کشسانی‌های جدول ۹، این توازن در سیلاب‌های کوچک و متوسط معنادار است؛ در سیلاب طرح که رژیم غیرریزشی حاکم می‌شود، بهبود عملکرد هیدرولیکی حاصل از کاهش تخلخل به کمتر از ۸ درصد محدود می‌ماند و بعید است هزینه‌های جانبی آن را توجیه کند.

محدودیت‌های پژوهش نیز باید صریح بیان شود. نخست، تخلخل و قطر مؤثر سنگدانه هم‌زمان تغییر کرده‌اند و اثر خالص هر یک تفکیک نشده است. دوم، عدد رینولدز در کوچک‌ترین دبی حدود $10^4 \times 3.5$ است که کمتر از آستانه پیشنهادی برای صرف‌نظر از اثرات مقیاس است؛ تعمیم نتایج رژیم ریزشی به نمونه اصلی باید با احتیاط انجام شود. سوم، ضریب ورود هوا (۰/۵) مقدار پیش‌فرض نرم‌افزار است و حساسیت‌سنجی روی آن انجام نشده است. چهارم، هیچ معیار کمی گردابه‌شناسی استخراج نشده و توصیف الگوی گردش در حفرة پلکان کیفی است. پنجم، ضریب اینرسی فورسهایمر همسانگرد وارد شده است. ششم، تنها یک شیب، یک هندسه پله و یک آرایش بسته توری سنگ بررسی شده است.

۵. نتیجه‌گیری و پیشنهادها

در این پژوهش، جریان دوفازی آب-هوا روی یک سرریز پلکانی توری‌سنگی دپله با شیب ۲۶/۵۷ درجه، در نه سناریوی حاصل از ترکیب سه دبی و سه ضریب تخلخل، با نرم‌افزار Flow-3D شبیه‌سازی و اثر تخلخل بر پنج شاخص هیدرولیکی کمی‌سازی شد. مهم‌ترین یافته‌ها عبارت‌اند از:

۱. افزایش توأم تخلخل و قطر مؤثر سنگدانه - که نفوذپذیری ذاتی بسته را افزایش می‌دهد - با هر پنج شاخص رابطه معکوس دارد. با افزایش تخلخل از ۰/۳۷۵ به ۰/۵، نرخ استهلاک انرژی، سرعت متوسط، غلظت هوا، طول ناحیه هوادهی‌شده و انرژی جنبشی آشفتگی به ترتیب تا ۲۱/۸، ۲۲/۵، ۱۴/۶، ۱۷/۱ و ۴۵/۵ درصد کاهش و با کاهش تخلخل به ۰/۲ تا ۰/۲۵، ۲۰/۳، ۱۱/۸، ۲۳/۴ و ۶۳/۹ درصد افزایش یافت؛ حدود ۸۷ درصد این تغییر ناشی از تخلخل و ۱۳ درصد ناشی از قطر است.

۲. شدت اثر تخلخل به شدت وابسته به رژیم جریان است و از رژیم ریزشی به غیرریزشی به‌طور یکساخت کاهش می‌یابد؛ برای نرخ استهلاک انرژی، این اثر از ۲۵/۴۵ درصد در رژیم ریزشی به ۷/۶۱ درصد در رژیم غیرریزشی تنزل می‌کند.

۳. تحلیل حساسیت نشان داد انرژی جنبشی آشفتگی با کشسانی میانگین ۱/۰۴ حساس‌ترین و غلظت هوای متوسط با ۰/۲۷ کم‌حساس‌ترین شاخص نسبت به تخلخل است.

۴. همبستگی تجربی بی‌بعدی برای طول ناحیه هوادهی‌نشده بر حسب ضریب تخلخل و عدد فرود زبری ارائه شد که در اعتبارسنجی متقاطع یکی-بیرون، ضریب تعیین پیش‌بین ۰/۹۹۴ و میانگین قدرمطلق درصد خطای ۴/۳ درصد دارد و برای نخستین بار تخلخل را صریحاً در برمی‌گیرد. با توجه به تعداد محدود نقاط، این رابطه به‌عنوان همبستگی مجموعه داده عددی حاضر معرفی می‌شود و پیش از کاربرد طراحی نیازمند اعتبارسنجی مستقل است.

