



Kernel-driven prediction of discharge coefficient in semi-circular side weirs: a comparative machine learning perspective

Kiyoumars Roushangar¹ | Aydin Panahi² | Arman Alirezazadeh Sadaghiani³

1. Corresponding Author, Department of Water Resources Engineering, Faculty of Civil Engineering, University of Tabriz, Tabriz, Iran. E-mail: roshangari@tabrizu.ac.ir

2. Department of Water Resources Engineering, Faculty of Civil Engineering, University of Tabriz, Tabriz, Iran. E-mail: aydinpanahi@tabrizu.ac.ir

3. Department of Water Resources Engineering, Faculty of Civil Engineering, University of Tabriz, Tabriz, Iran. E-mail: arzd.arman@gmail.com

Article Info

Article type: Research Article

Article history:

Received: July. 28, 2025

Revised: Sep. 6, 2025

Accepted: Oct. 6, 2025

Published online: Dec. 2025

Keywords:

**Discharge coefficient,
Machine learning,
Meta-heuristic algorithms,
Sensitivity analysis,
Side weir.**

ABSTRACT

Accurate prediction of the discharge coefficient in sharp-crested semi-circular side weirs is of high importance due to its critical role in hydraulic analyses, optimal flow management, and the safe design of water structures. In this study, to enhance the prediction accuracy of this coefficient, the Support Vector Machine (SVM) was integrated with two metaheuristic optimization algorithms: The Horse Optimization Algorithm (HOA) and the Reptile Search Algorithm (RSA). Initially, the dimensionless parameters influencing the discharge coefficient were identified, and several predictive models were developed. The experimental dataset was randomly split into training (80 percent) and testing (20 percent) subsets. Results demonstrated that both models exhibited high predictive accuracy; however, the SVM-HOA model delivered superior performance during the testing phase ($NSE = 0.887$, $RMSE = 0.025$, $R^2 = 0.899$), yielding more precise outcomes. Sensitivity analysis further revealed that the ratio of upstream flow depth over the weir crest to the weir diameter (h_1/D) and the ratio of weir crest height to channel width (P/B) were the most influential parameters in modeling the discharge coefficient. Overall, the findings confirm that the proposed SVM-HOA hybrid model provides a powerful tool for accurately predicting the hydraulic behavior of semi-circular side weirs under various operational conditions.

Cite this article: Roushangar, K., Panahi, A., & Alirezazadeh Sadaghiani, A. (2025). Kernel-driven prediction of discharge coefficient in semi-circular side weirs: a comparative machine learning perspective, *Iranian Journal of Soil and Water Research*, 56 (10), 2735-2750. <https://doi.org/10.22059/ijswr.2025.399575.669986>

© The Author(s).

Publisher: University of Tehran Press.

DOI: <https://doi.org/10.22059/ijswr.2025.399575.669986>



EXTENDED ABSTRACT

Introduction

Semi-circular side weirs are crucial hydraulic structures designed for diverting and regulating flow in open channel systems. These structures are widely applied in irrigation networks, stormwater drainage, and treatment facilities. One of the key parameters for evaluating the hydraulic performance of side weirs is the discharge coefficient (C_d), which plays a vital role in estimating flow profiles and managing water resources effectively. Although several empirical and theoretical models have been proposed for estimating C_d , their performance is often limited by specific experimental conditions and a lack of generalizability.

Recent advancements in soft computing and machine learning have provided powerful tools for capturing complex, nonlinear relationships in hydraulic phenomena. In this context, this study introduces and evaluates two novel hybrid models that combine Support Vector Machine (SVM) regression with Horse Optimization Algorithm (HOA) and Reptile Search Algorithm (RSA) to enhance the prediction accuracy of C_d in sharp-crested semi-circular side weirs.

Method

A total of 212 experimental data points were compiled from two previous studies under subcritical flow regimes. The predictive models were developed using key dimensionless input variables derived through Buckingham Pi theorem, including ratios such as h_1/D , P/B , and Fr_1 . The data were randomly split into training (80 percent) and testing (20 percent) sets, and a 10-fold cross-validation approach was applied to minimize overfitting. SVM models were optimized using HOA and RSA algorithms, which aimed to find the best hyperparameters for the regression process by minimizing RMSE.

The HOA algorithm mimics the social behavior of horse herds in search and exploration, while RSA draws inspiration from crocodile hunting behavior. Each optimization algorithm was applied independently to train the SVM model, and their performance was compared based on three key statistical indices: R^2 , RMSE, and NSE.

Results

The results show that the SVM-HOA model consistently outperformed SVM-RSA in most scenarios. The best performance was observed in scenario SC5, where SVM-HOA achieved $NSE = 0.887$, $RMSE = 0.025$, and $R^2 = 0.899$, indicating a high level of prediction accuracy. Sensitivity analysis revealed that the ratio of upstream flow depth over the weir crest to the weir diameter (h_1/D) and the ratio of weir crest height to channel width (P/B) were the most influential parameters for accurate prediction. The Taylor diagram and comparative scatter plots further confirmed the superiority of SVM-HOA in both training and testing phases.

Conclusions

This study demonstrates that hybrid SVM models enhanced with HOA and RSA significantly improve the prediction of discharge coefficients in semi-circular side weirs. The SVM-HOA model, in particular, outperformed its counterpart across all evaluation metrics, showcasing better generalization and resistance to overfitting. Given the complexity and nonlinearity of hydraulic flow behavior, such intelligent models can serve as reliable tools in practical hydraulic engineering. Future work should explore the applicability of these models under submerged and supercritical flow conditions and investigate other advanced AI algorithms for further refinement.

Author Contributions

Kiomars Roshangar: Project management, study design, and result interpretation. Aydin Panahi: Methodology development, data analysis, and manuscript drafting. Arman Alizadeh Sadeghiani: Data collection and manuscript review. All authors have read and agreed to the published version of the manuscript.

Data Availability Statement

Data used in this study are available from the corresponding author upon request.

Ethical considerations

The authors avoided data fabrication, falsification, plagiarism, and misconduct

Conflict of Interest

The authors declare no conflicts of interest related to this work.

