



Probabilistic Analysis of Land Subsidence Caused by Groundwater Extraction under Unsteady Conditions in Fine-Grained Soils

Maryam Nejati Kalashami¹ | Amir Malekpour Estalaki^{2✉} | Behnam Shafiei Sabet³

1. Department of Water Engineering, Faculty of Agricultural Sciences, University of Guilan, Rasht, Iran. E-mail:

maryamn2505@gmail.com

2. Corresponding Author, Department of Water Engineering, Faculty of Agricultural Sciences, University of Guilan, Rasht, Iran. E-mail: malekpour@guilan.ac.ir

3. Department of Water Engineering, Faculty of Agricultural Sciences, University of Guilan, Rasht, Iran. E-mail:

shafiei@guilan.ac.ir

Article Info

Article type: Research Article

Article history:

Received: Dec. 1, 2025

Revised: Jan. 30, 2026

Accepted: Feb. 7, 2026

Published online: March. 2026

Keywords:

Consolidation settlement,

Copula,

Influence function,

Pumping,

Uncertainty

Land subsidence, as a consequence of the excessive groundwater extraction, poses a serious threat to infrastructure and environment. In the current research, the land subsidence caused by groundwater withdrawal was investigated and modeled using a probabilistic analysis approach. A computer program was developed in MATLAB based on the modified Budryk–Knothe influence function and several copula functions were employed to model the dependence among input parameters. Given the significance of incorporating uncertainty in subsidence modeling, two approaches were considered and compared including the application of temporal random variables and the random variables related to mechanical soil properties. A case study was conducted in the Foomanat region of Guilan Province, characterized by silty clay soil. The results demonstrated that when the temporal random variables were considered, the variations in the range of calculated subsidence gradually decreased over time, indicating a more stable subsidence model. In contrast, incorporating the uncertainties associated with mechanical soil properties led to an increased scattering in subsidence values with time. Accordingly, the findings suggest that for short-term subsidence assessments, greater emphasis should be placed on soil mechanical properties, whereas temporal uncertainties become more dominant in long-term analyses. Generally, for the silty clay soil of the study area, the Frank copula was identified as the most appropriate function for modeling the joint probability distributions when the temporal random variables and random soil properties are considered.

Cite this article: Nejati Kalashami, M., Malekpour Estalaki, A., & Shafiei Sabet, B. (2025). Probabilistic analysis of land subsidence caused by groundwater extraction under unsteady conditions in fine-grained soils, *Iranian Journal of Soil and Water Research*, 57 (1), 21-388. <https://doi.org/10.22059/ijswr.2026.407325.670062>

© The Author(s).

Publisher: University of Tehran Press.

DOI: <https://doi.org/10.22059/ijswr.2026.407325.670062>





EXTENDED ABSTRACT

Introduction

Land subsidence, as one of the most critical consequences of excessive groundwater extraction, poses significant risks to infrastructure, agriculture, and the environment. Given the growing demand for groundwater in recent years, studying and predicting this phenomenon—particularly in vulnerable regions—has become increasingly important. Time plays a pivotal role in subsidence processes and the long-term behavior of soil, and overlooking its impact can lead to less accurate predictions. A thorough analysis of this phenomenon requires accounting for the inherent uncertainties of the influential parameters. A deeper understanding of these uncertainties, along with the role of time, can improve predictive models and contribute to a more effective groundwater resource management in at-risk areas.

Materials and Methods

The objective of this research is to investigate and model the land subsidence resulting from the excessive groundwater extraction using a probabilistic analysis approach. To achieve this goal, a computer program was developed in the MATLAB environment based on a modified influence function. Copula functions were also employed to model the correlations among the input parameters. In the Fumanat region of Guilan province characterized by silty clay soil, given the significance of incorporating uncertainties in subsidence modeling, two distinct sets of variables were examined including temporal random variables and random mechanical soil properties. Additionally, a sensitivity analysis was conducted to identify the most influential soil parameters affecting the subsidence.

Results and Discussion

The results indicated that in the first approach, incorporating the temporal parameters, both the range of variability and the coefficient of variation of subsidence decreased over time. The peak of the probability density function was lowest during the early and mid-periods, which gradually increased in the long term. Analyzing the performance of copula functions revealed that the Gumbel copula exhibited the highest coefficient of variation during short and medium terms, whereas the Clayton and Frank copula provided a lower coefficient of variation. In the second approach, where the uncertainties of soil mechanical properties were investigated, the range of data variability increased over time, while the coefficient of variation remained relatively constant. Moreover, the maximum values of probability density functions showed a descending trend. Comparing the performances of copulas indicated that the Frank copula yielded the lowest coefficients of variation. These results underscore the importance of selecting an efficient copula function in the complex analyses related to land subsidence.

Conclusion

This study provides compelling evidence regarding the significance of considering uncertainties in subsidence models. Since the probabilistic analysis is applied in contexts with a high level of uncertainty, it is recommended that the short-term subsidence investigation is better to focus on mechanical properties of soil, while in the long-term analyses the temporal variables should be more considered. Furthermore, the findings indicate that the Frank copula provides the most appropriate joint probability distributions for both the temporal variables and soil properties.

Funding

This research did not receive any specific grant from funding agencies in the public, commercial, or not-for-profit sectors.

Authorship contribution

All authors contributed equally to the conceptualization of the article and writing of the original and subsequent drafts.

Data availability statement

Data will be available on request from the authors.

Acknowledgements

The authors would like to thank all the people assisted in the present study including experts from the Regional Water Company of Guilan province and deputy for research and technology of the University of Guilan.

Ethical considerations

The authors avoided data fabrication, falsification, and plagiarism, and any form of misconduct.

Conflict of interest

The authors declare no conflict of interest.

تحلیل احتمالاتی فرونشست زمین ناشی از برداشت آب زیرزمینی تحت شرایط غیرماندگار در خاک‌های ریزدانه

مریم نجاتی کلاشمی^۱ | امیر ملک پور اسطلکی^۲ | بهنام شفیعی ثابت^۳۱. گروه مهندسی آب، دانشکده علوم کشاورزی، دانشگاه گیلان، رشت، ایران. رایانامه: maryamnj2505@gmail.com

۲. نویسنده مسئول، گروه مهندسی آب، دانشکده علوم کشاورزی، دانشگاه گیلان، رشت، ایران. رایانامه:

malekpour@guilan.ac.ir۳. گروه مهندسی آب، دانشکده علوم کشاورزی، دانشگاه گیلان، رشت، ایران. رایانامه: shafiei@guilan.ac.ir

چکیده

اطلاعات مقاله

فرونشست زمین به‌عنوان یکی از پیامدهای برداشت بی‌رویه آب‌های زیرزمینی، تهدیدی جدی برای زیرساخت‌ها و محیط‌زیست به‌شمار می‌رود. در این تحقیق، مدل‌سازی فرونشست ناشی از برداشت آب زیرزمینی با استفاده از یک رویکرد تحلیل احتمالاتی انجام شده است. بدین منظور، یک برنامه رایانه‌ای در محیط نرم‌افزار MATLAB بر پایه تابع تأثیر اصلاح‌شده بودریک-کنات توسعه داده شد و برای مدل‌سازی همبستگی میان پارامترهای ورودی، از چندین تابع کاپولا استفاده گردید. در تحقیق حاضر، با توجه به اهمیت نقش عدم قطعیت در فرآیند مدل‌سازی فرونشست، دو رویکرد شامل اعمال عدم قطعیت موجود در متغیرهای زمانی و متغیرهای مرتبط با خصوصیات مکانیکی خاک مورد بررسی و مقایسه قرار گرفت. نتایج مطالعه موردی انجام‌شده در منطقه فومنات استان گیلان با نوع خاک رسی سیلتی نشان داد که در شرایط اعمال عدم قطعیت متغیرهای زمانی، با گذشت زمان دامنه تغییرات فرونشست محاسبه‌شده کاهش یافته و مدل رفتار پایدارتری نشان می‌دهد. در مقابل، با اعمال عدم قطعیت موجود در خصوصیات مکانیکی خاک، افزایش پراکندگی مقادیر فرونشست در طول زمان مشاهده می‌شود. بر این اساس، یافته‌ها بیانگر این است که در ارزیابی‌های کوتاه‌مدت فرونشست باید بیشتر به خصوصیات مکانیکی خاک تأکید گردد، در صورتی که عدم قطعیت‌های مبتنی بر زمان در بلندمدت تأثیر غالب ایفا می‌کنند. به‌طور کلی، نتایج بیانگر آن است که برای خاک رسی سیلتی، تابع کاپولا فرانک مناسب‌ترین توزیع احتمال مشترک در شرایط اعمال عدم قطعیت متغیرهای زمانی و خصوصیات مکانیکی خاک می‌باشد.

نوع مقاله: مقاله پژوهشی

تاریخ دریافت: ۱۴۰۴/۹/۱۰

تاریخ بازنگری: ۱۴۰۴/۱۱/۱۰

تاریخ پذیرش: ۱۴۰۴/۱۱/۱۸

تاریخ انتشار: فروردین ۱۴۰۵

واژه‌های کلیدی:

پمپاژ،

تابع تأثیر،

عدم قطعیت،

کاپولا،

نشست تحکیمی

استناد: نجاتی کلاشمی، مریم؛ ملک پور اسطلکی، امیر؛ و شفیعی ثابت، بهنام (۱۴۰۴). تحلیل احتمالاتی فرونشست زمین ناشی از برداشت آب زیرزمینی تحت شرایط غیرماندگار در خاک‌های ریزدانه. مجله تحقیقات آب و خاک ایران، ۵۷ (۱)، ۲۱-۳۸.

<https://doi.org/10.22059/ijswr.2026.407325.670062>

© نویسندگان.

ناشر: مؤسسه انتشارات دانشگاه تهران.

DOI: <https://doi.org/10.22059/ijswr.2026.407325.670062>

مقدمه

رشد جمعیت و افزایش تقاضا برای تامین آب جهت کاربرد در کشاورزی، صنعت و شرب موجب افزایش برداشت از منابع آب زیرزمینی گردیده است. یکی از پیامدهای محیط‌زیستی برداشت بی‌رویه از این منابع، فرونشست زمین است که عبارتست از کاهش تدریجی یا ناگهانی سطح زمین ناشی از استخراج‌های زیرسطحی و دیگر عوامل انسانی و طبیعی (Galloway and Burbey, 2011). براساس مطالعات انجام‌شده، حدود ۶۰ درصد از فرونشست‌های دنیا به علت برداشت بیش از حد از منابع آب زیرزمینی رخ داده است (Bagheri-Gavkosh et al., 2021). این پدیده علاوه بر آسیب به منابع آب، زیرساخت‌های حیاتی را تهدید کرده، الگوی جریان در سیستم‌های آبی را تغییر می‌دهد و خطر ایجاد سیلاب و شکاف‌های سطحی را افزایش می‌دهد (Budhu and Adiyaman, 2010).

در دهه‌های اخیر، کشورهایی همچون فیلیپین، ایران، کاستاریکا، اندونزی و ازبکستان با بالاترین میانگین نرخ فرونشست زمین مواجه بوده‌اند. این شرایط عمدتاً ناشی از برداشت بی‌رویه منابع آب زیرزمینی و مدیریت غیرپایدار منابع آبی است که موجب تشدید بحران فرونشست شده است (Davydzenka et al., 2024). با توجه به اینکه پیش‌بینی دقیق‌تر این پدیده می‌تواند به کاهش پیامدهای منفی آن و برنامه‌ریزی بهتر برای مدیریت بهره‌برداری از منابع آب زیرزمینی کمک کند، توسعه روش‌های پیش‌بینی فرونشست از اهمیت بالایی برخوردار شده است.