۵. با افزایش تخلخل، سطح آزاد جریان صاف‌تر، ابعاد گردابه‌های بین پلکان - بر پایه مشاهده کیفی خطوط جریان - کوچک‌تر و نقطه شروع هوادهی به تاج سرریز نزدیک‌تر می‌شود.

از منظر مهندسی، در گستره آزموده شده (۰/۲ تا ۰/۵) روند همه شاخص ها یکنواخت و نزولی بود؛ بنابراین در این بازه تخلخل کمتر عملکرد هیدرولیکی بهتری می دهد. با این حال از سه سطح آزموده شده نمی توان وجود یا نبود مقدار بهینه را نتیجه گرفت و با توجه به گزارش روند معکوس در بازه باریک ۰/۳۸ تا ۰/۴۲ (Khatibi et al., ۲۰۱۴)، بررسی بازه با گام ۰/۰۵ ضروری است. برای پژوهش های آتی پیشنهاد می شود: (۱) تخلخل و قطر سنگدانه مستقل تغییر داده شوند؛ (۲) نسبت دبی درون گذر به کل کمی استخراج شود؛ (۳) گستره تخلخل با گام ریزتر پوشش یابد؛ (۴) شیب های تندتر و هندسه های استخری و همپوشان آزموده شوند؛ و (۵) مدل های آشفته گردابه بزرگ به کار روند.

منابع

- حسینیان، ساناز؛ پیرزاده، بهاره؛ رجایی، حسین و شفاعی بجستان، محمود (۱۴۰۲). مدل سازی فیزیکی هیدرولیک جریان سرریزهای پلکانی گابیونی با انسداد بالادست. *هیدرولیک*، ۱۸ (۲)، ۸۷-۹۹.
- رزم آرا، سعید و منصوری، عباس (۱۳۹۷). بررسی عامل های مؤثر بر استهلاک انرژی سرریزهای پلکانی. *مهندسی آب*، ۴ (۳)، ۱۸۷-۱۹۸.
- سلاجقه، سیروس و مرندي، مرتضی (۱۳۹۹). اثر ویژگی های دانه های گابیون بر خصوصیات جریان. *ششمین همایش و نمایشگاه سد و تونل ایران*، ۲۳-۲۴ بهمن، تهران، ایران.
- سلماسی، فرزین و فرسادی زاده، داود (۱۳۹۰). بررسی آزمایشگاهی انرژی جریان از روی سرریز گابیونی پله ای. *دانش آب و خاک*، ۲۱ (۴)، ۱۶۴-۱۵۲.
- شمسائی، ابوالفضل و پاک نهدال، فرهاد (۱۳۸۴). *هیدرولیک شوت ها و سرریزهای پلکانی*. چاپ اول. تهران: مؤسسه انتشارات علمی دانشگاه صنعتی شریف.
- عزیزی، اصغر؛ مفتاح هلقی، مهدی؛ تبارحمدي، ضیاءالدین و گلمائی، حسین (۱۳۸۷). بررسی تأثیر تخلخل مصالح مورد استفاده بر افت انرژی جریان در سرریزهای پلکانی گابیونی. *علوم کشاورزی و منابع طبیعی*، ۱۵ (۱)، ۱۵۸-۱۵.
- فاضلی، میثم و عادل، امیر (۱۳۹۸). بررسی تأثیر قطر سنگدانه ها در افت انرژی سرریزهای پلکانی گابیونی. *هجدهمین کنفرانس هیدرولیک ایران*، ۱-۲ بهمن، دانشگاه تهران، تهران، ایران.
- ناصری، راضیه و کاشفی پور دزفولی، سید محمود (۱۴۰۱). اثر تخلخل سرریز پلکانی گابیونی بر افت انرژی و مشخصات پرش هیدرولیکی پایین دست سرریز. *علوم و مهندسی آبیاری*، ۴۵ (۱)، ۱۷-۱.