پیش‌بینی ضریب دبی در سرریزهای جانبی نیم‌دایره‌ای با استفاده از روش‌های یادگیری ماشین مبتنی بر توابع کرنل: رویکردی مقایسه‌ای

کیومرث روشنگر^۱ | آیدین پناهی^۲ | آرمان علیرضازاده صدقیانی^۳^۱. نویسنده مسئول، گروه مهندسی منابع آب، دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه تبریز، تبریز، ایران. رایانامه: roshangari@tabrizu.ac.ir^۲. گروه مهندسی منابع آب، دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه تبریز، تبریز، ایران. رایانامه: aydinpanahi@tabrizu.ac.ir^۳. گروه مهندسی منابع آب، دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه تبریز، تبریز، ایران. رایانامه: arzd.arman@gmail.com

اطلاعات مقاله	چکیده
نوع مقاله: مقاله پژوهشی	پیش‌بینی دقیق ضریب دبی در سرریزهای جانبی نیم‌دایره‌ای لبه‌تیز، به دلیل نقش کلیدی آن در تحلیل‌های هیدرولیکی، مدیریت بهینه جریان و طراحی ایمن سازه‌های آبی، از اهمیت بالایی برخوردار است. در این پژوهش، جهت ارتقاء دقت پیش‌بینی این ضریب از ترکیب روش ماشین بردار پشتیبان (SVM: Support Vector Machine) با دو الگوریتم بهینه‌سازی فرا ابتکاری، شامل الگوریتم بهینه‌سازی اسب (HOA: Horse Optimization Algorithm) و الگوریتم جستجوی خزندگان (RSA: Reptile Search Algorithm)، استفاده شده است. ابتدا پارامترهای بی‌بعد مؤثر بر ضریب دبی شناسایی شده و مدل‌های مختلف توسعه یافتند. مجموعه داده‌های آزمایشگاهی به صورت تصادفی به دو بخش آموزش (۸۰ درصد) و تست (۲۰ درصد) تقسیم شدند. نتایج نشان داد که هر دو مدل دقت بالایی در پیش‌بینی ضریب دبی دارند، اما مدل SVM-HOA در مرحله تست عملکرد بهتری نسبت به SVM-RSA ارائه داده است (RMSE=۰.۰۲۵، NSE=۰.۸۸۷ و R ² =۰.۸۹۹). نتایج دقیق‌تری ارائه می‌دهد. همچنین، آنالیز حساسیت نشان داد که نسبت عمق جریان روی تاج سرریز جانبی به قطر سرریز (h ₁ /D) نسبت ارتفاع تاج سرریز به عرض کانال (P/B) تأثیرگذارترین پارامترها در مدل‌سازی ضریب دبی هستند. نتایج این پژوهش مؤید آن است که مدل پیشنهادی مبتنی بر ترکیب SVM با الگوریتم HOA می‌تواند ابزاری قدرتمند برای پیش‌بینی دقیق رفتار هیدرولیکی سرریزهای جانبی نیم‌دایره‌ای در شرایط مختلف عملیاتی باشد.
واژه‌های کلیدی: الگوریتم‌های فرا ابتکاری، آنالیز حساسیت، سرریز جانبی، ضریب دبی، یادگیری ماشین.	

استناد: روشنگر، کیومرث؛ پناهی، آیدین و علیرضازاده صدقیانی، آرمان (۱۴۰۴). پیش‌بینی ضریب دبی در سرریزهای جانبی نیم‌دایره‌ای با استفاده از روش‌های یادگیری ماشین مبتنی بر توابع کرنل: رویکردی مقایسه‌ای، مجله تحقیقات آب و خاک ایران، ۵۶ (۱۰)، ۲۷۳۵-۲۷۵۰.

<https://doi.org/10.22059/ijswr.2025.399575.669986>

© نویسندگان.

ناشر: مؤسسه انتشارات دانشگاه تهران.

DOI: <https://doi.org/10.22059/ijswr.2025.399575.669986>

مقدمه

سرریزهای جانبی، سازه‌های هیدرولیکی ضروری هستند که به جهت انحراف و تنظیم جریان به موازات جریان در دیواره‌های جانبی کانال‌های اصلی مورد استفاده قرار می‌گیرند. این سازه‌ها کاربردهای گسترده‌ای در شبکه‌های آبیاری و زهکشی، سیستم‌های جمع‌آوری رواناب شهری و تصفیه‌خانه‌ها دارند (Abdollahi et al., 2017). عملکرد هیدرولیکی سرریزهای جانبی را می‌توان از طریق رویکردهای مختلفی از جمله تعادل انرژی (Hager (1994)، اندازه حرکت (El-Khashab and Smith (1976)، معادلات تجربی (Biggiero et al. (1994 و دینامیک سیالات محاسباتی (Azimi et al. (2014) تحلیل کرد. این تحلیل‌ها بر پایه ضریب دبی (C_d) صورت می‌گیرند که برای برآورد دبی گذرا و رفتار پروفیل سطح آزاد در امتداد سرریز جانبی ضروری است. ضریب دبی تحت تأثیر عوامل متعددی مانند ارتفاع تاج، طول و مقطع سرریز، شکل و شیب مقطع کانال اصلی، شرایط جریان بالادست و پایین‌دست قرار دارد. همچنین شواهد تجربی نشان داده است که ضریب دبی در امتداد سرریز متفاوت است (Granata et al., 2016).

برای روشن‌تر شدن مرور ادبیات، مطالعات پیشین را می‌توان به چند دسته تقسیم کرد:

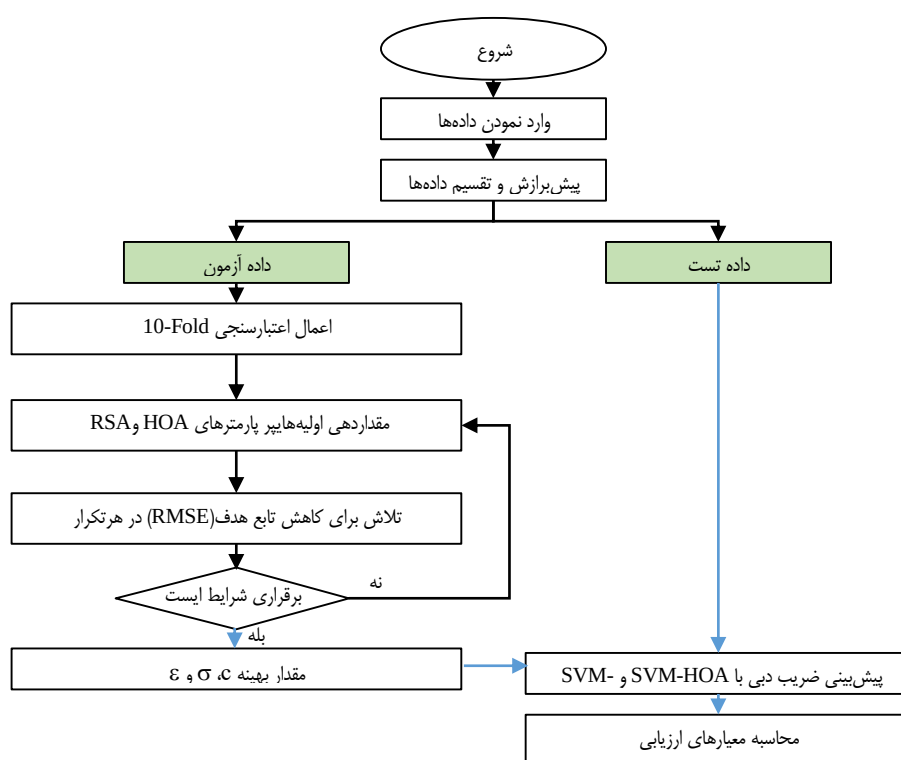
مطالعات تجربی شامل پژوهش‌هایی هستند که روابط ضریب دبی را در شرایط آزمایشگاهی و میدانی بررسی کرده‌اند. به عنوان نمونه Pandey (1985) به مطالعه سرریز جانبی دوزنقه‌ای، سهمی و دایره‌ای تحت شرایط جریان زیربحرانی پرداخت و نشان داد که ضریب دبی تابعی از عدد فرود بالادست سرریز جانبی می‌باشد. Borghei et al. (1999) تأثیر متغیرهای هیدرولیکی و هندسی کانال و شکل سرریز را بر ضریب دبی جریان زیربحرانی برای سرریزهای جانبی لبه تیز مطالعه و نشان دادند که اثر شیب طولی کانال اصلی بر ضریب دبی بسیار ناچیز بوده و قابل چشم‌پوشی می‌باشد. حق شناس و وطن خواه (۱۳۹۴) با بررسی آزمایشگاهی عملکرد هیدرولیکی سرریزهای جانبی نیم دایره‌ای نشان دادند که این نوع سرریز نسبت به سایر سرریزهای جانبی، ضریب دبی بیشتری دارد. همچنین بیان کردند که ضریب دبی علاوه بر عدد فرود به نسبت قطر سرریز جانبی نیم دایره‌ای به عرض کانال اصلی (D/B) بستگی دارد. در ادامه Haghshenas and Vatankhah (2021) معادلات تجربی محاسبه دبی را برای سرریزهای جانبی نیم دایره‌ای ارائه کردند که میانگین و حداکثر خطای مدل برتر به ترتیب ۱.۸۷ و ۶.۳۱ درصد گزارش شد. همچنین Daneshfaraz et al. (2023) هم نشان دادند که افزایش طول مؤثر تاج سرریز، ضریب دبی را تا ۹۵ درصد افزایش می‌دهد.

افزون بر این، مطالعات عددی (CFD) نیز انجام شده‌اند که جریان و پروفیل سطح آب را شبیه‌سازی می‌کنند. به عنوان مثال، Azimi et al. (2014) با استفاده از دینامیک سیالات محاسباتی رفتار جریان و پروفیل سطح آزاد را در سرریز جانبی بررسی کردند. در سال‌های اخیر، روش‌های محاسبات نرم و هوش مصنوعی به‌طور گسترده برای حل مسائل پیچیده در علوم مختلف استفاده شده است. این روش‌ها نسبت به روابط تجربی و روش‌های سنتی دارای برتری‌هایی نظیر دقت بالاتر، قابلیت تعمیم بهتر، توانایی در تحلیل داده‌های بزرگ و پیچیده و کاهش زمان و هزینه‌های محاسباتی می‌باشند. Bilhan et al. (2010) قابلیت شبکه عصبی پیشرو (FFNN) و شبکه عصبی پایه شعاعی (RBNN) را برای تخمین ضریب دبی سرریز جانبی در یک کانال مستطیل شکل ارزیابی کردند و نشان دادند که روش FFNN دقیق‌تر از روش RBNN است. در پژوهشی دیگر، Azamathulla et al. (2016) از روش ماشین بردار پشتیبان (SVM)، برای پیش‌بینی ضریب دبی سرریز جانبی استفاده کردند و در نتایج نشان دادند که مدل SVM از ANN بهتر است. Azimi et al. (2017) با استفاده از روش ماشین یادگیری افراطی (ELM)، تأثیر پارامترهای مختلف بر ضریب دبی سرریز جانبی مستطیلی در یک کانال دوزنقه‌ای شکل را بررسی کردند. در همین راستا، Ismael et al. (2021) از شبکه‌های عصبی مصنوعی برای پیش‌بینی C_d در سرریزهای استوانه‌ای مورب با قطرهای مختلف استفاده کردند و مدل تابع پایه شعاعی (RBFN) در مقایسه با شبکه عصبی پس انتشار (BPNN)، مقدار خطای جذر میانگین مربعات (RMSE) را تا ۹ درصد کاهش داد.

همچنین، برخی مطالعات هوش مصنوعی با الگوریتم‌های بهینه‌سازی ترکیبی انجام شده‌اند که دقت پیش‌بینی را افزایش می‌دهند. برای نمونه، Parsaei et al. (2017) از روش گروهی پردازش داده‌ها (GMDH) به همراه بهینه‌سازی ازدحام ذرات (PSO) استفاده کردند. ارزیابی این مدل در مقایسه با شبکه عصبی پرسپترون چندلایه (MLPNN) و ماشین بردار پشتیبان (SVM) اثربخشی آن‌ها را نشان داد، به‌طوری که مدل SVM دقت کمی بالاتری ارائه نمود. Roushangar et al. (2016) روش ماشین بردار پشتیبان را توسط الگوریتم ژنتیک (SVM-GA) بهینه نمودند و نشان دادند که مدل SVM-GA در مقایسه با روش GEP دقت بالاتری دارد. Gharib et al. (2020) ضریب دبی سرریز جانبی قرار داده‌شده در کانال همگرا را با روش ماشین یادگیری افراطی خود تطبیق (SAELM) شبیه‌سازی کردند.

پژوهش (Nourani et al. (2023 برتری مدل GA-SVM را نسبت به رگرسیون خطی چندگانه (MLR) و رگرسیون غیرخطی چندگانه (MNLR) نشان داد. همچنین، ماجدی اصل و همکاران (۱۴۰۱) عملکرد الگوریتم‌های هوشمند SVM و GEP را برای پیش‌بینی ضریب دبی سرریزهای کنگره‌ای قوسی بررسی کرده و دقت بالای هر دو مدل را تأیید کردند.