طی دو دهه گذشته، تحقیقات متعددی به بررسی و مدل‌سازی فرونشست زمین پرداخته‌اند که هرکدام جنبه‌های مختلفی از این پدیده را پوشش داده‌اند. برای نمونه، دان و همکاران (Don et al., 2006) با ادغام مدل‌های موجود، مدلی یکپارچه برای پیش‌بینی فرونشست ارائه نموده و نرخ بهینه پمپاژ در دشت شیروئی‌شی ژاپن را تخمین زدند. هانگ و همکاران (Hung et al., 2012) از الگوریتم ژنتیک برای برآورد پارامترهای هیدروژئولوژیکی مدل COMPAC و ارزیابی تحکیم لایه‌های خاک استفاده کردند. چن و همکاران (Chen et al., 2016) با استفاده از روش InSAR به پایش فرونشست در طول زمان و بررسی رابطه بین فرونشست و عوامل تاثیرگذار بر آن پرداختند.

در تحقیق حاضر، از تابع تاثیر به‌عنوان یکی از مدل‌های کارآمد مورد استفاده محققان در سال‌های اخیر برای پیش‌بینی فرونشست ناشی از برداشت آب زیرزمینی استفاده شده است. این روش که ابتدا در بررسی فرونشست ناشی از استخراج معادن بکار رفت (Cai et al., 2015) در زمینه تخمین فرونشست ناشی از برداشت آب زیرزمینی به کار گرفته شد. آن‌ها با فرض شباهت بین استخراج از معادن زیرزمینی و استخراج از آبخوان‌های زیرزمینی و ساده‌سازی پارامترهایی مانند ضخامت استخراج معادل و زاویه کشش، به نتایج قابل قبولی در پیش‌بینی فرونشست عمودی و تغییرشکل‌های افقی دست یافتند. آقاییار و همکاران (۱۳۹۹) با به‌کارگیری داده‌های GIS این مدل را توسعه داده و فرونشست ناشی از پمپاژ متغیر از چند چاه را شبیه‌سازی کردند.

در بسیاری از مطالعات گذشته، مدل‌سازی فرونشست زمین بر پایه مقادیر قطعی پارامترهای ژئوتکنیکی و هیدروژئولوژیکی صورت گرفته است. با این حال، پیچیدگی سیستم‌های زیرسطحی و ماهیت تصادفی بسیاری از متغیرها و همبستگی میان آنها، ضرورت بهره‌گیری از روش‌های تحلیل احتمالاتی مبتنی بر عدم قطعیت متغیرهای موثر را آشکار می‌نماید. این رویکرد در مطالعات مختلف در دهه اخیر در حوزه‌های مهندسی هیدرولیک و آبهای زیرزمینی نیز به کار رفته است (ملک پور و همکاران، ۱۳۹۷؛ ملک پور و همکاران، ۱۳۹۸؛ Choubari et al., 2025). زحمتکش بی‌آزار (۱۳۹۷) از تحلیل احتمالاتی مبتنی بر تئوری بیز در روش تابع تاثیر برای بررسی تأثیر عدم قطعیت هدایت هیدرولیکی خاک بر فرونشست استفاده کرد. نتایج این مطالعه نشان داد که پس از آغاز برداشت آب زیرزمینی، نرخ افزایش شعاع تأثیر فرونشست کمتر از نرخ افزایش عمق فرونشست می‌باشد. از سوی دیگر، امروزه اعمال تاثیر همبستگی میان متغیرهای تصادفی موثر بر فرونشست از اهمیت ویژه‌ای برخوردار گردیده است، که به این منظور در تحقیقات اخیر از توابع کاپولا برای اعمال تاثیر همزمان چند متغیر تصادفی استفاده شده است (ملک پور و همکاران، ۱۴۰۲؛ Sadeghian et al., 2024). این رویکرد امکان انجام تحلیل احتمالاتی با جزئیات بیشتر را فراهم می‌کند و از آن می‌توان برای بررسی سناریوهای پیچیده میان عوامل مختلف و بهبود پیش‌بینی‌ها بهره‌برداری نمود (Sepúlveda-García & Alvarez, 2022). در مطالعه‌ای دیگر، آقایی گیل چالان (۱۴۰۲) همبستگی میان پارامترهای هیدرولیکی و مکانیکی خاک را با توابع کاپولا مدل‌سازی و تأثیر آن را بر میزان فرونشست ارزیابی نمود.

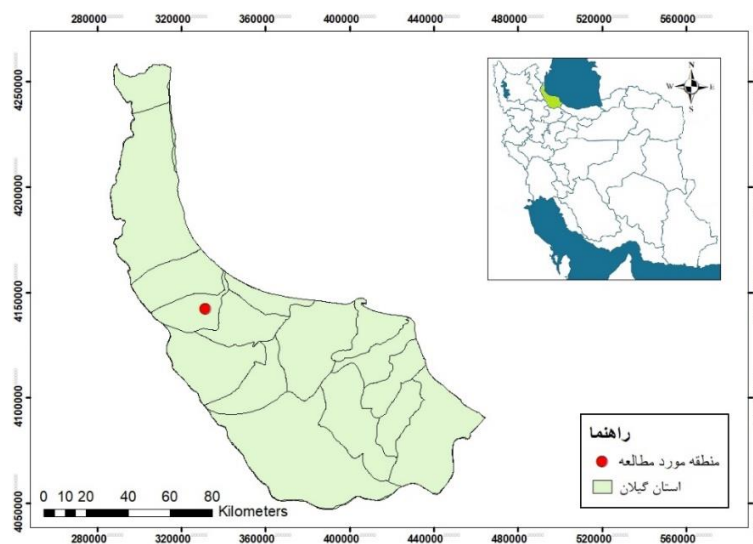
در مهندسی هیدرولیک و ژئوتکنیک بررسی تغییرات زمانی پدیده‌ها همواره دارای اهمیت بوده که برای مثال می‌توان به نقش تغییرات زمانی در حوزه‌هایی همچون مهندسی رودخانه در موضوع آبستگي وابسته به زمان اشاره نمود (کازم پور لارسری و همکاران، ۱۳۹۷). با وجود اینکه فرونشست زمین تحت تاثیر برداشت آب زیرزمینی پدیده‌ای دارای عدم قطعیت و در عین حال وابسته به زمان

می‌باشد، تاکنون تاثیر متغیر زمان به ویژه در چارچوب تحلیل‌های احتمالاتی کمتر مورد توجه قرار گرفته و تحلیل‌های احتمالاتی مبتنی بر عدم قطعیت خصوصیات خاک بوده است. در تحقیق حاضر، با کاربرد شکل نوین تابع تاثیر که دارای ویژگی امکان اعمال متغیرهای تصادفی زمانی می‌باشد، نقش عدم قطعیت عامل زمان در تحلیل احتمالاتی فرونشست لحاظ گردیده و با رویکرد به کار رفته در تحقیقات پیشین که متمرکز بر عدم قطعیت خصوصیات مکانیکی خاک بوده است مقایسه می‌شود. بر این اساس، امکان ارائه مدل واقع‌بینانه‌تری در زمینه پیش‌بینی فرونشست ناشی از برداشت آب زیرزمینی میسر می‌گردد. بخش‌بندی مطالب تحقیق حاضر که در ادامه بیان می‌شوند عبارت است از معرفی منطقه مورد مطالعه، بیان شکل نوین تابع تاثیر به عنوان روش تحلیل فرونشست با قابلیت اعمال متغیر زمان، توابع کاپولا مورد استفاده در تحقیق برای اعمال همبستگی متغیرهای تصادفی، ارائه الگوریتم برنامه رایانه‌ای توسعه داده شده در تحقیق حاضر با استفاده از محیط برنامه‌نویسی MATLAB و ارائه روش تحلیل حساسیت به منظور مقایسه اهمیت متغیرهای تصادفی. در انتها نتایج و بحث پیرامون نقش عدم قطعیت متغیرهای تصادفی زمان و خصوصیات مکانیکی خاک در برآورد میزان فرونشست ارائه می‌شود.

مواد و روش‌ها

منطقه مورد مطالعه و داده‌های مورد استفاده

منطقه مورد مطالعه در این تحقیق، فومنات واقع در استان گیلان با مختصات جغرافیایی $49^{\circ}52'8''$ درجه شرقی و $37^{\circ}11'7''$ درجه شمالی می‌باشد (شکل ۱).



شکل ۱. موقعیت محل برداشت آب زیرزمینی در منطقه مورد مطالعه

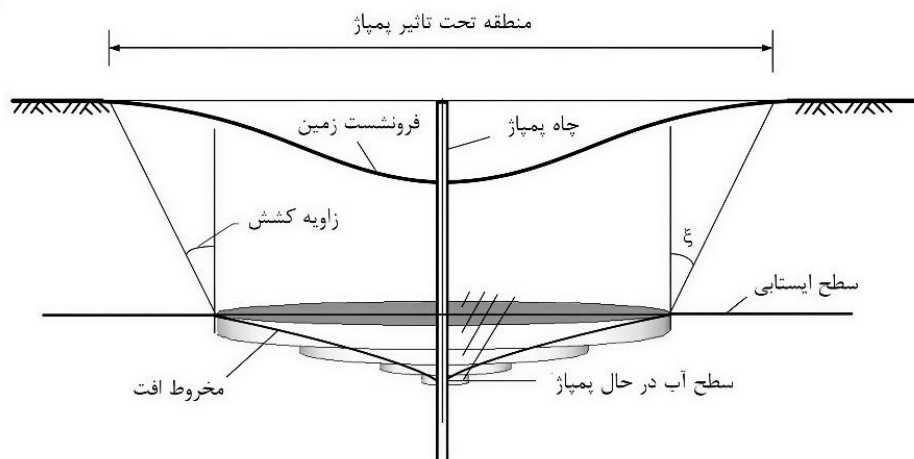
داده‌های هیدرولوژیکی و ژئوتکنیکی منطقه مورد نظر، شامل عمق آبخوان ۱۳۵ متر، فاصله سطح ایستابی تا سطح زمین ۱/۹۸ متر، هدایت هیدرولیکی $0/072$ متر بر روز، چگالی نسبی متوسط خاک $2/377$ و نسبت تخلخل اولیه متوسط $0/639$ است. جدول (۱) محدوده تغییرات پارامترهای آبخوان برداشت‌شده از محل 3140 حلقه چاه توسط شرکت آب منطقه‌ای استان گیلان را نشان می‌دهد که در تحقیق حاضر جهت انجام تحلیل احتمالاتی فرونشست مورد استفاده قرار گرفت.

جدول ۱. محدوده تغییرات پارامترهای آبخوان در منطقه مورد مطالعه

محدوده تغییرات	پارامتر
۰/۰۱۶-۴۶۵۵	دبی (مترمکعب بر روز)
۰/۰۲۴-۲/۸۸	هدایت هیدرولیکی (متر بر روز)
۲-۲/۶	چگالی نسبی
۰/۵-۱/۲	نسبت تخلخل
۷۵-۲۰۵	عمق آبخوان (متر)
۱/۳-۳/۱	فاصله سطح ایستابی تا سطح زمین (متر)
۸۰	نرخ تغذیه مجدد آبخوان (درصد)
۰/۱۹	ضریب ذخیره آبخوان
۰/۲	شاخص تراکم

تابع تاثیر و کاربرد آن در تحلیل فرونشست زمین

روش تابع تاثیر که در ابتدا به منظور تحلیل فرونشست ناشی از استخراج معادن توسعه یافت، در یک دهه اخیر به دلیل قابلیت پیاده‌سازی آسان در محیط‌های برنامه‌نویسی و دقت قابل قبول در مدل‌سازی تغییرشکل‌های سطحی، در مطالعات مرتبط با فرونشست آب زیرزمینی به کار گرفته شده است (Ren et al., 2015). در این روش، کاهش تراز سطح آب به صورت مخروط افت در اطراف چاه به صفحات دایره‌ای هم‌مرکز (شکل ۲) با ضخامت ثابت تقسیم شده و نشست تحکیمی ناشی از پمپاژ آب زیرزمینی در این صفحات به صورت تجمعی محاسبه می‌گردد (رابطه ۱).