References

- Azizi, A., Meftah Halaghi, M., Tabar Ahmadi, Z., & Golmaei, H. (2008). Investigation of the effect of porosity of the materials used on flow energy loss in gabion stepped spillways. *Journal of Agricultural Sciences and Natural Resources*, 15(1), 150–158. (In Persian).
- Bayon, A., Toro, J. P., Bombardelli, F. A., Matos, J., & López-Jiménez, P. A. (2018). Influence of VOF technique, turbulence model and discretization scheme on the numerical simulation of the non-aerated, skimming flow in stepped spillways. *Journal of Hydro-environment Research*, 19, 137–149.
- Biabani, R., Salmasi, F., Nouri, M., & Abraham, J. (2022). Flow over embankment gabion weirs in free flow conditions. *Journal of Hydro-environment Research*, 44, 65–76.

Boes, R. M., & Hager, W. H. (2003). Hydraulic design of stepped spillways. *Journal of Hydraulic Engineering*, 129(9), 671–679.

Chanson, H. (2002). *The hydraulics of stepped chutes and spillways*. Lisse: Balkema.

Chanson, H., & Toombes, L. (2002). Air–water flows down stepped chutes: Turbulence and flow structure observations. *International Journal of Multiphase Flow*, 28(11), 1737–1761.

Daneshfaraz, R., Ghaderi, A., Sadeghi, H., Mohammadnezhad, H., & Abraham, J. P. (2026). Hydraulic behavior and dissipation of energy in stepped spillways with gabion steps. *Water Resources Management*, 40(8), 352.

Daneshfaraz, R., Sadeghi, H., Ghaderi, A., & Abraham, J. P. (2024). Characteristics of hydraulic jump and energy dissipation in the downstream of stepped spillways with rough steps. *Flow Measurement and Instrumentation*, 96, 102506.

Ergun, S. (1952). Fluid flow through packed columns. *Chemical Engineering Progress*, 48(2), 89–94.

Farooq, U., Li, S., & Yang, J. (2024). Numerical analysis of flow characteristics and energy dissipation on flat and pooled stepped spillways. *Water*, 16(18), 2600.

Fazeli, M., & Adel, A. (2019). Investigation of the effect of aggregate diameter on energy loss of gabion stepped spillways. *18th Iranian Hydraulic Conference*, 21–22 January, University of Tehran, Tehran, Iran. (In Persian).

Flow Science Inc. (2023). *FLOW-3D user manual, version 12.0*. Santa Fe: Flow Science Inc.

Ghaderi, A., & Abbasi, S. (2021). Experimental and numerical study of the effects of geometric appendance elements on energy dissipation over stepped spillway. *Water*, 13(7), 957.

Ghaderi, A., Abbasi, S., & Di Francesco, S. (2021). Numerical study on the hydraulic properties of flow over different pooled stepped spillways. *Water*, 13(5), 710.

Güven, A., & Mahmood, A. H. (2021). Numerical investigation of flow characteristics over stepped spillways. *Water Supply*, 21(3), 1344–1355.

Hassanian, S., Pirzadeh, B., Rajaei, H., & Shafai Bejestan, M. (2023). Physical modelling of flow hydraulics of gabion stepped spillways with upstream blockage. *Journal of Hydraulics*, 18(2), 87–99. (In Persian).

Hilo, A. N., & Lafta, B. S. (2019). Numerical study for improving energy dissipation over stepped spillway by using different configurations on steps. *12th International Conference on the Developments in eSystems Engineering (DeSE)*, 7–10 October, Kazan, Russia, 421–428.

Hirt, C. W. (2003). Modeling turbulent entrainment of air at a free surface. *Flow Science Technical Note FSI-03-TN61*. Santa Fe: Flow Science Inc.

Hirt, C. W., & Nichols, B. D. (1981). Volume of fluid (VOF) method for the dynamics of free boundaries. *Journal of Computational Physics*, 39(1), 201–225.

Jahad, U. A., Chabuk, A., Al-Ameri, R., Majdi, H. S., Majdi, A., Al-Ansari, N., & Abed, S. A. (2024). Flow characteristics and energy dissipation over stepped spillway with various step geometries: Case study (steps with curve end sill). *Applied Water Science*, 14(3), 60.