ضریب دبی یکی از موضوعات اصلی در زمینه هیدرولیک است که توسط محققان متعددی مورد مطالعه قرار گرفته است. ماشین بردار پشتیبان به عنوان یک الگوریتم یادگیری ماشینی قدرتمند با موفقیت برای شبیه‌سازی مسائل مختلف استفاده شد اما دارای اشکالاتی مانند به دام افتادن در بهینه‌های محلی و برازش بیش‌ازحد است. بنابراین در این تحقیق برای غلبه بر این چالش‌ها و بهینه نمودن ابر پارامترهای SVM، برای اولین بار الگوریتم‌های ترکیبی جدید SVM-HOA و SVM-RSA که تاکنون برای پیش‌بینی ضریب دبی سرریزهای جانبی نیم‌دایره‌ای ارائه گردید، چرا که تاکنون مطالعه‌ای در خصوص کاربرد این الگوریتم‌ها در این زمینه گزارش نشده است. در شکل (۱) فلوچارت کلی روش تحقیق و مراحل مدل‌سازی ضریب دبی نشان داده شده است. این فلوچارت مسیر پردازش داده‌ها، پیش‌پردازش، بهینه‌سازی ابرپارامترهای SVM با الگوریتم‌های HOA و RSA و پیش‌بینی ضریب دبی را به تصویر می‌کشد.



شکل ۱. فلوچارت روش تحقیق

مواد و روش‌ها

ضریب دبی سرریزهای جانبی

متغیرهای مؤثر بر ضریب دبی سرریزهای جانبی نیم‌دایره‌ای لبه تیز به صورت رابطه (۱) بیان می‌شوند (Li et al., 2024):

$$C_d = f(h_1, B, D, P, Fr_1, Re, We, S_0) \quad \text{رابطه ۱}$$

که در آن، h_1 عمق جریان روی تاج سرریز جانبی، B عرض کف کانال اصلی، D قطر سرریز جانبی نیم‌دایره‌ای، P ارتفاع تاج سرریز جانبی، Fr_1 عدد فرود بالادست سرریز جانبی، Re عدد رینولدز، We عدد وبر و S_0 شیب بستر کانال اصلی است.

(Borghei et al. (1999 در آزمایش‌های خود نشان دادند که تأثیر شیب کانال اصلی بر ضریب دبی ناچیز است. همچنین با توجه به اینکه عمق جریان بر روی تاج سرریزهای جانبی بیش از ۳ cm بوده و جریان از نوع آشسته ($Re > 2000$) می‌باشد، می‌توان از اثرات عدد وبر و عدد رینولدز که به ترتیب معرف کشش سطحی و اثر لزجت هستند، صرف‌نظر نمود (ماجدی اصل و همکاران، ۱۴۰۱). علاوه بر این، با بهره‌گیری از رابطه باکینگهام که توسط Haghshenas and Vatankhah (2021) آن‌ها به کار گرفته شده است، پارامترهای معرفی شده

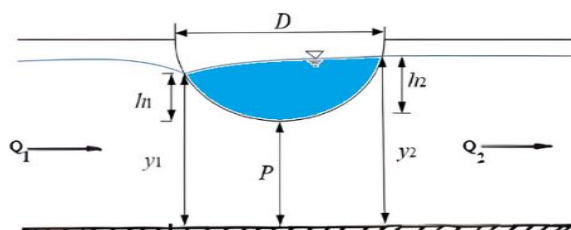
بی‌بعد شدند. همچنین با در نظر گرفتن سایر پارامترهای بی‌بعد تأثیرگذار بر ضریب دبی، رابطه مذکور به صورت رابطه (۲) فرموله گردید:

$$C_d = f\left(\frac{P}{D}, \frac{D}{B}, \frac{P}{B}, \frac{h_1}{D}, Fr_1, Fr_2\right) \quad \text{رابطه ۲}$$

که در آن، Fr_2 عدد فرود پایین دست سرریز جانبی می‌باشد.

داده‌های مورد استفاده

برای پیش‌بینی ضریب دبی سرریزهای جانبی نیم دایره‌ای از دو سری داده‌های آزمایشگاهی ارائه شده توسط Mohan (1987) و Haghshenas and Vatankhah (2021) استفاده شده است که رژیم جریان در آن‌ها زیر بحرانی می‌باشد. آزمایش Mohan (1987) بر روی سرریزهای جانبی نیم دایره‌ای لبه تیز در آزمایشگاه هیدرولیک دانشگاه روئورکی هند انجام شد که شامل یک کانال اصلی با ۹ m طول، ۰/۵ m عرض و ۰/۸ m ارتفاع بود و سرریز جانبی ساخته شده از صفحات فولادی لبه تیز در فاصله ۴/۵ m از ابتدای کانال اصلی قرار داشت. مدل آزمایشی Haghshenas and Vatankhah (2021) شامل یک کانال مستطیلی با شیب بستر افقی به طول ۱۲ m، عرض ۰/۲۵ m و عمق ۰/۵ m بود که سرریز جانبی در فاصله ۶ m از ورودی کانال تعبیه شده بود. طرح شماتیک آزمایشگاهی این آزمایش‌ها در شکل (۲) ارائه شده است.



شکل ۲. شماتیک سرریز جانبی نیم دایره‌ای

محدوده مشخصات هیدرولیکی و هندسی مقادیر آزمایشگاهی مورد استفاده در این پژوهش نیز در جدول (۱) ارائه گردیده است. همچنین تعداد داده‌های مورد استفاده در این تحقیق از آزمایش‌های Mohan (1987) و Haghshenas and Vatankhah (2021) به ترتیب ۵۶ و ۱۵۶ می‌باشد. به عبارتی تعداد کل داده‌های به کارگیری شده برای پیش‌بینی ضریب دبی ۲۱۲ می‌باشد.

جدول ۱. دامنه مقادیر آزمایشگاهی

مشخصات آماری	y_1 (m)	D (m)	B (m)	P (m)	h_1 (m)	Fr_1	Fr_2	C_d
Min	۰/۱۰۴	۰/۲۰۰	۰/۲۵۰	۰/۰۴۷	۰/۰۵۰	۰/۱۷۴	۰/۰۱۶	۰/۳۹۲
Max	۰/۲۸۰	۰/۴۰۰	۰/۵۰۰	۰/۱۵۰	۰/۱۹۴	۰/۸۱۵	۰/۵۱۷	۰/۹۱۱
Ave	۰/۱۸۷	۰/۳۲۶	۰/۳۱۶	۰/۰۸۴	۰/۱۰۳	۰/۴۳۳	۰/۲۳۳	۰/۶۵۹