شکل ۲. شمای فرونشست زمین ناشی از برداشت آب زیرزمینی و صفحات دایره‌ای هم مرکز در روش تابع تاثیر (Ren et al., 2015)

$$w_{max} = z \frac{C_c}{1 + e_0} \log\left(\frac{\sigma'_0 + \Delta\sigma'}{\sigma'_0}\right) \quad \text{رابطه (۱)}$$

در رابطه (۱)، w_{max} حداکثر فرونشست سطح زمین ناشی از افزایش تنش موثر، z ضخامت اولیه آبخوان که تحت تاثیر کاهش سطح آب قرار دارد بر حسب متر، C_c شاخص تراکم، e_0 نسبت تخلخل اولیه خاک، σ'_0 و $\Delta\sigma'$ به ترتیب تنش موثر اولیه و تغییرات تنش موثر در وسط لایه موردنظر می‌باشند (Ren et al., 2015).

طی چند سال گذشته، یکی از نسخه‌های ارائه‌شده رایج تابع تاثیر، رابطه‌ی بودریک-کنات (رابطه ۲) می‌باشد که تاکنون کاربرد گسترده‌ای در مدل‌سازی فرونشست معادن استخراج زغال‌سنگ، مس و نمک داشته (Malinowska et al., 2020) و در تحقیق حاضر به منظور تحلیل فرونشست ناشی از برداشت آب زیرزمینی به کار گرفته شده است.

$$f(x, y, p, q) = \frac{w_{max}}{r^2} \cdot \text{Exp}\left(\frac{-\pi[(x-p)^2 + (y-q)^2]}{r^2}\right) \quad \text{رابطه (۲)}$$

که r شعاع تاثیر فرونشست، (p, q) مختصات مکانی نقطه موردنظر در سطح و (x, y) مختصات مکانی المان استخراج است. این مدل تنها برای شرایطی معتبر است که فرایند استخراج پایان یافته و نشست به حالت پایدار رسیده باشد. در شرایط دینامیک یا در حین استخراج، رفتار نشست متفاوت بوده و مدل مذکور روند تغییرات زمانی فرونشست را نشان نمی‌دهد (Perzylo, 2023). برای رفع این محدودیت، پرزایلو (Perzylo, 2023) نسخه‌ای اصلاح‌شده از تابع بودریک-کنات پیشنهاد داد که متغیر زمان را در مدل‌سازی نشست اعمال کرده و تابع تاثیر توسعه‌یافته دویبعدی حاصل را به صورت رابطه (۳) ارائه نمود.

$$G(x, t, p) = \frac{2w_{max}}{r} \text{Exp}\left(-\frac{\pi(x-p)^2}{r^2}\right) \cdot \left[\frac{\text{Exp}\left(-\frac{(t-t_e)^2}{r_{t2}^2}\right) \cdot (1-w_{12}) \cdot (t-t_e)}{r_{t2}^2} + \frac{\text{Exp}\left(-\frac{(t-t_e)^2}{r_{t1}^2}\right) \cdot w_{12} \cdot (t-t_e)}{r_{t1}^2} \right] \quad \text{رابطه (۳)}$$

در رابطه (۳)، با فرض اینکه جزء (المان) اولیه بلافاصله در زمان t_e استخراج می‌شود، پس از انتگرال‌گیری فرونشست در نقطه‌ای روی سطح زمین به صورت رابطه (۴) قابل بیان می‌باشد.

$$w(x, t, p) = \frac{w_{max}}{2} \left[1 - \exp\left(-\frac{(t - t_e)^2}{r_{t2}^2}\right) \right] \cdot (1 - w_{12}) - \exp\left(-\frac{(t - t_e)^2}{r_{t1}^2}\right) \cdot w_{12} \cdot \left[\operatorname{Erf}\left(\frac{\sqrt{\pi} \cdot (b - p)}{r}\right) - \operatorname{Erf}\left(\frac{\sqrt{\pi} \cdot (a - p)}{r}\right) \right] \quad \text{رابطه ۴}$$

که در آن x مختصات مکانی سطح آب زیرزمینی در محل چاه، t زمان بر حسب روز، p مختصات مکانی نقطه مورد نظر در سطح زمین، (a, b) محدوده المان استخراج، t_e لحظه ای در زمان که استخراج انجام می‌شود، r_{t1} و r_{t2} به ترتیب زمان بروز تاثیرات آبی و تاخیری بر حسب روز و w_{12} نسبت زمان بروز تاثیرات آبی به تاثیرات تاخیری می‌باشند (Perzylo, 2023).

در تحقیق حاضر، به منظور برآورد شعاع تاثیر چاه در شرایط غیرماندگار، از روابطی استفاده شد که تغییرات شعاع تاثیر پمپاژ را متناسب با زمان نشان دهد. بدین منظور، رابطه پیشنهادی چاو (Chu, 1994) برای شرایط غیرماندگار به کار گرفته شد (روابط ۵ و ۶).

$$R_t = R_m \left[1 - \exp\left(\frac{-4kH}{S R_m^2} t\right) \right]^{0.5} \quad \text{رابطه ۵}$$

$$R_m = \sqrt{\frac{Q}{\pi e}} \quad \text{رابطه ۶}$$

در روابط (۵) و (۶)، R_m حداکثر شعاع تاثیر در شرایط ماندگار، k هدایت هیدرولیکی بر حسب متر بر روز، H ضخامت آبخوان بر حسب متر، S ضریب ذخیره آبخوان، t زمان بر حسب روز، Q دبی پمپاژ بر حسب مترمکعب بر روز و e نرخ تغذیه آبخوان بر حسب متر بر روز می‌باشد.

با این وجود، معادلات فوق تنها شعاع تاثیر چاه، یا به عبارت دیگر شعاع مخروط افت را تعیین می‌کنند. در حالی که شعاع تاثیر فرونشست در سطح زمین متفاوت با این مقدار بوده و با توجه به خصوصیات فیزیکی و مکانیکی خاک منطقه مورد مطالعه تغییر می‌کند. در پژوهش حاضر شعاع تاثیر فرونشست از رابطه (۷) محاسبه شد (Ren et al., 2015).

$$R = R_t + h_0 \tan \xi \quad \text{رابطه ۷}$$

در این رابطه، h_0 فاصله سطح ایستایی تا سطح زمین و ξ زاویه کشش است. این زاویه بیانگر میزان اثرگذاری شعاع تاثیر چاه بر شعاع تاثیر فرونشست در سطح زمین می‌باشد که حداکثر مقدار آن ۳۵ درجه توصیه شده و به استحکام و سختی لایه‌های خاک فوقانی بستگی دارد (آقایار و همکاران، ۱۳۹۹؛ Ren et al., 2015؛ Ren and Li, 2008). همچنین برای محاسبه میزان افت سطح آب زیرزمینی ناشی از پمپاژ در چاه، از رابطه پیشنهادی بودهو و آدیامان (Budhu and Adiyaman, 2010) استفاده شد، که به صورت رابطه (۸) ارائه شده است.

$$h_w = -(ax^2 + h_0) \quad \text{رابطه ۸}$$

که در این رابطه x فاصله شعاعی نقطه مورد نظر از چاه تحت پمپاژ و a ضریب ثابت مرتبط با منطقه مورد مطالعه می‌باشد و از آن برای کالیبراسیون مدل و تعیین فرونشست بر اساس کاهش سطح آب زیرزمینی ناشی از پمپاژ استفاده شد که در منطقه مورد مطالعه میزان آن ۰/۰۲۵ به دست آمد.

مدل سازی همبستگی متغیرهای تصادفی با استفاده از توابع کاپولا

به منظور اعمال همبستگی‌های غیرخطی و پیچیده میان متغیرهای تصادفی تأثیرگذار بر فرونشست، در تحقیق حاضر از توابع کاپولا استفاده شد. این توابع با ترکیب توزیع‌های تجمعی منفرد (توزیع حاشیه‌ای) متغیرهای تصادفی، امکان تشکیل توزیع تجمعی مشترک بین آنها را فراهم نموده و چارچوبی مناسب برای تحلیل‌های احتمالاتی در شرایط عدم قطعیت ارائه می‌دهند که مبنای آن نظریه اسکالر می‌باشد. طبق این نظریه، اگر $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ متغیرهای تصادفی و $F_1(x_1), F_2(x_2), F_3(x_3), \dots, F_n(x_n)$ تابع توزیع حاشیه‌ای هر یک از متغیرها باشد، آنگاه تابع F توزیع احتمال مشترک n -بعدی متغیرها بوده که توسط تابع کاپولا C ساخته می‌شود (رابطه ۹). در این تحقیق، پنج تابع کاپولا شامل گوسی و تی-استیودنت از خانواده توابع بیضوی، و فرانک، گامبل و کلیتون از خانواده توابع ارشمیدسی به کار گرفته شدند که روابط ریاضی آنها در جدول (۲) ارائه شده است (Bai et al., 2020).

1. Sklar's Theorem
2. Gaussian
3. Student-t
4. Frank
5. Gumbel
6. Clayton

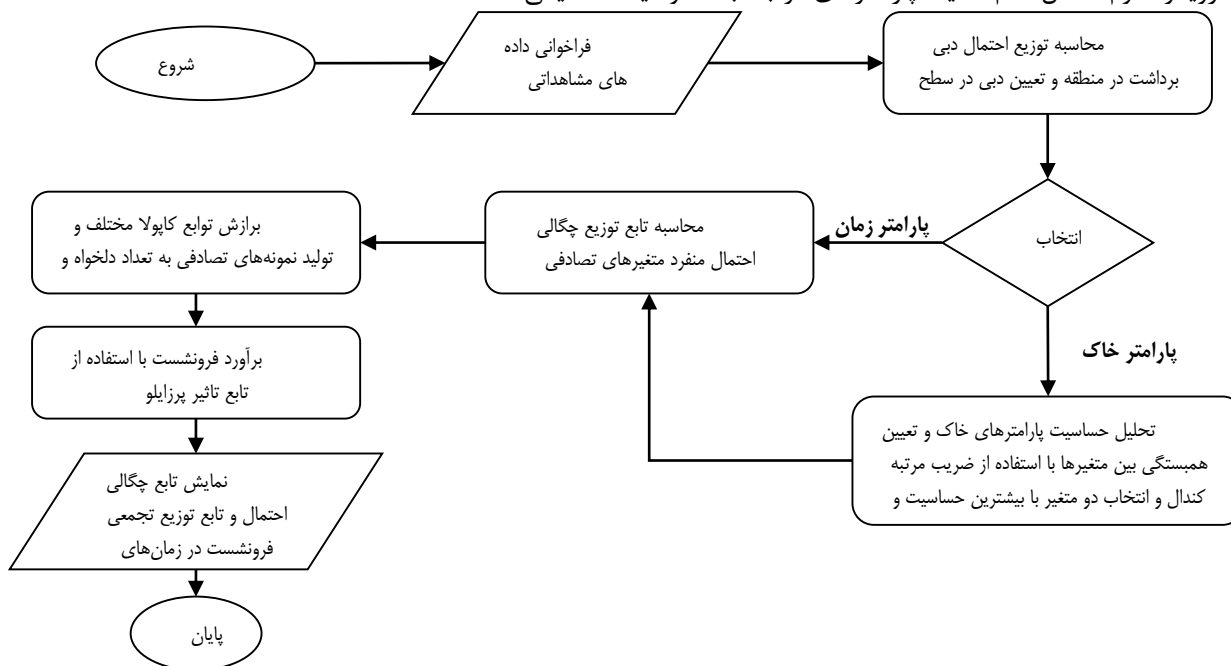
رابطه ۹) $F(x_1, x_2, \dots, x_n) = C[F_1(x_1), F_2(x_2), \dots, F_n(x_n)]$

جدول ۲. معادلات توابع کاپولا دو متغیره (Sadegh et al., 2017)