- Kaouachi, A., Carvalho, R. F., Benmamar, S., & Gafsi, M. (2019). Numerical assessment of the inception point in different stepped spillway configurations. *Arabian Journal of Geosciences*, 12(18), 564.
- Kaouachi, A., Carvalho, R. F., Lopes, P., Benmamar, S., & Gafsi, M. (2021). Numerical investigation for alternating skimming properties flow over a stepped spillway. *Water Supply*, 21(7), 3837–3859.
- Khatibi, R., Salmasi, F., Ghorbani, M. A., & Asadi, H. (2014). Modelling energy dissipation over stepped-gabion weirs by artificial intelligence. *Water Resources Management*, 28(7), 1807–1821.
- Launder, B. E., & Spalding, D. B. (1974). The numerical computation of turbulent flows. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 3(2), 269–289.
- Leu, J. M., Chan, H. C., & Chu, M. S. (2008). Comparison of turbulent flow over solid and porous structures mounted on the bottom of a rectangular channel. *Flow Measurement and Instrumentation*, 19(6), 331–337.
- Li, S., Li, Q., & Yang, J. (2019). CFD modelling of a stepped spillway with various step layouts. *Mathematical Problems in Engineering*, 2019, 6215739.
- Mikalsen, L. M., Thorsen, K. H., Bor, A., & Lia, L. (2024). Investigation of improved energy dissipation in stepped spillways applying bubble image velocimetry. *Water*, 16(17), 2432.
- Mohammad Rezapour Tabari, M., & Tavakoli, S. (2016). Effects of stepped spillway geometry on flow pattern and energy dissipation. *Arabian Journal for Science and Engineering*, 41(4), 1215–1224.
- Naseri, R., & Kashefipour Dezfouli, S. M. (2022). Effect of porosity of gabion stepped spillway on energy loss and hydraulic jump characteristics downstream of the spillway. *Irrigation Sciences and Engineering*, 45(1), 1–17. (In Persian).
- Parsaie, A., Shareef, S. J. S., Haghiabi, A. H., Irzooki, R. H., & Khalaf, R. M. (2022). Numerical simulation of flow on circular crested stepped spillway. *Applied Water Science*, 12(9), 215.
- Peyras, L., Royet, P., & Degoutte, G. (1992). Flow and energy dissipation over stepped gabion weirs. *Journal of Hydraulic Engineering*, 118(5), 707–717.
- Pfister, M., & Chanson, H. (2014). Two-phase air-water flows: Scale effects in physical modeling. *Journal of Hydrodynamics*, 26(2), 291–298.
- Qian, Z., Hu, X., Huai, W., & Amador, A. (2009). Numerical simulation and analysis of water flow over stepped spillways. *Science in China Series E: Technological Sciences*, 52(7), 1958–1965.
- Rajaei, S. H., Khodashenas, S. R., & Esmaili, K. (2020). Comparative evaluation of energy dissipation over short stepped gabion and rigid spillways. *Journal of Hydraulic Research*, 58(2), 262–273.
- Razmara, S., & Mansori, A. (2018). Investigation of effective factors on energy dissipation of stepped spillways. *Water Engineering*, 4(3), 187–198. (In Persian).
- Reeve, D. E., Zuhaira, A. A., & Karunarathna, H. (2019). Computational investigation of hydraulic performance variation with geometry in gabion stepped spillways. *Water Science and Engineering*, 12(1), 62–72.
- Salajegheh, S., & Marandi, M. (2020). The effect of the characteristics of gabion grains on flow properties. *6th Iranian Dam and Tunnel Conference*, 12–13 February, Tehran, Iran. (In Persian).