ماشین بردار پشتیبان

ماشین بردار پشتیبان (SVM) در مقایسه با سایر روش‌های یادگیری ماشین شامل شبکه عصبی، با مجموعه داده‌های کوچک عملکرد بهتری دارند و قابلیت‌های تعمیم بالاتری را نشان می‌دهند. علاوه بر این، SVM‌ها کمتر مستعد بیش برآزش هستند که به آن‌ها امکان می‌دهد نتایج قابل اطمینان‌تری ارائه دهند (Shao and Lunetta, 2012). نوعی از یادگیری ماشین نظارت شده می‌باشد که در سال ۱۹۹۵ توسط Cortes and Vapnik (1995) ابداع شد. این روش، ریسک ساختاری را به عنوان تابع هدف قرار داده و با جلوگیری از بیش برآزش در برابر داده‌های تست نیز بهتر عمل می‌کند. درواقع ایده اصلی ماشین‌های بردار پشتیبان، ترسیم ابر صفحه‌ای در فضا است که عمل تمایز نمونه‌های مختلف داده را به طور بهینه انجام دهند. شایان ذکر است که بهترین ابر صفحه، صفحه‌ای می‌باشد که دارای بیشترین حاشیه از دو کلاس است و بردارهای پشتیبان نیز نقاطی هستند که کمترین فاصله را با این ابر صفحه دارند. در SVM با استفاده از توابع تبدیل کرنل، داده‌هایی که به صورت خطی در ابعاد اصلی خود قابل جداسازی خطی نیستند به فضای ویژگی بالاتری (بعد بالاتر) انتقال داده می‌شوند که بتوان آن‌ها را به صورت خطی جدا کرد. ماشین بردار پشتیبان به دو قسمت بردارهای پشتیبان طبقه‌بندی (SVC) و بردارهای

پشتیبان رگرسیون (SVR) تقسیم می‌شود (Fattahi and Babanouri, 2017). در این پژوهش، هدف پیش‌بینی مقادیر عددی ضریب دبی سرریز جانبی نیم‌دایره‌ای و برازش یک تابع ریاضی بر داده‌های پیوسته است. از آنجاکه SVR به‌طور خاص برای مسائل رگرسیونی طراحی شده و قادر به مدل‌سازی روابط پیچیده و غیرخطی بین متغیرهای ورودی و خروجی با در نظر گرفتن حاشیه خطای بهینه است، استفاده از آن نسبت به SVC که برای مسائل دسته‌بندی مناسب است، ارجحیت دارد.

داده‌های آموزش SVR به‌صورت $XY = \{(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)\}$ می‌باشند به‌گونه‌ای که n تعداد داده‌های آموزش است. هدف نهایی در SVR یافتن رابطه (۷) میان بردارهای ورودی $x \in R_n$ و متغیرهای خروجی $y \in R$ است.

$$f(x) = w^T \phi(x) + b \quad \text{رابطه ۳}$$

که w ، b و $\phi(x)$ به ترتیب بایاس، بردار وزن و تابع کرنل هستند که برای یافتن مقدار بهینه آن‌ها نیاز به کمینه‌سازی رابطه (۴) با قیود (۵) است (Hamel, 2011).

$$\min(w, b, \xi) = \frac{1}{2} \|w\|^2 + C \sum_{i=1}^n \xi_i \quad \text{رابطه ۴}$$

$$\text{s.t.} \begin{cases} 1 - \xi_i - y_i (w^T \phi(x_i) + b) \leq 0 \\ -\xi_i \leq 0 \end{cases} \quad \text{رابطه ۵}$$

که در این روابط C ابر پارامتر تنظیم‌کننده حاشیه به‌عنوان ضریب جریمه خطا عمل می‌کند و مقداری مثبت است، ξ_i متغیر مجازی است که حد بالا و پایین خطای آموزش مرتبط با مقدار خطای مجاز ε را تعیین می‌کند. برای حل این مسئله بهینه‌سازی از تکنیک لاگرانژ استفاده می‌شود و رابطه (۴) به رابطه (۶) تبدیل می‌گردد:

$$L((w, b, \xi), (\alpha, \beta)) = \frac{1}{2} \|w\|^2 + C \sum_{i=1}^n \xi_i - \sum_{i=1}^n \alpha_i (y_i (w^T \phi(x_i) + b) - 1 + \xi_i) - \sum_{i=1}^n \beta_i \xi_i \quad \text{رابطه ۶}$$

که α و β ضرایب لاگرانژ می‌باشند، با صفر قرار دادن مشتقات مربوطه، روابط (۷) تا (۹) به دست می‌آیند (Hamel, 2011):

$$\nabla_w L = w - \sum_{i=1}^n \alpha_i y_i \phi(x_i) = 0 \rightarrow w = \sum_{i=1}^n \alpha_i y_i \phi(x_i) \quad \text{رابطه ۷}$$

$$\nabla_\xi L = C - \alpha_i - \beta_i = 0 \rightarrow \beta_i = C - \alpha_i \leftrightarrow 0 \leq \alpha_i \leq C \quad \text{رابطه ۸}$$

$$\nabla_b L = w - \sum_{i=1}^n \alpha_i y_i = 0 \quad \text{رابطه ۹}$$

با قرار دادن سه معادله فوق در تابع اولیه لاگرانژ، تابع هدف دوگان لاگرانژین به‌صورت رابطه (۱۰) دست می‌آید که مسئله به بیشینه نمودن آن تبدیل می‌گردد:

$$L_D(\alpha, \beta) = -\frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \alpha_i \alpha_j y_i y_j (\phi^T(x_i) \phi(x_j)) - \sum_{i=1}^n \alpha_i \quad \text{رابطه ۱۰}$$

در نهایت تابع رگرسیون به‌صورت زیر قابل محاسبه است:

$$f(x) = \sum_{i=1}^n \alpha_i K(x_i, x_j) - b \quad \text{رابطه ۱۱}$$

در رابطه فوق $K(x_i, x_j)$ تابع تبدیل کرنل می‌باشد که انواع مختلفی دارد که در این تحقیق از یکی از رایج‌ترین و قدرتمندترین توابع به نام تابع کرنل پایه شعاعی (RBF) یا گاوسی که به‌صورت رابطه (۱۲) است، استفاده شده است.

$$K(x_i, x_j) = \phi^T(x_i) \phi(x_j) = \exp\left(-\frac{\|x_i - x_j\|^2}{2\sigma^2}\right) \quad \text{رابطه ۱۲}$$