نام کاپولا	رابطه ریاضی	محدوده پارامتر کاپولا
گوسی	$\int_{-\infty}^{\phi^{-1}(u)} \int_{-\infty}^{\phi^{-1}(v)} \frac{1}{2\pi\sqrt{1-\theta^2}} \exp\left(\frac{2\theta xy - x^2 - y^2}{2(1-\theta^2)}\right) dx dy$	$\theta \in [-1, 1]$
تی-استیودنت	$\int_{-\infty}^{t_{\theta_2}^{-1}(u)} \int_{-\infty}^{t_{\theta_2}^{-1}(v)} \frac{\Gamma((\theta_2 + 2)/2)}{\Gamma(\theta_2/2)\pi\theta_2\sqrt{1-\theta_1^2}} \left(1 + \frac{x^2 - 2\theta_1 xy + y^2}{\theta_2}\right)^{-(\theta_2+2)/2} dx dy$	$\theta_1 \in [-1, 1]$ $\theta_2 \in (0, \infty)$
فرانک	$-\frac{1}{\theta} \ln\left[1 + \frac{(\exp(-\theta u) - 1)(\exp(-\theta v) - 1)}{\exp(-\theta) - 1}\right]$	$\theta \in \mathbb{R} \setminus 0$
گامبل	$\exp\{-[(-\ln(u))^\theta + (-\ln(v))^\theta]^{1/\theta}\}$	$\theta \in [1, \infty)$
کلیتون	$\max(u^{-\theta} + v^{-\theta} - 1, 0)^{-1/\theta}$	$\theta \in [-1, \infty) \setminus 0$

برای نمایش کلی روند مدل سازی، شکل ۳ فلوجارت برنامه توسعه داده شده در محیط MATLAB را نشان می دهد. این برنامه شامل مراحل اصلی مانند ورود پارامترهای اولیه، تحلیل حساسیت، اعمال توابع کاپولا و تابع تأثیر می باشد. در تحقیق حاضر، دو رویکرد مختلف برای اعمال عدم قطعیت در پیش بینی فرونشست در طول زمان به کار گرفته شد که عبارتند از:

- رویکرد اول: اعمال عدم قطعیت پارامترهای زمانی مدل (Γ_{11} و Γ_{12}) در رابطه (۳).
- رویکرد دوم: اعمال عدم قطعیت پارامترهای مرتبط با خصوصیات مکانیکی خاک.



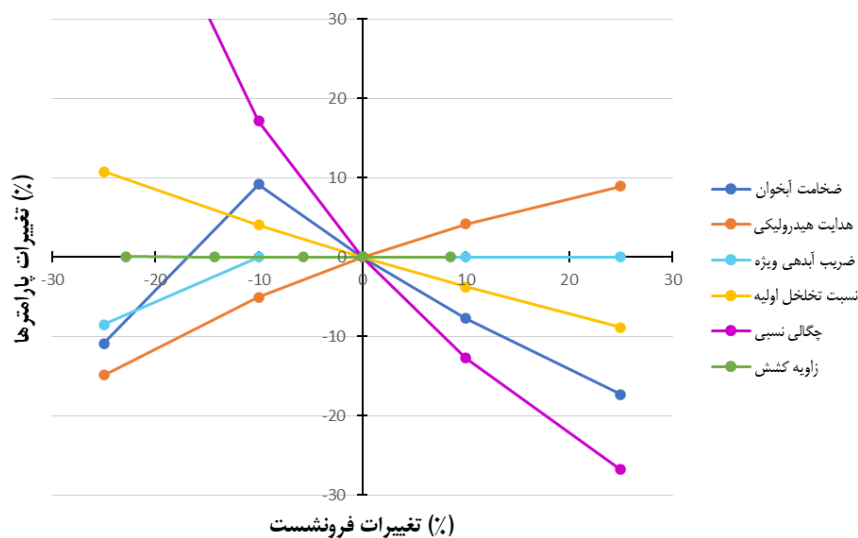
شکل ۳. فلوجارت برنامه رایانه ای توسعه داده شده در MATLAB برای محاسبه فرونشست با استفاده از تابع تأثیر

در رویکرد دوم، ابتدا تحلیل حساسیت به منظور شناسایی پارامترهای مؤثر خاک انجام شد و سپس این پارامترها در تحلیل احتمالاتی لحاظ گردیدند. بررسی نتایج دو رویکرد مذکور امکان مقایسه تأثیر عدم قطعیت متغیرهای زمانی و ژئوتکنیکی در فرآیند پیش بینی فرونشست را فراهم می سازد. در تحقیق حاضر، به منظور تطبیق روابط تابع تأثیر با شرایط بهره برداری از آب زیرزمینی، برخی مفروضات در نظر گرفته شدند. به این ترتیب که مقدار t_e برابر با صفر فرض گردید، زیرا به طور معمول زمان شروع پمپاژ به عنوان مبدا زمانی تعیین شده یا به عبارت دیگر، استخراج بلافاصله در زمان t_e صورت می گیرد. همچنین مقدار w_{12} برابر 0.75 و پارامترهای زمانی Γ_{11} و Γ_{12} مطابق محدوده های پیشنهادی در مطالعه پرازایلو (Perzylo, 2023) به ترتیب بین ۵ تا ۲۰ درصد و ۲۰ تا ۸۰ درصد زمان وقوع

حداکثر فرونشست لحاظ شدند. در تحقیق حاضر، دبی‌های برداشت از چاه‌های منطقه و نوع خاک، مقادیر T_{11} و T_{12} به صورت تصادفی در محدوده‌های ذکر شده تعیین گردیدند. با استفاده از داده‌های دبی برداشت آب زیرزمینی در منطقه مورد مطالعه در استان گیلان و تحلیل تابع توزیع تجمعی، مقدار دبی متناظر با سطح احتمال ۰/۹ معادل ۸۹۵/۵ مترمکعب در روز به‌عنوان دبی مرجع در مدل‌سازی در نظر گرفته شد. همچنین، با توجه به تحقیق مهدی‌دوست رودبند و همکاران (۱۴۰۲)، نرخ تغذیه مجدد آبخوان‌های منطقه، با توجه به شرایط اقلیمی و بارندگی، حدود ۸۰ درصد برآورد گردید، که به‌طور مستقیم بر میزان تغییرات تراز آب زیرزمینی در شرایط پمپاژ تأثیرگذار بوده و در مدل‌سازی احتمالاتی فرونشست زمین به‌عنوان یک عامل مهم لحاظ شد.

تحلیل حساسیت خصوصیات خاک

در رویکرد دوم، جهت انجام مدل‌سازی فرونشست با اعمال خصوصیات خاک، ابتدا تحلیل حساسیت برای شناسایی پارامترهای دارای بیشترین تأثیرگذاری بر فرونشست ناشی از برداشت آب زیرزمینی انجام شد (شکل ۴). این تحلیل حساسیت با کاربرد تابع تأثیر پریلیو (رابطه ۴) در محیط MATLAB اجرا گردید و متغیرهای مختلف شامل ضخامت آبخوان، هدایت هیدرولیکی، ضریب آبدهی ویژه، زاویه کشش، نسبت تخلخل اولیه و چگالی نسبی خاک مورد بررسی قرار گرفتند.



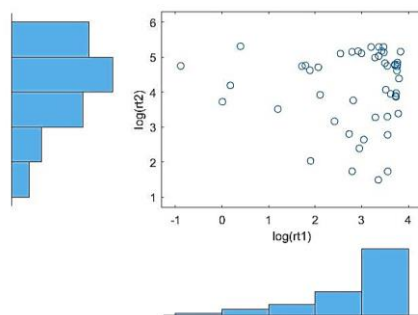
شکل ۴. حساسیت فرونشست سطحی به ازای تغییر در خصوصیات خاک

به منظور انجام تحلیل حساسیت، برای هر پارامتر تغییرات در بازه ± 25 درصد نسبت به مقدار متوسط خود اعمال شد و مقدار فرونشست به دست آمده نسبت به مقدار متوسط فرونشست (در حالت محاسبه فرونشست با مقادیر متوسط کلیه پارامترها) مقایسه گردید. همان‌طور که در شکل ۴ مشاهده می‌شود، چگالی نسبی خاک و زاویه کشش به ترتیب بیشترین و کمترین تأثیر را بر میزان فرونشست نشان می‌دهند. همچنین عدم قطعیت ضخامت آبخوان، هدایت هیدرولیکی و نسبت تخلخل اولیه نیز تأثیر قابل توجهی بر نتایج مدل ایجاد نمودند. در شکل ۴ محور عمودی میزان درصد تغییرات فرونشست به ازای درصد تغییر پارامترها (محور افقی) را نشان می‌دهد. هر چه دامنه تغییرات فرونشست حاصل در امتداد محور عمودی بیشتر باشد نشان‌دهنده تأثیر بیشتر بر فرونشست می‌باشد. اما در میان متغیرهای موثر در انتها دو متغیری انتخاب شدند که همزمان با ایجاد حساسیت بر نتایج، به صورت زوج مرتب نیز دارای بیشترین همبستگی بر اساس ضریب همبستگی کندال^۱ بودند. که بر این اساس دو متغیر چگالی نسبی و نسبت تخلخل اولیه جهت تشکیل توزیع مشترک متغیرهای تصادفی با استفاده از زوج مرتب‌های تصادفی انتخاب گردیدند.

نتایج

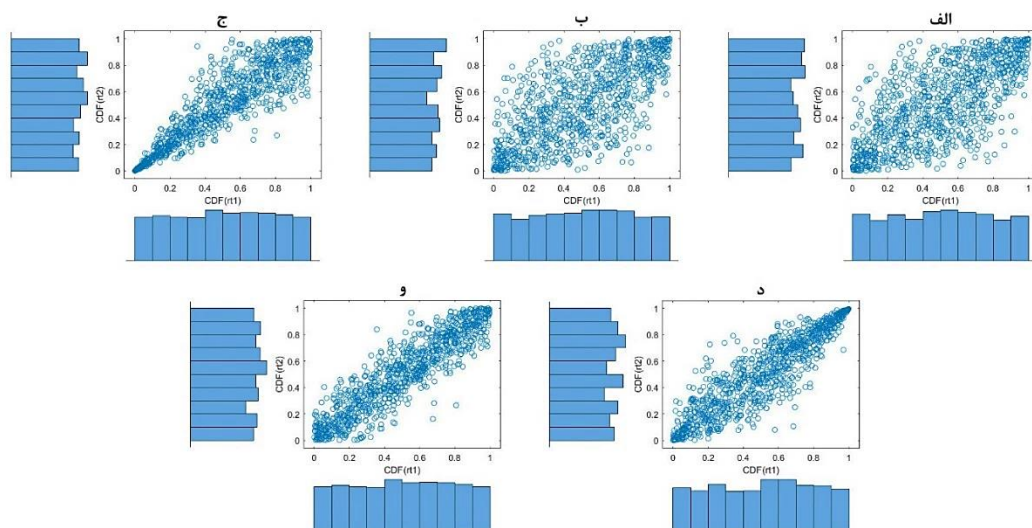
رویکرد اول: بررسی تأثیر عدم قطعیت متغیرهای زمانی

در رویکرد اول، ۳۶ زوج مرتب T_{11} و T_{12} که به ترتیب بیانگر تأثیرات آنی و تأخیری فرونشست می‌باشند، مورد استفاده قرار گرفته که نمودار هیستوگرام-پراکندگی زوج مرتب‌های اولیه T_{11} و T_{12} در شکل ۵ نشان داده شده است.