- Salmasi, F., & Farsadizadeh, D. (2011). Experimental study of flow energy over gabion stepped spillway. *Journal of Water and Soil Science*, 21(4), 152–164. (In Persian).
- Salmasi, F., & Samadi, A. (2018). Experimental and numerical simulation of flow over stepped spillways. *Applied Water Science*, 8, 229.
- Salmasi, F., Chamani, M. R., & Farsadizadeh, D. (2012). Experimental study of energy dissipation over stepped gabion spillways with low heights. *Iranian Journal of Science and Technology, Transactions of Civil Engineering*, 36(C2), 253–264.
- Salmasi, F., Sabahi, N., & Abraham, J. (2021). Discharge coefficients for rectangular broad-crested gabion weirs: Experimental study. *Journal of Irrigation and Drainage Engineering*, 147(3), 04021001.
- Shamsai, A., & Paknahal, F. (2005). *Hydraulics of chutes and stepped spillways*. 1st Edition. Tehran: Sharif University of Technology Scientific Publication Institute. (In Persian).
- Sharma, A. K., & Jhamnani, B. (2026). Experimental and soft computing analysis of hydraulic performance in gabion stepped spillways: A comparative study. *Proceedings of the National Academy of Sciences, India Section A: Physical Sciences*, 96, 1–15.
- Shokri Kaveh, M., Salmasi, F., Abraham, J., & Abbaspour, A. (2026). Numerical study of energy dissipation and flow aeration on flat-stepped spillways. *ISH Journal of Hydraulic Engineering*, 32(1), 192–214.
- Souli, H., Ahattab, J., & Bensallam, S. (2024). Influence of a modified weir profile on velocity field and dissipation rate in stepped spillways: A comparative study using physical models and computational fluid dynamics. *Journal of Applied Fluid Mechanics*, 17(9), 1874–1884.
- Wüthrich, D., & Chanson, H. (2014). Hydraulics, air entrainment, and energy dissipation on a gabion stepped weir. *Journal of Hydraulic Engineering*, 140(9), 04014046.
- Yalcin, E. E., Ikinciogullari, E., & Kaya, N. (2023). Comparison of turbulence methods for a stepped spillway using computational fluid dynamics. *Iranian Journal of Science and Technology, Transactions of Civil Engineering*, 47(6), 3895–3911.
- Zhang, G., & Chanson, H. (2016). Gabion stepped spillway: Interactions between free-surface, cavity, and seepage flows. *Journal of Hydraulic Engineering*, 142(5), 06016002.
- Zuhaira, A. A., Al-Hamd, R. K. S., Alzabeebee, S., & Cunningham, L. S. (2021). Numerical investigation of skimming flow characteristics over non-uniform gabion-stepped spillways. *Innovative Infrastructure Solutions*, 6(4), 225.

3D Numerical Simulation of the Combined Effect of Porosity and Aggregate Size on Energy Dissipation, Aeration, and Flow Turbulence Field in Gabion Stepped Spillways

ABSTRACT

This study investigates two-phase air–water flow over a ten-step gabion stepped spillway with a 26.57° slope using Flow-3D, the k – ε turbulence model, Forchheimer equations for porous media, and an air entrainment solver. The numerical model was calibrated against Wüthrich and Chanson's (2014) experimental data. A cell size of 0.012 m, comprising 1,477,056 cells, was selected as the optimal mesh, achieving an R^2 of 0.954 and an RMSE of 0.15. Nine simulations were performed using three discharge rates (0.018, 0.037, and $0.114 \text{ m}^3/\text{s}$), representing nappe, transition, and skimming flow regimes, respectively, and three porosities (0.20, 0.375, and 0.50). Because porosity and effective aggregate diameter were varied simultaneously, permeability changes were attributed approximately 87% to porosity and 13% to aggregate diameter. Increasing permeability enhanced interflow and reduced overflow, weakening momentum flux, cavity vortices, and surface turbulent kinetic energy, which drives air entrainment. Increasing porosity from 0.375 to 0.50 reduced energy dissipation, mean velocity, mean air concentration, and turbulent kinetic energy by up to 21.8%, 22.5%, 14.6%, and 45.5%, respectively. These effects were strongest in nappe flow and weakest in skimming flow. Turbulent kinetic energy was the most sensitive parameter, while air concentration was the least sensitive. Finally, a new empirical correlation for un-aerated flow length achieved a predictive R^2 of 0.994 and a mean absolute percentage error of 4.3%.

Keywords: Air concentration, Energy dissipation, Gabion stepped spillway, Porosity, Turbulent kinetic energy.