که در این روابط σ ابر پارامتر تنظیم‌کننده با مقدار مثبت در کرنل RBF است. مهم‌ترین و مشکل‌ترین مسئله در استفاده از ماشین‌های بردار پشتیبان انتخاب سه ابر پارامتر تنظیم‌کننده C و σ و ε می‌باشد که در این پژوهش برای دستیابی به مقادیر بهینه این ابر پارامترها از دو الگوریتم فرا ابتکاری جدید استفاده شده است که در ادامه به معرفی آن‌ها پرداخته خواهد شد. در این پژوهش، برای دستیابی به مقادیر بهینه ابر پارامترهای SVM، از دو الگوریتم فرا ابتکاری نوین HOA و RSA استفاده شد. الگوریتم‌های فرا ابتکاری بر مبنای رفتارهای طبیعی

و جمعی موجودات زنده یا فرآیندهای فیزیکی/ریاضیاتی الهام گرفته شده‌اند و با ترکیب جستجوی محلی و سراسری، توانایی یافتن بهینه‌های سراسری مسائل پیچیده را دارند. الگوریتم HOA با شبیه‌سازی رفتار جمعی اسب‌ها، تعادل مناسبی بین اکتشاف (Exploration) و بهره‌برداری (Exploitation) ایجاد می‌کند و توانایی عبور از بهینه‌های محلی را دارد. الگوریتم RSA نیز از رفتار شکار خزندگان الهام گرفته شده و در مسائل غیرخطی، سرعت همگرایی بالایی دارد و می‌تواند نقاط بهینه را با پایداری بیشتری شناسایی کند. انتخاب این دو الگوریتم نه تنها به دلیل نو بودن آن‌ها و عدم کاربرد پیشین در پیش‌بینی ضریب دبی سرریزهای جانبی صورت گرفته، بلکه توانایی آن‌ها در مدیریت پیچیدگی‌های غیرخطی، کاهش احتمال بیش‌برازش و دستیابی به نتایج پایدار و قابل اعتماد، آن‌ها را نسبت به سایر الگوریتم‌های کلاسیک مانند PSO و GA متمایز می‌سازد (MiarNaeimi et al., 2021; Abualigah et al., 2022). شایان‌ذکر است که ε معرف دقت پیش‌بینی یعنی اختلاف بین مقادیر واقعی و مقادیر پیش‌بینی شده است. همچنین، بازه مقادیر $C \in [0.1, 1000]$ ، $\varepsilon \in [0.001, 0.1]$ و $\sigma \in [0.1, 10]$ به منظور رسیدن به بهینه‌ترین عملکرد مدل تنظیم شده است.

الگوریتم بهینه‌سازی اسب

الگوریتم بهینه‌سازی اسب (HOA) یک بهینه‌سازی مبتنی بر هوش تجمعی است که بر اساس الگوهای رفتاری اسب‌ها در محیط زندگی آن‌ها ساخته شده است. این الگوریتم از شش الگوی رفتاری اسب‌ها شامل چرا (G)، سلسله‌مراتب (H)، جامعه‌پذیری (S)، تقلید (I)، مکانیزم دفاعی (D) و پرسه زدن (R) الهام گرفته شده است (MiarNaeimi et al., 2021). معادله موقعیت اسب‌ها در هر تکرار به صورت رابطه (۱۳) است:

$$X_m^{Iter, Age} = \vec{V}_m^{Iter, Age} + X_m^{(Iter-1), Age}, \quad Age = \alpha, \beta, \gamma, \delta \quad \text{رابطه (۱۳)}$$

که در آن $X_m^{(Iter-1), Age}$ موقعیت اسب m ام، $Iter$ تکرار فعلی، $\vec{V}_m^{Iter, Age}$ بردار سرعت این اسب و Age محدوده سنی اسب در نظر گرفته شده را نشان می‌دهد که با توجه به اینکه اسب‌ها در سنین مختلف رفتارهای متفاوتی از خود نشان می‌دهند، این محدوده سنی به ۴ قسمت تقسیم شده است. اسب‌های مسن‌تر α و β روی جستجوی محلی و بهبود راه‌حل‌ها تمرکز دارند، در حالی که اسب‌های جوان‌تر γ و δ تمایل بیشتری به کاوش مناطق جدید دارند. همچنین در طول هر چرخه الگوریتم، بردار سرعت حرکت اسب‌ها به روز می‌شوند. این الگوریتم ترکیبی از جستجوی محلی و سراسری را ارائه می‌دهد و با بهره‌گیری از مکانیزم‌های جمعی، از گیر افتادن در بهینه‌های محلی جلوگیری می‌کند (MiarNaeimi et al., 2021).

الگوریتم جستجوی خزندگان

الگوریتم جستجوی خزندگان (RSA) یک بهینه‌سازی مبتنی بر هوش تجمعی است که از رفتار اجتماعی کروکدیل‌ها در طبیعت الهام گرفته شده است و از دو الگوی رفتاری کروکدیل‌ها شامل محاصره کردن (اکتشاف) و شکار کردن (استخراج) استفاده می‌نماید. فرآیند بهینه‌سازی مطابق معادله (۱۴) با مجموعه‌ای از راه‌حل‌های کاندید (X) یا جمعیت شروع می‌شود و در طول مسیر تکرار، مکانیزم‌های جستجوی RSA موقعیت‌های احتمالی پاسخ تقریباً بهینه را بررسی می‌کنند (Abualigah et al., 2022).

$$X = \begin{bmatrix} X_{1,1} & \cdots & X_{1,n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ X_{N,1} & \cdots & X_{N,n} \end{bmatrix} \quad \text{رابطه (۱۴)}$$

که در آن X مجموعه‌ای از راه‌حل‌های کاندید است که به طور تصادفی با استفاده از معادله (۱۵) ایجاد می‌شود. x_{ij} موقعیت j ام راه‌حل i ام، N تعداد راه‌حل‌های کاندید و n اندازه بعد مسئله را نشان می‌دهد.

$$x_{ij} = \text{rand} \times (UB - LB) + LB, \quad j = 1, 2, \dots, n \quad \text{رابطه (۱۵)}$$

همچنین rand مقدار تصادفی بین صفر و یک، LB و UB کران پایین و بالای مسئله داده شده است. مراحل جستجو نیز به دو صورت با چهار رویکرد مختلف تفکیک می‌شوند:

- اکتشاف (جستجو سراسری): کروکدیل‌ها در حین محاصره کردن طعمه دو نوع حرکت دارند: بالا راه رفتن و راه رفتن شکمی که استراتژی بالا راه رفتن به $t \leq \frac{T}{4}$ و استراتژی راه رفتن شکمی به $\frac{T}{4} < t \leq 2\frac{T}{4}$ مشروط می‌شود. معادلات موقعیت به روز شده در مرحله اکتشاف به صورت معادله (۱۶) می‌باشد:

$$x_{ij}(t+1) = \begin{cases} Best_j(t) \times \eta_{(i,j)}(t) \times \beta - R_{(i,j)}(t) \times rand & , \quad t \leq \frac{T}{4} \\ Best_j(t) \times x_{(r_1,j)} \times ES(t) \times rand & , \quad \frac{T}{4} \leq t \leq \frac{T}{2} \end{cases} \quad \text{رابطه ۱۶}$$