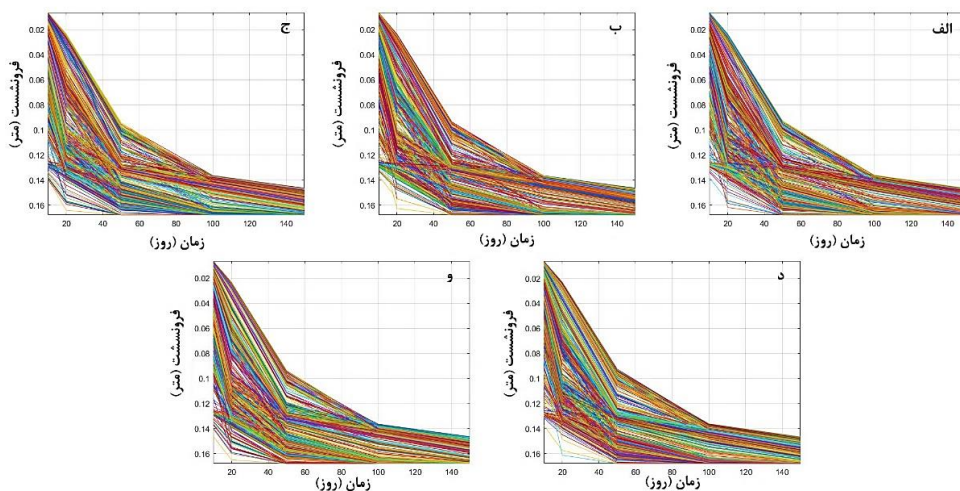
شکل ۵. نمودار هیستوگرام-پراکندگی زوج مرتب‌های تصادفی اولیه r_{11} و r_{12}

در الگوریتم برنامه ابتدا برای زوج مرتب‌های اولیه با استفاده از تابع کندال ضریب همبستگی میان داده‌های ورودی تعیین گردید. ضریب همبستگی بین این متغیرها با روش کندال برابر با $0/7348$ به دست آمد که بیانگر همبستگی مثبت می‌باشد. سپس به منظور مدل‌سازی همبستگی توزیع مشترک متغیرهای تصادفی زمانی و تکمیل پایگاه داده‌های تصادفی از توابع کاپولا مختلف استفاده شد. با استفاده از تابع copularnd و با استفاده از الگوی همبستگی حاصل از تابع کندال به تعداد ۱۰۰۰ زوج مرتب تصادفی تولید گردید که این روش در مورد هر دو دسته متغیرهای تصادفی زمانی و متغیرهای تصادفی خصوصیات خاک اعمال گردید. شکل ۶ نمودار هیستوگرام-پراکندگی زوج مرتب‌های تولید شده توسط توابع کاپولا مختلف را ارائه می‌نماید. نتایج توابع گوسی و تی-استیودنت با ضرایب همبستگی نسبتاً پایین (به ترتیب $0/515$ و $0/513$) پراکندگی بیشتری در داده‌ها نشان می‌دهند. در مقابل تابع گامبل با ضریب همبستگی $0/74$ بیشترین همبستگی را ارائه نموده و توابع فرانک و کلیتون به ترتیب با ضرایب $0/739$ و $0/733$ در رتبه‌های بعدی قرار می‌گیرند. با توجه به اینکه هر یک از دو محور افقی و عمودی در شکل ۶ بیانگر احتمال تجمعی هر یک از متغیرهای تصادفی می‌باشد، افزایش تراکم داده‌ها در هر سطح احتمال بیانگر افزایش قطعیت نتایج می‌باشد. بر این اساس و با توجه به میزان پراکندگی نقاط در نمودارها، توابع گوسی و تی-استیودنت دارای بیشترین عدم قطعیت در سطوح احتمال مختلف می‌باشند. تابع کلیتون در سطوح احتمال پایین دارای کمترین عدم قطعیت و توابع گامبل و فرانک در سطوح احتمال کم و زیاد مختلف دارای عدم قطعیت پایین می‌باشند.



شکل ۶. نمودار هیستوگرام-پراکندگی ۱۰۰۰ زوج مرتب r_{11} و r_{12} تولید شده به ازای تابع کاپولا الف (گوسی؛ ب) تی- استیودنت؛ ج) کلیتون؛ د) گامبل؛ و) فرانک

سپس زوج مرتب‌های تصادفی تولید شده توسط توابع کاپولا برای پیش‌بینی فرونشست در زمان‌های مختلف مورد استفاده قرار گرفتند. در مدت زمان ۱۵۰ روز، حداکثر فرونشست $3/34$ سانتی‌متر، شعاع تأثیر فرونشست ۱۲۱ متر و افت سطح آبخوان ۳۶ متر برآورد شد. همچنین میزان فرونشست در نقطه‌ای به فاصله نصف شعاع تأثیر ($60/5$ متر از چاه) در زمان‌های ۱۰، ۲۰، ۵۰، ۱۰۰ و ۱۵۰ روز محاسبه گردید که نتایج آن به ازای توابع کاپولا مختلف در شکل ۷ نشان داده شده است.



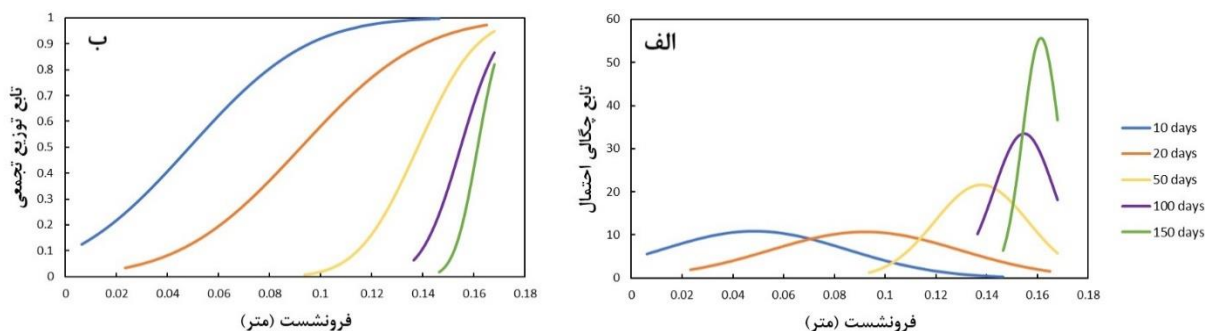
شکل ۷. نمودار فرونشست سطح زمین در زمان‌های مختلف به ازای Γ_{II} و Γ_{I2} تولید شده توسط کاپولا الف (گوسی؛ ب) تی-استیودنت (ج) کلیتون؛ (د) گامبل؛ (و) فرانک

طبق نتایج حاصل از شکل ۷، بیشترین اختلاف بین حداقل و حداکثر مقادیر فرونشست در بازه‌های کوتاه‌مدت (مانند ۱۰ و ۲۰ روز) مشاهده شد. با گذشت زمان و در بازه‌های بلندمدت (۱۰۰ و ۱۵۰ روز)، این اختلاف کاهش یافته که نشان‌دهنده همگرایی تدریجی نتایج فرونشست محاسبه شده است. با بررسی ضریب تغییرات توابع مختلف در بازه‌های کوتاه‌مدت، تابع گامبل بیشترین نوسانات فرونشست را ایجاد نمود و ضریب تغییرات آن در ۱۰ و ۲۰ روز به ترتیب برابر با $۷۹/۲۴$ و $۴۲/۳۴$ درصد برآورد شد. در مقابل، تابع کلیتون عدم قطعیت کمتری نشان داد و ضریب تغییرات آن در بازه زمانی ۱۰ و ۲۰ روز به ترتیب $۷۴/۸۵$ و $۴۰/۱۶$ درصد به دست آمد. تابع کاپولا فرانک نیز با مقادیر $۷۵/۶۴$ و $۴۰/۶۲$ درصد عملکردی نزدیک به تابع کلیتون ارائه داد. در بازه‌های زمانی بزرگتر (۱۰۰ و ۱۵۰ روز)، تفاوت بین نتایج کاپولاها کاهش یافت و همگرایی بیشتری میان خروجی‌ها مشاهده شد که در بازه زمانی مذکور، تابع تی-استیودنت و تابع فرانک به ترتیب بیشترین و کمترین تغییرات را نشان دادند.

به طور کلی، با بررسی همبستگی میان داده‌های تولیدشده و ضرایب تغییرات، تابع کاپولا فرانک به‌عنوان گزینه مناسب برای مدل‌سازی فرونشست در خاک‌های رسی سیلتی، در شرایط اعمال عدم قطعیت متغیرهای زمانی قابل توصیه می‌باشد. از سوی دیگر، تابع کاپولا کلیتون نیز با ایجاد همبستگی نزدیک به داده‌های اولیه و ثبت کمترین ضریب تغییرات در میان توابع مورد بررسی، در مدل‌سازی فرونشست قابل استفاده است. در مقابل، با وجود همبستگی مناسب ایجاد شده توسط تابع گامبل، به دلیل نوسانات زیاد و ضرایب تغییرات بالا، استفاده از آن در رویکرد اول با اعمال متغیرهای زمانی مناسب نمی‌باشد.

در شکل ۸، نمودار تابع چگالی احتمال و توزیع تجمعی احتمال فرونشست بر اساس داده‌های حاصل از تابع فرانک در زمان‌های مختلف ارائه شده است. نمودار توزیع چگالی احتمال در شکل ۸-الف نشان می‌دهد که اختلاف بین مقادیر حداقل و حداکثر فرونشست در مدت زمان ۲۰ روز به مقدار $۱/۰۷$ درصد نسبت به مدت زمان ۱۰ روز افزایش می‌یابد. اما با گذر زمان، اختلاف مقادیر حداکثر و حداقل فرونشست نسبت به زمان ۱۰ روز، نرخی کاهشی داشته و در بازه‌های ۵۰، ۱۰۰ و ۱۵۰ روز، به ترتیب $۴۷/۰۸$ ، $۷۷/۵۳$ و $۸۴/۶۶$ نسبت به مدت زمان ۱۰ روز کاهش یافته است که نشان‌دهنده منحنی‌های با قله نوک‌تیز و قطعیت بیشتر با زمان است. همچنین، حداکثر مقدار چگالی احتمال در زمان‌های ۱۰، ۲۰، ۵۰، ۱۰۰ و ۱۵۰ روز به ترتیب برابر با $۴/۸۵$ ، $۹/۱۷$ ، $۱۳/۸$ ، $۱۵/۴۷$ و $۱۶/۱۶$ سانتی‌متر حاصل گردید. شکل ۸-ب توزیع‌های احتمال تجمعی فرونشست با کاربرد کاپولا فرانک را نشان می‌دهد، که فرونشست متناظر با احتمال ۹۰ درصد برای مدت زمان ۱۰، ۲۰ و ۵۰ روز برابر با $۹/۵۷$ ، $۱۴/۰۳$ و $۱۶/۱۶$ سانتی‌متر و برای احتمال ۸۰ درصد در مدت زمان ۱۰۰ و ۱۵۰ روز به ترتیب $۱۶/۴۸$ و $۱۶/۷۵$ سانتی‌متر است.

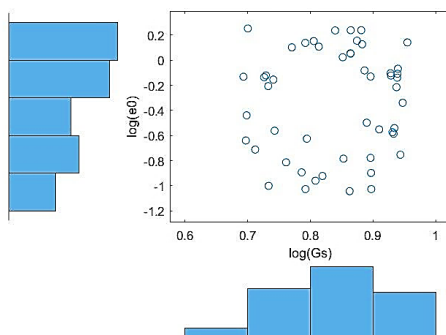
همچنین در شکل ۸-الف نقطه اوج نمودارهای چگالی احتمال با گذشت زمان افزایش یافته و نشان‌دهنده افزایش احتمال وقوع فرونشست‌های بزرگ‌تر است. پس از ۲۰ روز، دامنه تغییرات فرونشست کاهش و مقدار فرونشست افزایش می‌یابد. نتایج به‌دست‌آمده نشان می‌دهند که در خاک‌های رسی سیلتی، روند تغییرات عدم قطعیت فرونشست در ۲۰ روز اول افزایشی و پس از آن با گذشت زمان کاهشی می‌باشد. تحلیل توزیع‌های احتمال تجمعی با تابع کاپولا فرانک نیز تایید می‌کند که در ابتدا احتمال وقوع فرونشست‌های بزرگ کمتر و عدم قطعیت نتایج حاصل بیشتر است. اما با افزایش زمان، عدم قطعیت کاهش و احتمال وقوع فرونشست‌های بزرگ‌تر به شکل قابل توجهی افزایش می‌یابد.