EXTENDED ABSTRACT

Introduction

Stepped spillways convert a large fraction of a flood's kinetic energy into turbulence along the chute, so the downstream stilling basin can be reduced or eliminated. Replacing the impervious steps with gabion baskets — wire cages filled with graded rock — adds practical advantages, at the cost of hydraulic complexity: the discharge splits into a through-flow component that percolates within the porous matrix and an overflow component that passes over the step edges, and their interaction reshapes the cavity vortices, displaces the inception point of self-aeration and governs the rate of energy dissipation.

Research on impervious stepped spillways has produced clear quantitative benchmarks: geometric appendage elements raised energy dissipation by 3.2% (Ghaderi and Abbasi, 2021); differences between flat and pooled layouts range from 5.4% (Li et al., 2019) to 34.7% (Farooq et al., 2024); curved end sills gave a 10.5% gain at the same 26.6° slope used here (Jahad et al., 2024); and splitters gave a 7% gain (Mikalsen et al., 2024).

Evidence on gabion chutes is both sparser and less consistent. Lower energy dissipation and roughly half the friction factor were found for the gabion structure relative to its impervious counterpart (Wüthrich and Chanson, 2014; Zhang and Chanson, 2016), whereas the opposite was reported for short one-to-three-step models (Rajaei et al., 2020). Almost all of these studies varied porosity within the narrow band of 0.35–0.45, too small a range to reveal the shape of the response function. Air concentration — which controls sidewall height and the cavitation safety margin — has never been quantified as a function of porosity, and most studies are experimental or two-dimensional, so the velocity, air concentration and turbulence fields have not been retrieved simultaneously.

Objective

The objective of this study is to simulate three-dimensional two-phase air–water flow over a gabion stepped spillway and to quantify the effect of the porosity coefficient on five indicators: velocity profile, mean air concentration, rate of energy dissipation, non-aerated length and turbulent kinetic energy — addressing the direction and magnitude of the effect, whether it is identical across the nappe, transition and skimming regimes, and which indicator is the most sensitive.

Materials and Methods

The numerical model reproduces the physical facility of Wüthrich and Chanson (2014): a 1.0 m high, 0.52 m wide chute with ten steps of 0.1 m height and 0.2 m length, giving a slope of 26.57° (1V:2H); ten prismatic blocks of $0.30 \times 0.52 \times 0.10 \text{ m}$ were defined as a separate porous component. The Reynolds-averaged Navier–Stokes equations were discretised with the fractional area/volume obstacle representation method, the free surface was tracked with the volume-of-fluid technique (Hirt and Nichols, 1981), and closure used the two-equation k – ε model. Flow inside the baskets is non-Darcian and was represented by the Forchheimer relation; air entrainment was computed with the air-entrainment solver (Hirt, 2003) together with the density-evaluation and drift-flux models. Because porosity and effective grain diameter were varied together, an analytical decomposition of the intrinsic permeability was performed: 87% of the 71-fold permeability change is attributable to porosity and 13% to grain diameter.

Four cell sizes (0.020, 0.015, 0.012 and 0.010 m, i.e. 310,500 to 2,944,362 cells) were compared against measured velocity and air-concentration profiles at the edges of steps 8 to 10. The relative change of the velocity RMSE between successive refinements at step

10 was 37.5%, 15.0% and 5.9%, indicating that the solution had entered the asymptotic range, so a cell size of 0.012 m was adopted. Of the three closures compared, $k-\epsilon$ and $k-\omega$ performed essentially identically (R^2 difference below 0.002) and only the renormalization-group model was clearly inferior, so $k-\epsilon$ was selected for consistency with the literature on the target quantities (Yalcin et al., 2023). The porous-medium coefficients were validated indirectly: the computed through-flow capacity of 0.0141 m²/s is 1.47 times the threshold below which all flow passes through the gabions.

Nine runs were performed: three control runs at the reference porosity of 0.375 and six main runs at porosities of 0.20 and 0.50. The discharges of 0.018, 0.037 and 0.114 m³/s correspond to relative critical depths dc/h of 0.50, 0.80 and 1.70 and to roughness Froude numbers F^* of 0.62, 1.27 and 3.91, confirming nappe, transition and skimming conditions. A dimensionless elasticity index — the relative change of an indicator divided by the relative change of porosity — was introduced to rank the five indicators on a common basis.