که $Best_j(t)$ بهترین راه‌حل به‌دست‌آمده در موقعیت j ام است، t تعداد تکرار فعلی، T حداکثر تعداد تکرار، $\eta_{(i,j)}$ عامل شکار برای موقعیت j ام در راه‌حل i ام، β و α ضریب کنترل دقت اکتشاف (محاصره کردن)، $R_{(i,j)}$ تابعی برای کاهش ناحیه جستجو، r_1 عدد تصادفی بین یک تا N ، $x_{(r_1,j)}$ نشان‌دهنده موقعیت تصادفی راه‌حل i ام و $ES(t)$ نرخ تکاملی است که مقادیر تصادفی کاهش بین دو تا منفی دو را در طول تعداد تکرارها می‌گیرد (Abualigah et al., 2022).

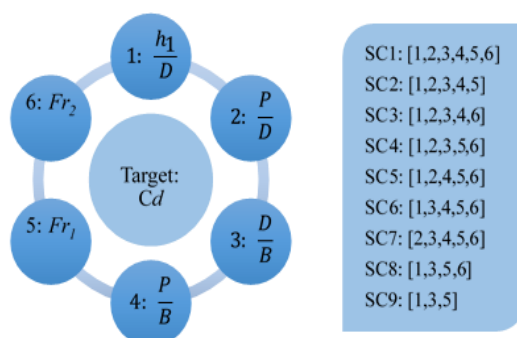
(۲) استخراج (جستجو محلی): کروکدیل‌ها در حین شکار دو استراتژی دارند: هماهنگی و همکاری که استراتژی هماهنگی شکار به $\frac{T}{4} < t \leq \frac{3T}{4}$ و استراتژی همکاری شکار به $\frac{3T}{4} < t \leq T$ مشروط می‌شود. معادلات موقعیت به‌روز شده در مرحله استخراج به‌صورت معادله (۱۷) می‌باشد:

$$x_{ij}(t+1) = \begin{cases} Best_j(t) \times P_{(i,j)}(t) \times rand & , \quad \frac{2T}{4} < t \leq \frac{3T}{4} \\ Best_j(t) \times \eta_{(i,j)}(t) \times \varepsilon - R_{(i,j)}(t) \times rand & , \quad \frac{3T}{4} < t \leq T \end{cases} \quad \text{رابطه ۱۷}$$

که $P_{(i,j)}$ درصد اختلاف بین موقعیت j ام بهترین راه‌حل به‌دست‌آمده و موقعیت j ام راه‌حل فعلی و ε یک مقدار کوچک است. درنهایت، RSA هنگامی که معیار خاتمه را برآورده نماید، متوقف می‌شود (Abualigah et al., 2022).

تقسیم‌بندی داده‌ها و تعیین ورودی مدل‌ها

در این مطالعه، مجموعه داده‌ها به دو قسمت داده‌های آموزش و تست با نسبت ۸۰ درصد برای آموزش در مقابل ۲۰ درصد برای تست تفکیک می‌شوند و برای جلوگیری از بیش‌برازش از روش اعتبار سنجی متقابل 10-fold استفاده می‌شود. در روش اعتبار سنجی متقابل 10-fold، داده‌های آموزش به‌طور تصادفی به ۱۰ لایه با تعداد یکسان تقسیم‌شده و در هر مرحله، تعداد $(k-1)$ تا از این لایه‌ها به‌عنوان مجموعه داده‌های آموزشی و یک لایه به‌عنوان مجموعه داده اعتبارسنجی در نظر گرفته می‌شود. شایان‌ذکر است که برای توسعه مدل‌های مختلف SVM-HOA و SVM-RSA از ترکیب‌های متغیرهای بی‌بعد مؤثر بر ضریب دبی استفاده می‌شود که مدل‌های ورودی برای پیش‌بینی ضریب دبی سرریزهای جانبی در شکل (۳) نشان داده‌شده است.



شکل ۳. مدل‌های ورودی برای پیش‌بینی ضریب دبی سرریز جانبی نیم‌دایره‌ای

همچنین، در جدول (۲) مشخصات دقیق داده‌های به کار گرفته‌شده در پژوهش حاضر شامل مقادیر حداقل، حداکثر، میانگین و انحراف معیار ارائه شد.

جدول ۲. مشخصات داده‌های به‌کاررفته شده

مشخصات آماری	h_1/D	P/D	D/B	P/B	Fr_1	Fr_2	C_d
Min	۰/۱۵۶	۰/۱۱۸	۰/۴۰۰	۰/۰۹۴	۰/۱۷۴	۰/۰۱۶	۰/۳۹۲
Max	۰/۶۷۹	۰/۶۰۰	۱/۶۰۰	۰/۶۰۰	۰/۸۱۵	۰/۵۱۷	۰/۹۱۱
Ave	۰/۳۳۲	۰/۲۶۸	۱/۱۲۹	۰/۳۱۱	۰/۴۳۳	۰/۲۳۳	۰/۶۵۹
Std	۰/۱۱۲	۰/۱۳۶	۰/۳۶۵	۰/۱۸۸	۰/۱۴۷	۰/۰۹۶	۰/۰۷۰

معیارهای ارزیابی

به منظور ارزیابی دقت مدل‌های تعریف شده در پیش‌بینی ضریب دبی سرریزهای جانبی از سه شاخص آماری همچون ضریب تعیین (R^2)، ریشه میانگین مربعات خطا (RMSE) و ضریب راندمان نش-ساتکلیف (NSE) استفاده گردید. شایان ذکر است که مدلی مطلوب است که مقدار R^2 و NSE آن به یک و مقدار RMSE آن به صفر نزدیک باشد (روشنگر و همکاران، ۱۴۰۳؛ Roushangar et al., 2024b). معادلات (۱۸)، (۱۹) و (۲۰) به ترتیب R^2 ، RMSE و NSE را توصیف می‌کنند:

$$R^2 = \left(\frac{\sum_{i=1}^N (Y_i - \bar{Y}) \times (\hat{Y}_i - \bar{\hat{Y}})}{\sqrt{\sum_{i=1}^N (Y_i - \bar{Y})^2 \times (\hat{Y}_i - \bar{\hat{Y}})^2}} \right)^2 \quad \text{رابطه ۱۸}$$

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\hat{Y}_i - Y_i)^2} \quad \text{رابطه ۱۹}$$

$$NSE = 1 - \frac{\sum_{i=1}^N (Y_i - \hat{Y}_i)^2}{\sum_{i=1}^N (Y_i - \bar{Y})^2} \quad \text{رابطه ۲۰}$$

در روابط بالا Y_i ضرایب دبی مشاهداتی، $\bar{Y}$ میانگین ضرایب دبی مشاهداتی، $\hat{Y}_i$ ضرایب دبی پیش‌بینی شده، $\bar{\hat{Y}}$ میانگین ضرایب دبی پیش‌بینی شده و N تعداد کل داده‌ها می‌باشد.