شکل ۸. توزیع احتمال فروروشست سطح زمین به ازای ۱۰۰۰ زوج مرتب T_{11} و T_{12} با کاربرد کاپولا فرانک (الف) تابع چگالی احتمال (ب) توزیع احتمال تجمعی

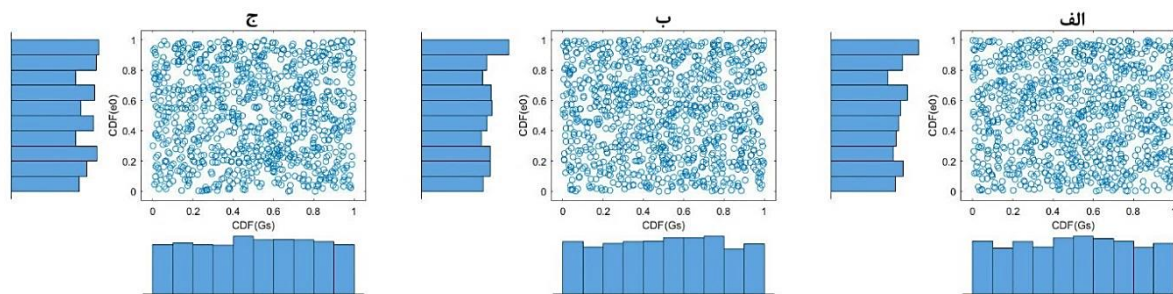
رویکرد دوم: بررسی تاثیر عدم قطعیت خصوصیات خاک

بر اساس نتایج تحلیل حساسیت تحقیق حاضر، زوج مرتب‌های G_s و e_0 منطقه مورد مطالعه از منابع تحقیقاتی معتبر تهیه گردید و در تحلیل احتمالاتی فروروشست زمین در شرایط برداشت آب زیرزمینی بکار گرفته شد (خادمی کمال و همکاران، ۱۴۰۱؛ فلاح چای و همکاران، ۱۳۹۵؛ زرینی بهادر و همکاران، ۱۳۹۴؛ رضایی پور و همکاران، ۱۴۰۰؛ کیوان بهجو و همکاران، ۱۴۰۳؛ غلامی اسطلخی کوهی و همکاران، ۱۴۰۱). شکل ۹ نمودار هیستوگرام-پراکندگی داده‌های ورودی را نشان می‌دهد که در مقایسه با کاربرد متغیرهای تصادفی زمانی در رویکرد اول همبستگی کم و دارای مقدار منفی را بین متغیرها نشان می‌دهد، به طوری که ضریب همبستگی کندال در داده‌های ورودی برابر با -0.275 محاسبه شد.



شکل ۹. نمودار هیستوگرام-پراکندگی متغیرهای G_s و e_0

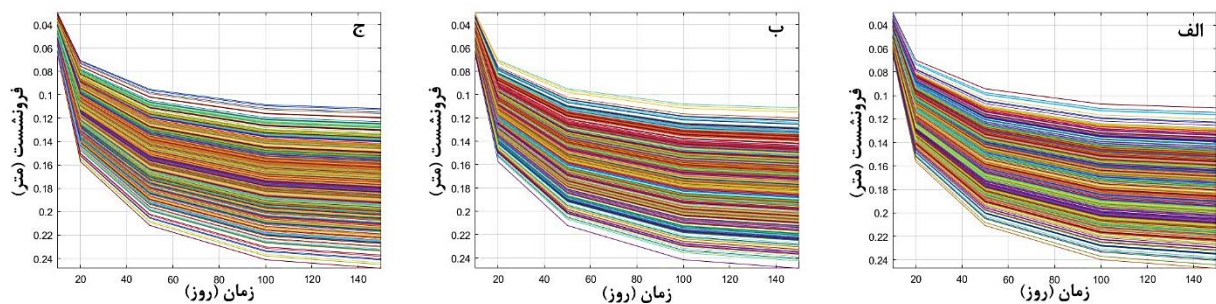
در رویکرد دوم، تفاوت تولید داده‌های تصادفی در مقایسه با رویکرد اول در این است که با توجه به همبستگی منفی میان متغیرهای تصادفی خصوصیات خاک، امکان استفاده از دو تابع کاپولای کلیتون و گامبل وجود نداشت و تنها از سه کاپولای گوسی، تی-استیودنت و فرانک در تابع copularnd جهت تولید ۱۰۰۰ زوج مرتب تصادفی استفاده گردید. در شکل ۱۰ نمونه‌های مربوط به کاپولاهای گوسی و تی-استیودنت پراکندگی زیاد و همبستگی منفی ناچیز و کاپولا فرانک ضریب همبستگی خطی کم و منفی (-0.197) را نشان داد.



شکل ۱۰. نمودار هیستوگرام-پراکندگی ۱۰۰۰ زوج مرتب تصادفی G_s و e_0 تولید شده به ازای تابع کاپولا (الف) گوسی؛ (ب) تی-استیودنت و (ج) فرانک

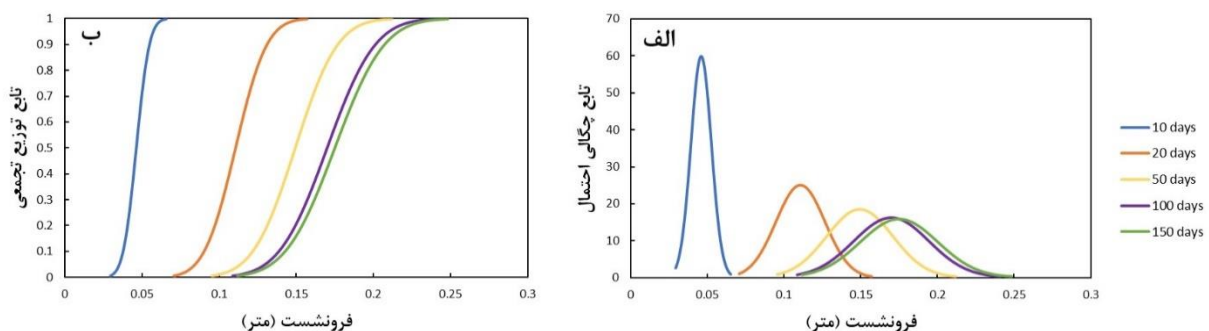
در مقایسه نتایج شکل‌های ۶ و ۱۰ مشخص می‌شود که همبستگی متغیرهای زمانی نسبت به متغیرهای تصادفی خاک بیشتر بوده

و کاربرد آنها در این تحقیق به همراه متغیرهای خاک در روابط فرونشست به افزایش دقت نتایج کمک می‌نماید. شکل ۱۱ نتایج فرونشست حاصل از زوج مرتب‌های حاصل از توابع کاپولا مختلف را نشان می‌دهد. طبق نتایج به دست آمده، ضریب تغییرات برای توابع گوسی، تی-استیودنت و فرانک به ترتیب ۱۴/۸۳، ۱۴/۶۴ و ۱۴/۴۲ درصد برآورد گردید که نشان از عملکرد تقریباً مشابه این توابع در مدل‌سازی پدیده فرونشست زمین است. همچنین ضریب تغییرات فرونشست در طول زمان ثابت باقی می‌ماند که بیانگر عدم تغییرات زمانی پراکندگی داده‌ها نسبت به مقدار میانگین می‌باشد. به منظور معرفی تابع کاپولا دارای کمترین ضریب تغییرات و بیشترین ضریب همبستگی، می‌توان مشابه رویکرد اول (اعمال متغیرهای زمانی) در اینجا نیز تابع فرانک را به عنوان گزینه مناسب برای مدل‌سازی فرونشست در خاک‌های رسی سیلتی با اعمال عدم قطعیت متغیرهای تصادفی G_s و e_0 معرفی نمود. البته همانگونه که اشاره شد، در رویکرد دوم، اختلاف نتایج تابع فرانک نسبت به دو کاپولای دیگر اندک می‌باشد.



شکل ۱۱. نمودار فرونشست سطح زمین در زمان‌های مختلف به ازای زوج مرتب G_s و e_0 تولید شده توسط کاپولا (الف) گوسی؛ (ب) تی-استیودنت و (ج) فرانک

در شکل ۱۱ و ۱۲-الف مشاهده می‌شود که پراکندگی داده‌های فرونشست با گذشت زمان افزایش می‌یابد. نتایج حاصل از تابع فرانک نشان می‌دهد که اختلاف مقادیر حداکثر و حداقل فرونشست نسبت به ۱۰ روز، در مدت زمان ۲۰ روز به میزان ۱۴۰ درصد، در ۵۰ روز ۲۲۳/۶۱ درصد، در ۱۰۰ روز ۲۶۸/۳۳ درصد و در ۱۵۰ روز ۲۷۹/۴۴ درصد افزایش یافته است. همچنین حداکثر چگالی احتمالی در مدت زمان‌های ۱۰، ۲۰، ۵۰، ۱۰۰ و ۱۵۰ روز به ترتیب برابر با ۵۹/۹۳، ۲۴/۹۹، ۱۸/۵۴، ۱۸/۲۹ و ۱۵/۸ می‌باشد، که فرونشست متناظر با آن‌ها برابر با ۴/۶۲، ۱۱/۰۷، ۱۴/۹۲، ۱۶/۹۸ و ۱۷/۵ سانتی‌متر حاصل گردید. همانگونه که مشاهده می‌شود، با گذشت زمان، پراکندگی داده‌ها افزایش یافته اما نرخ رشد آن روندی کاهشی نشان می‌دهد. به عنوان مثال، بین ۱۰۰ و ۱۵۰ روز، پراکندگی تنها ۰/۴ سانتی‌متر افزایش یافته که نشان‌دهنده تثبیت میزان فرونشست است. همچنین، با گذشت زمان، نقطه اوج نمودارهای چگالی احتمال کاهش می‌یابد که بیانگر کاهش احتمال وقوع فرونشست‌های بزرگ و افزایش عدم قطعیت است.



شکل ۱۲. توزیع احتمال فرونشست سطح زمین به ازای زوج مرتب‌های G_s و e_0 با کاربرد تابع کاپولا فرانک (الف) تابع چگالی احتمال (ب) توزیع احتمال تجمعی

در شکل ۱۲-ب، فرونشست متناظر در سطح احتمال ۹۰ درصد برای مدت زمان ۱۰، ۲۰، ۵۰، ۱۰۰ و ۱۵۰ روز به ترتیب برابر با ۵/۴۷، ۱۳/۱۱، ۱۷/۶۸، ۲۰/۱۲ و ۲۰/۷۴ سانتی‌متر تعیین گردید. نتایج تحلیل توزیع‌های تجمعی فرونشست نیز نشان می‌دهد که، با افزایش زمان، میزان فرونشست و دامنه تغییرات مقادیر احتمالی افزایش و قطعیت پیش‌بینی کاهش می‌یابد. با این وجود، مشاهده تثبیت و کاهش تغییرات زمانی در شکل نمودارهای احتمال فرونشست بیانگر آن است که در شرایط اعمال عدم قطعیت خصوصیات خاک، تاثیر

افزایش زمان بر نتایج فرونشست به تدریج کاهش می‌یابد. به عبارت دیگر، هرچه بازه زمانی مورد بررسی بیشتر باشد، تاثیر عدم قطعیت متغیرها بر دقت تفسیر نتایج کاهش می‌یابد.