Results and Discussion

All five indicators decreased monotonically with increasing porosity, in every flow regime. Raising the porosity from 0.375 to 0.50 reduced the rate of energy dissipation by 21.8%, 20.1% and 10.5% at discharges of 0.018, 0.037 and 0.114 m³/s; the mean velocity by 22.5%, 20.4% and 8.9%; the mean air concentration by 14.6%, 9.5% and 10.6%; the non-aerated length by 7.0%, 8.0% and 17.1%; and the turbulent kinetic energy by 40.0%, 45.5% and 30.3%. Lowering the porosity to 0.20 produced increases of comparable magnitude, up to 25.5% for energy dissipation and 63.9% for turbulent kinetic energy.

A single causal chain explains these observations. Porosity sets the hydraulic resistance of the basket and therefore the ratio of through-flow to overflow; a Forchheimer-based estimate gives through-flow shares of 13.7%, 27.8% and 39.6% in the nappe regime but only 2.2%, 4.4% and 6.3% in the skimming regime for porosities of 0.20, 0.375 and 0.50. This ratio controls the strength of the vortices trapped in the step cavities, which simultaneously determines the turbulent kinetic energy, the momentum transfer to the boundary — hence the energy dissipation — and the capacity of the free surface to entrain air. Independent support comes from an identical ten-step 26.6° geometry in which seepage reduced the step flow depth by 8–10% and shortened the non-aerated length by about 12% (Daneshfaraz et al., 2026). The lower air concentration is not necessarily adverse for low-head structures: the cavitation index remains far above the damage threshold and the required sidewall height falls by about 9%; the main penalty is a loss of re-oxygenation capacity.

The sensitivity analysis produced a clear ranking. Turbulent kinetic energy is the only indicator whose elasticity exceeds unity (mean 1.04), making it the most diagnostic quantity for monitoring porosity effects. Energy dissipation and mean velocity follow with mean elasticities of 0.43 and 0.41, and mean air concentration is the least responsive (0.27). Except for turbulent kinetic energy, the elasticity of every indicator falls monotonically as the discharge increases; for energy dissipation it drops from 0.60 in the nappe regime to 0.24 in the skimming regime.

Finally, an empirical dimensionless correlation for the non-aerated length was fitted to the observed data of all nine runs by least squares in logarithmic space: $Li/ks = 2.069n^{(-0.280)}F^{*(1.279)}$, with $R^2 = 0.998$, RMSE = 0.026 m and a mean absolute percentage error of 2.7%. Leave-one-out cross-validation gave a predictive R^2 of 0.994 and a mean absolute percentage error of 4.3%, and bootstrap confidence intervals exclude zero for both exponents. The negative exponent on porosity indicates that a more permeable basket brings the onset of aeration closer to the crest. The correlation is valid for $0.20 \leq n \leq 0.50$, $0.62 \leq F^* \leq 3.91$ and a slope of 26.57°.

Conclusions

Porosity is an effective design variable for gabion stepped spillways, but only within a limited operational window. Reducing basket porosity simultaneously improves energy dissipation, aeration and turbulence generation, and therefore reduces the required stilling-basin dimensions. However, the benefit collapses as the discharge grows: in the skimming regime of the design flood the hydraulic gain remains below about 8%, unlikely to justify the penalties of reduced drainage capacity, greater risk of sediment clogging and higher load on the wire mesh. Every trend was monotonic within the tested range, but three levels cannot establish whether an optimum exists.

Several limitations should be noted. Porosity and effective grain diameter were varied simultaneously, so the reported effect is strictly their combined effect; the Reynolds number at the smallest discharge (3.5×10^4) is below the threshold usually recommended for neglecting scale effects; the air-entrainment coefficient was left at its default value; no quantitative vortex-identification criterion was extracted; and the Forchheimer inertial coefficient was entered as an isotropic scalar. Future work should decouple porosity from grain size, extract the through-flow ratio explicitly, refine the porosity increment to about 0.05, and extend the study to steeper slopes and pooled geometries.