بحث

نتایج رویکرد اول نشان داد که با گذشت زمان، ضریب تغییرات فرونشست کاهش و نقطه اوج تابع چگالی احتمال افزایش می‌یابد. این روند بیانگر کاهش تاثیر عدم قطعیت پارامترهای زمانی T_{I1} و T_{I2} و افزایش پایداری مدل در پیش‌بینی فرونشست است. به عبارت دیگر، با کاهش نوسانات ناشی از عوامل تصادفی و متغیرهای زمانی، مدل به پایداری بیشتری می‌رسد. یکی از عوامل روند مشاهده شده مدل ریاضی تابع پرزایلو (رابطه ۴) است که موجب کاهش نوسان با زمان می‌شود و به همگرایی برنامه رایانه‌ای کمک می‌کند. زیرا فرم تابع پرزایلو به شکل تابع نمایی با توان منفی است که هر چه زمان بزرگتر می‌شود ضریب مربوطه به سمت عدد کوچکتر میل نموده و محدوده تغییرات را با افزایش زمان کنترل می‌کند. در بازه‌های کوتاه مدت، پارامترهای زمانی مانند تغییرات سطح ایستابی، باعث ایجاد نوسانات تصادفی در میزان فرونشست می‌شوند. با این حال، هنگامی که این تغییرات در طول مدت طولانی‌تر بررسی می‌شوند، با کاهش ضریب نمایی در رابطه پرزایلو، تاثیر نوسان و عدم قطعیت خصوصیات خاک و آبخوان کاهش می‌یابد. یافته‌های این بخش با نتایج مطالعه علی بیکلو و همکاران (Alibeikloo et al., 2022) در تحلیل فرونشست خاک‌های نرم مشابه می‌باشد. طبق نتایج آن‌ها با اعمال عدم قطعیت مکانی در پارامترهایی با وابستگی زمانی مانند الاستیک-پلاستیک و ضریب خزش اولیه، پراکندگی نتایج به مرور کاهش یافته و پایداری مدل افزایش می‌یابد.

در مقابل، نتایج رویکرد دوم نشان داد که تاثیر عدم قطعیت پارامترهای مکانیکی خاک (e_0 و G_s) با گذشت زمان افزایش یافته و منجر به افزایش پراکندگی و کاهش دقت در نتایج فرونشست شده است. اگرچه در ادامه روند، تابع چگالی احتمال به حالت پایداری نسبی می‌رسد، اما نوسانات ناشی از عدم قطعیت‌های مکانیکی در بلندمدت همچنان قابل توجه و ثابت باقی می‌مانند. عدم قطعیت پارامترهای مکانیکی خاک در شرایط عدم اعمال عدم قطعیت متغیرهای زمانی به دلیل اثر مستقیم و تجمعی بر فرونشست زمین، در بلندمدت موجب افزایش پراکندگی نتایج می‌شود. دلیل این امر این است که کوچک‌ترین تغییر در خواص مکانیکی خاک می‌تواند اثرات قابل توجهی روی نحوه توزیع فشار و تغییر شکل در آبخوان و لایه‌های زیرین خاک ایجاد کند. بنابراین برخلاف پارامترهای زمانی، اثرات آن‌ها در طول زمان انباشته می‌شود و مدل را نسبت به نوسانات حساس‌تر می‌کند. این الگو با ونگ و همکاران (Wang et al., 2020) مطابقت دارد؛ آن‌ها نیز نشان دادند که عدم قطعیت در ویژگی‌های ژئوتکنیکی مانند مدول الاستیسیته و زاویه اصطکاک داخلی باعث افزایش پراکندگی در پیش‌بینی فرونشست در بازه‌های زمانی بلندمدت می‌شود.

نتیجه‌گیری

در این تحقیق، تاثیر عدم قطعیت ناشی از متغیرهای زمانی (زمان بروز تاثیرات آنی و تاخیری) و خصوصیات مکانیکی خاک (چگالی نسبی و نسبت تخلخل اولیه) بر توزیع احتمال فرونشست زمین در خاک‌های رسی سیلنتی از طریق توسعه برنامه رایانه‌ای در محیط برنامه‌نویسی MATLAB مورد بررسی قرار گرفت. به طور کلی، بر اساس بررسی‌های انجام شده می‌توان نتیجه‌گیری نمود که برای تحلیل احتمالاتی فرونشست، توابع کاپولای خانواده ارشمیدسی به ویژه تابع فرانک قابل توصیه بوده و کمترین حساسیت را به رویکرد بکار رفته در تحلیل احتمالاتی (عدم قطعیت متغیرهای زمانی یا عدم قطعیت خصوصیات خاک) نشان می‌دهند. در صورتی که هدف از تحلیل فرونشست در یک منطقه بررسی رفتار در بلندمدت باشد، استفاده از متغیرهای تصادفی زمانی در کنار خصوصیات خاک به افزایش قطعیت و جلوگیری از پراکندگی نتایج کمک می‌نماید، اما در کوتاه مدت کاربرد متغیرهای زمانی تاثیر زیادی بر افزایش دقت محاسبات نداشته و تنها کار محاسباتی را افزایش می‌دهد. بنابراین در کوتاه مدت می‌توان از مدل‌های ساده‌تر همچون رابطه اولیه بودریک-کنات استفاده نمود.

از محدودیت‌های اصلی این مطالعه، می‌توان به ساده سازی‌های اعمال شده در مدل از جمله فرض همگنی لایه خاک و چشم‌پوشی از اثر همپوشانی مخروط‌های افت سطح آب زیرزمینی پیرامون چاه‌های منطقه مورد مطالعه و بررسی تنها یک نوع خاک (رسی سیلنتی) اشاره نمود. بر این اساس، پیشنهاد می‌شود که مدل پیشنهادی در تحقیق حاضر در انواع مختلف خاک با لایه‌بندی متفاوت بررسی شده و اثر پارامترهای هیدرولوژیکی و مکانیکی دیگر بر فرونشست بررسی گردد. علاوه بر این، ادغام داده‌های سنجش از دور و مشاهدات میدانی می‌تواند دقت پیش‌بینی‌ها را بهبود بخشد و قابلیت اعتماد به مدل را برای کاربردهای مهندسی، زمین‌شناسی و مدیریت منابع آب افزایش دهد.

ملاحظات اخلاقی

حامی مالی

مقاله حاضر با حمایت مالی و معنوی معاونت پژوهش و فناوری دانشگاه گیلان انجام شد.

مشارکت نویسندگان

نویسندگان به طور مساوی در کلیه مراحل طراحی و انجام پژوهش، گردآوری داده‌ها، تجزیه و تحلیل آماری داده‌ها، تحلیل و تفسیر اطلاعات و نتایج، تهیه پیشنویس مقاله، بررسی و کنترل نتایج، اصلاح، بازبینی و نهایی‌سازی مقاله مشارکت داشتند. مشارکت نویسندگان در مقاله مستخرج از پایان‌نامه به شکل زیر باشد.

نویسنده اول: دانشجو، تهیه و آماده‌سازی نمونه‌ها، انجام آزمایش و گردآوری داده‌ها، انجام محاسبات، تجزیه و تحلیل آماری داده‌ها، تحلیل و تفسیر اطلاعات و نتایج، تهیه پیشنویس مقاله
نویسنده دوم: استاد راهنمای پایان‌نامه، طراحی پژوهش، نظارت بر مراحل انجام پژوهش، بررسی و کنترل نتایج، اصلاح، بازبینی و نهایی‌سازی مقاله

نویسنده سوم: استاد مشاور پایان‌نامه، مشارکت در طراحی پژوهش، نظارت بر پژوهش، مطالعه و بازبینی مقاله

بیانیه دسترسی به داده‌ها

داده‌هایی پژوهش حاضر از طریق درخواست از نویسندگان قابل دسترسی است.

سپاسگزاری

نویسندگان بر خود لازم می‌دانند از تمامی افرادی که در مطالعه حاضر همکاری داشتند شامل کارشناسان شرکت سهامی آب منطقه‌ای گیلان و معاونت پژوهش و فناوری دانشگاه گیلان تشکر و قدردانی کنند.

پیروی از اصول اخلاق پژوهش

نویسندگان اصول اخلاقی را در انجام و انتشار این پژوهش علمی رعایت نموده‌اند و این موضوع مورد تأیید همه آنهاست.

تعارض منافع

بنا بر اظهار و تأکید نویسندگان این مقاله تعارض منافع ندارد.

منابع

آقائی گیل چلان، محدثه. (۱۴۰۲). *تحلیل حساسیت و کاربرد توابع کاپولا در تحلیل احتمالاتی فرونشست ناشی از برداشت آب زیرزمینی با استفاده از روش تابع تاثیر*. پایان‌نامه کارشناسی ارشد. به‌راهنمایی امیر ملک پور. رشت: دانشگاه گیلان، دانشکده علوم کشاورزی. آقاپار، محمدصادق، ملک پور، امیر و شفیع‌ی ثابت، بهنام. (۱۳۹۹). *فرونشست ناشی از پمپاژ متغیر آب زیرزمینی در شرایط لایه‌بندی خاک با کاربرد تابع تاثیر و داده‌های سیستم اطلاعات جغرافیایی*. *پژوهش آب/ایران*، ۱۴(۴)، ۱۵۳-۱۶۲.
خادمی کمال، مروارید، نقدی، رامین، صالحی، علی و یوسف پور، رسول. (۱۴۰۱). *ارزیابی تغییرات برخی مشخصه‌های خاک تحت تأثیر ویژگی‌های مدیریتی (مطالعه موردی: جنگل‌های منطقه گیسوم استان گیلان)*. *نشریه جنگل و فرآورده‌های چوب*، ۷۵(۴)، ۳۰۹-۳۱۹.

زحمتکش بی‌آزار، فاطمه (۱۳۹۷). *اثر عدم قطعیت خصوصیات ژئوتکنیکی محلی بر احتمال فرونشست پی تحت شرایط پمپاژ آب زیرزمینی*. پایان‌نامه کارشناسی ارشد. به‌راهنمایی امیر ملک پور. رشت: دانشگاه گیلان، دانشکده علوم کشاورزی.

رضایی پور، ساجده، پور بابایی، حسن، صالحی، علی، (۱۴۰۰). *اثر حفاظت (قرق) بر خصوصیات فیزیکی و شیمیایی خاک پارک جنگلی گیسوم و ذخیره‌گاه دکتر درستکار در استان گیلان، اکوسیستم‌های طبیعی ایران*، ۱۲(۴)، ۱-۱۲.

زرینی بهادر، مسلم، نبی‌اللهی، کمال و نوروزی، مهدی. (۱۳۹۴). *تأثیر جهت‌های شیب متفاوت بر برخی ویژگی‌ها و تکامل خاک‌های جنگلی (مطالعه موردی: رستم آباد، استان گیلان)*. *آب و خاک*، ۲۹(۳)، ۶۴۸-۶۶۲.

غلامی اسطخکی کوهی، طاهره، نوایان، مریم، و اسمعیلی ورکی، مهدی. (۱۴۰۱). *بررسی ابعاد زهکش روباز در اراضی تجهیز، نوسازی و یکپارچه سازی شده شالیزار. پژوهش آب در کشاورزی (علوم خاک و آب)*، ۳۶(۳)، ۳۱۳-۳۲۸.

- فلاح چای، میرمظفر، صالحی، علی و مرد علیزاد، غلامرضا. (۱۳۹۵). تجدید حیات طبیعی گونه سفید پلت و رابطه آن با خصوصیات فیزیکی و شیمیایی خاک (مطالعه موردی: منطقه صفر باستان در شرق استان گیلان). *مجله پژوهشهای گیاهی (مجله زیست شناسی ایران)*، ۲۹(۱)، ۱۱۸-۱۲۹.
- کاظم پور لارسری، زهرا، اسمعیلی ورکی، مهدی، ملک پور، امیر. (۱۳۹۷). مطالعه‌ی آزمایشگاهی آب‌شستگی پایین دست سرریزهای پلکانی-کنگره‌ای. *تحقیقات آب و خاک ایران*، ۴۹(۶)، ۱۲۲۷-۱۲۴۱.
- کیوان بهجو، فرشاد، مسرت، فروغ، قنبری، سجاد و ساسانی فر، سمیرا. (۱۴۰۳). تأثیر فعالیت‌های چوبکشی زمینی بر خصوصیات خاک جنگل‌های اسالم گیلان. *مطالعات علوم محیط زیست*، ۹(۳)، ۹۱۵۸-۹۱۴۷.
- ملک پور، امیر، فروخ رو، ستاره و حسینی، مهدیه. (۱۳۹۸). اثر وجود عدم قطعیت در قابلیت فشردگی خاک بر تغییرات زمانی فشار آب منفذی در پی سازه. *دانش آب و خاک*، ۲۹(۲)، ۱۹۹-۲۱۲.
- ملک پور، امیر، صادقیان، نیما و فرخی، محمدجواد. (۱۴۰۲). تحلیل احتمالاتی دومتغیره تغییرات زمانی فشار آب منفذی در حین فرآیند تحکیم پی سازه. *تحقیقات مهندسی سازه‌های آبی و زهکشی*، ۲۴(۹۰)، ۹۱-۱۱۳.
- ملک پور، امیر، نیکنام یوسفی، حامد و اسمعیلی ورکی، مهدی (۱۳۹۷). تحلیل پایداری شیروانی پس از کاهش سطح آب در قوس رودخانه با بررسی کرنش و روش احتمالاتی مونت کارلو. *نشریه دانش آب و خاک*، ۲۸(۲)، ۱-۱۳.
- مهدی دوست رودبند، ایمان، جنت رستمی، سمیه، اشرف زاده، افشین و جوادی، سامان. (۱۴۰۲). ارزیابی دقت برآورد تغذیه آب زیرزمینی توسط SWAT و MODFLOW در اراضی شالیزاری (مطالعه موردی: آبخوان آستانه-کوجصفهان). *تحقیقات آب و خاک ایران*، ۵۴(۱۰)، ۱۵۶۴-۱۵۴۱.

REFERENCES

- Aghayi Gil Chalan, M. (2023). Sensitivity analysis and application of copula functions in the probabilistic analysis of subsidence induced by groundwater extraction using influence function method. (Masters Thesis, Guilan University, Rasht). (In Persian)
- Aghayar, M. S., Malekpour, A., & Shafiei Sabet, B. (2020). Varied groundwater pumping-induced subsidence in stratified soil condition using Influence Function and GIS-derived data. *Iranian Water Researches Journal*, 14(4), 153-162. (In Persian)
- Alibeikloo, M., Khabbaz, H., & Fatahi, B. (2022). Random field reliability analysis for time-dependent behaviour of soft soils considering spatial variability of elastic visco-plastic parameters. *Reliability Engineering & System Safety*, 219, 108254. <https://doi.org/10.1016/j.ress.2021.108254>.
- Bagheri-Gavkosh, M., Hosseini, S. M., Ataie-Ashtiani, B., Sohani, Y., Ebrahimian, H., Morovat, F., & Ashrafi, S. (2021). Land subsidence: A global challenge. *Science of The Total Environment*, 778, 146193. <https://doi.org/10.1016/j.scitotenv.2021.146193>.
- Bai, Y., Wang, Y., Chen, Y., & Zhang, L. (2020). Probabilistic analysis of the controls on groundwater depth using Copula Functions. *Hydrology Research*, 51(3), 406-422. <https://doi.org/10.2166/nh.2020.147>.
- Budhu, M., & Adiyaman, I. B. (2010). Mechanics of land subsidence due to groundwater pumping. *International journal for numerical and analytical methods in geomechanics*, 34(14), 1459-1478. <https://doi.org/10.1002/nag.863>.
- Cai, Y., Verdel, T., & Deck, O. (2014). On the topography influence on subsidence due to horizontal underground mining using the influence function method. *Computers and Geotechnics*, 61, 328-340. <https://doi.org/10.1016/j.compgeo.2014.06.003>.
- Chen, M., Tomás, R., Li, Z., Motagh, M., Li, T., Hu, L., ... & Gong, X. (2016). Imaging land subsidence induced by groundwater extraction in Beijing (China) using satellite radar interferometry. *Remote Sensing*, 8(6), 468. <https://doi.org/10.3390/rs8060468>.
- Chu, S. T. (1994). Transient Radius of influence model. *Journal of irrigation and drainage engineering*, 120(5), 964-969. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9437\(1994\)120:5\(964\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9437(1994)120:5(964)).
- Choubari, R. Y., Estalaki, A. M., & Varaki, M. E. (2025). Bivariate probabilistic slope stability analysis using copulas and back analysis by Markov chain Monte Carlo. *Earth Science Informatics*, 18(3), 291. <https://doi.org/10.1007/s12145-025-01789-x>.
- Davydzenka, T., Tahmasebi, P., & Shokri, N. (2024). Unveiling the global extent of land subsidence: The sinking crisis. *Geophysical Research Letters*, 51(4), e2023GL104497. <https://doi.org/10.1029/2023GL104497>.
- Don, N. C., Hang, N. T. M., Araki, H., Yamanishi, H., & Koga, K. (2006). Groundwater resources management under environmental constraints in Shiroishi of Saga plain, Japan. *Environmental geology*, 49, 601-609. <https://doi.org/10.1007/s00254-005-0109-9>.
- Fallahchai, M. M. (2016). Natural Regeneration of (*Populus caspica* Bornm.) and its relationship with soil physical and chemical properties (Case Study: Safrabaste Region in East of Guilan province). *Journal of Plant Research (Iranian Journal of Biology)*, 29(1), 118-129. (In Persian)

- Galloway, Devin L., & Burbey, Thomas J. (2011), Review: regional land subsidence accompanying groundwater extraction, *Hydrogeology Journal*, 19(8), 1459–1486. <https://doi.org/10.1007/s10040-011-0775-5>.
- Ghabraie, B., Ren, G., Barbato, J., & Smith, J. V. (2017). A predictive methodology for multi-seam mining induced subsidence. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 93, 280-294. <https://doi.org/10.1016/j.ijrmms.2017.02.003>
- Gholami Estalkhi Kohi, T., Navabian, M., & Eemaيلي Varaki, M. (2022). Investigation of the Dimensions of Open Drains in Paddy Fields of Land Consolidation Project. *Iranian Journal of Water Research in Agriculture (Formerly Soil and Water Sciences)*, 36(3), 313-328. <https://sid.ir/paper/1058041/en>. (In Persian)
- Hung, W. C., Hwang, C., Liou, J. C., Lin, Y. S., & Yang, H. L. (2012). Modeling aquifer-system compaction and predicting land subsidence in central Taiwan. *Engineering Geology*, 147, 78-90. <https://doi.org/10.1016/j.enggeo.2012.07.018>.
- keyvan behjou, F., Masarat, F., Ghanbari, S., & Sasanifar, S. (2024). The effect of logging activities on the soil characteristics of Islam forests in Guilan. *Journal of Environmental Science Studies*, 9(3), 9158-9147. <http://dx.doi.org/10.22034/JESS.2024.423944.2164> . (In Persian)
- Khademy Kamal, M., Naghdi, R., Salehi, A., & Yousefpour, R. (2023). Changes evaluation of some soil properties under effects of management characteristics (Case study: forests of Gisom region of Guilan province). *Forest and Wood Products*, 75(4), 309-319. <https://dor.isc.ac/dor/20.1001.1.50522008.1401.75.4.1.1> (In Persian)
- Kazempour Larsari, Z., Esmaili Varaki, M., & Malekpour, A. (2019). Laboratory study of scour downstream of stepped-labyrinth weirs. *Iranian Journal of Soil and Water Research* 49 (6), 1227-1241. (In Persian) <https://doi.org/10.22059/ijswr.2018.246313.667796>
- Malekpour, A., Farookhroo, S., & Hosseini, M. (2019). Effect of Uncertainty of Soil Compressibility on Temporal Variations of Pore-Water Pressure at the Foundation of Structure. *Water and Soil Science*, 29(2), 199-212. (In Persian)
- Malekpour, A., Niknam Yousefi, H., & Esmaili Varaki, M. (2018). Slope Stability Analysis after Decline of Water Level at the River Meander Considering Strain and Monte-Carlo Probabilistic Method. *Water and Soil Science*, 28 (2), 1-13. (In Persian)
- Malekpour, A., Sadeghian, N., & Farrokhi, M. J. (2023). Bivariate probabilistic analysis of temporal variations of pore water pressure during consolidation process in structural foundation. *Irrigation and Drainage Structures Engineering Research*, 24(90), 91-113. <https://doi.org/10.22092/idser.2023.363197.1551>. (In Persian)
- Malinowska, A., Hejmanowski, R., & Dai, H. (2020). Ground movements modeling applying adjusted influence function. *International journal of mining science and technology*, 30(2), 243-249. <https://doi.org/10.1016/j.ijmst.2020.01.007>.
- Mehdidoost Roudbaneh, I., Janatrostami, S., Ashrafzadeh, A., & Javadi, S. (2023). Accuracy assessment of groundwater recharge estimation using SWAT and MODFLOW in paddy fields (Case study: Astane-Kouchsefahan aquifer). *Iranian Journal of Soil and Water Research*, 54(10), 1541-1564. <https://doi.org/10.22059/ijswr.2023.363264.669547> . (In Persian)
- Perzyło, D. (2023). A new model for forecasting of land surface subsidence caused by underground extraction of deposits. *International Journal of Environmental Science and Technology*, 20(4), 3733-3748. <https://doi.org/10.1007/s13762-022-04225-5>.
- Ren, G., & Li, J. (2008). A study of angle of draw in mining subsidence using numerical modeling techniques. *Electron. J. Geotech. Eng*, 13, 1-14.
- Ren, G., Buckeridge, J., & Li, J. (2015). Estimating land subsidence induced by groundwater extraction in unconfined aquifers using an influence function method. *Journal of Water Resources Planning and Management*, 141(7), 04014084. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)WR.1943-5452.0000479](https://doi.org/10.1061/(ASCE)WR.1943-5452.0000479).
- Rezai Poor Jolandan, S., Pourbabaie, H., Salehi, A. (2022). Effect of Conservation on Physical and Chemical Properties of Gisum Forest Park Soil and Dr. Dorostkar Warehouse in province Guilan. *Natural Ecosystems of Iran* ,12(4), 1-12. (In Persian)
- Sadegh, M., Ragno, E., & AghaKouchak, A. (2017). Multivariate C opula A nalysis T oolbox (MvCAT): describing dependence and underlying uncertainty using a B ayesian framework. *Water Resources Research*, 53(6), 5166-5183. <https://doi.org/10.1002/2016WR020242>.
- Sadeghian, N., Malekpour Estalaki, A., & Calamak, M. (2024). Probabilistic internal erosion analysis in stratified and unstratified foundations of embankment dams using copulas. *Natural Hazards*, 120, 12989–13007. <https://doi.org/10.1007/s11069-024-06722-x> .
- Saeidi, A., Deck, O., Seifaddini, M., Heib, M. A., & Verdel, T. (2022). An improved methodology for applying the influence function for subsidence hazard prediction. *Georisk: Assessment and Management of Risk for Engineered Systems and Geohazards*, 16(2), 347-359. <https://doi.org/10.1080/17499518.2021.1875247>.
- Sepúlveda-García, J. J., & Alvarez, D. A. (2022). On the use of copulas in geotechnical engineering: A tutorial and state-of-the-art-review. *Archives of computational methods in engineering*, 29(7), 4683-4733. <https://doi.org/10.1007/s11831-022-09760-5>.
- Wang, T., Zhou, G., Wang, J., & Wang, D. (2020). Impact of spatial variability of geotechnical properties on uncertain settlement of frozen soil foundation around an oil pipeline. *Geomechanics and Engineering*, 20(1), 19-28. <https://doi.org/10.12989/gae.2020.20.1.019> .

- Zahmatkesh Biazar, F. (2018). Effect of uncertainty of local geotechnical properties on probability of land subsidence under groundwater pumping condition. (Masters Thesis, Guilan University, Rasht).(In Persian)
- Zarinibahador, M., Nabiollahi, K., & Norouzi, M. (2015). Influence of different slope aspects on some soil properties and forest soils evolution (Case study: Rostam abad region, Guilan province). *Water and Soil*, 29(3), 648-662. <https://doi.org/10.22067/jsw.v0i0.31149>. (In Persian)