یافته‌ها

در این مطالعه، مدل SVR بهینه برای پیش‌بینی ضریب دبی سرریزهای جانبی پیشنهاد شد که پارامترهای تنظیم شده برای اجرای مدل‌های بهینه‌سازی SVR-HOA و SVR-RSA در جدول (۳) ارائه شده است.

در این پژوهش برای پیش‌بینی ضریب دبی سرریزهای جانبی نیم دایره‌ای، ۲۱۲ داده آزمایشگاهی با نسبت ۸۰ درصد برای آموزش در مقابل ۲۰ درصد برای تست در نه سناریوی متفاوت (SC1 تا SC9) انتخاب شدند. در جدول (۴) به ارزیابی شاخص‌های آماری و مقادیر بهینه سه ابر پارامتر تنظیم‌کننده C ، σ و ε برای مدل‌های اجرا شده، اشاره گردیده است. در سناریوی SC1، مدل SVR-HOA عملکرد بهتری نسبت به SVR-RSA نشان داده است. مقدار R^2 در مرحله آزمون برای SVR-HOA برابر ۰.۸۷۶ بوده، درحالی که مقدار متناظر برای SVR-RSA تنها ۰.۷۰۹ است. همچنین، مقدار NSE برای SVR-HOA برابر ۰.۸۴۰ گزارش شده که نسبت به مقدار ۰.۶۶۱ در SVR-RSA بهبود قابل توجهی را نشان می‌دهد. در سناریوی SC2، مقدار R^2 در آزمون برای SVR-HOA برابر ۰.۷۹۶ و برای SVR-RSA برابر ۰.۷۳۸ است. این تفاوت همچنین در شاخص RMSE نیز مشاهده می‌شود، به طوری که مقدار RMSE در مدل SVR-HOA برابر ۰.۰۳۷ است، درحالی که مقدار متناظر برای SVR-RSA برابر ۰.۰۴۱ هست. در سناریوی SC3، عملکرد مدل SVR-HOA همچنان برتر است. مقدار R^2 در مرحله آزمون برای SVR-HOA ۰.۷۵۲ و برای SVR-RSA ۰.۷۶۷ است. اگرچه مقدار R^2 در مدل SVR-RSA اندکی بالاتر است، اما بررسی مقدار NSE که برابر ۰.۷۳۷ برای SVR-HOA و ۰.۷۲۷ برای SVR-RSA است، نشان‌دهنده دقت کلی بالاتر مدل SVR-HOA هست. در سناریوی SC4، مدل SVR-HOA با مقدار R^2 برابر ۰.۸۸۹ و مقدار NSE برابر ۰.۸۵۷ در مرحله آزمون، عملکرد بهتری نسبت به مدل SVR-RSA با مقدار R^2 برابر ۰.۷۲۱ و NSE برابر ۰.۶۷۱ ارائه داده است.

در سناریوی SC5 که بهترین مدل در میان تمامی سناریوها محسوب می‌شود، مقدار R^2 در مرحله آزمون برای SVR-HOA برابر ۰.۸۹۹ و مقدار NSE برابر ۰.۸۸۷ است. این در حالی است که مقدار R^2 در مدل SVR-RSA برابر ۰.۸۸۰ و مقدار NSE برابر ۰.۸۶۳ گزارش شده است. همچنین مقدار RMSE برای SVR-HOA برابر ۰.۰۲۵ است که در مقایسه با مقدار ۰.۰۲۸ در SVR-RSA خطای کمتری را نشان می‌دهد. در سناریوی SC6، مقدار R^2 در آزمون برای SVR-HOA برابر ۰.۸۸۷ و مقدار NSE برابر ۰.۸۶۴ است. در مقابل، مقدار R^2

SVR-RSA تنها ۰,۶۹۷ و مقدار NSE برابر ۰,۶۵۳ گزارش شده است. این مقادیر نشان می‌دهد که مدل مبتنی بر HOA با بهینه‌سازی بهتر، عملکرد دقیق‌تری را در پیش‌بینی ارائه داده است. در سناریوی SC7، عملکرد هر دو مدل کاهش محسوسی را نشان می‌دهد. مقدار R^2 در مدل SVR-HOA برابر ۰,۶۲۹ و مقدار NSE برابر ۰,۶۱۹ گزارش شده است که در مقایسه با مقادیر R^2 برابر ۰,۵۹۳ و NSE برابر ۰,۵۸۵ در مدل SVR-RSA برتری نسبی دارد. این کاهش عملکرد می‌تواند ناشی از پارامتر h_1/D باشد که دقت کلی مدل را تحت تأثیر قرار داده است. سناریوی SC8 و SC9، نیز نشان‌دهنده دقت بالاتر SVR-HOA در پیش‌بینی‌های انجام‌شده هست.

جدول ۳. پارامترهای تنظیم‌شده برای اجرای مدل‌های SVR-RSA و SVR-HOA

مقدار	پارامترهای SVR-RSA
۱۰	Maximum number of iterations
۵	Population size (N)
۱۰	k-fold
۰,۱	α
۰,۱	β
RMSE	Cost function
مقدار	پارامترهای SVR-HOA
۱۰	Maximum number of iterations
۵	Population size (N)
۱۰	k-fold
۱,۵	g (Grazibg coefficient for all Ages)
۰,۹	$h\beta$ (Hierarchy factor for β)
۰,۵	$h\gamma$ (Hierarchy factor for γ)
۰,۲	$s\beta$ (Sociability factor for β)
۰,۱	$s\gamma$ (Sociability factor for γ)
۰,۳	$i\gamma$ (Imitation factor for γ)
۰,۳	$i\delta$ (Imitation factor for δ)
۰,۵	$d\alpha$ (Defense factor for α)
۰,۲	$d\beta$ (Defense factor for β)
۰,۱	$d\gamma$ (Defense factor for γ)
۰,۰۵	$r\gamma$ (Roam factor for γ)
۰,۱	$r\delta$ (Roam factor for δ)
۰,۹۹۹	ω (Reduction factor)
RMSE	Cost function

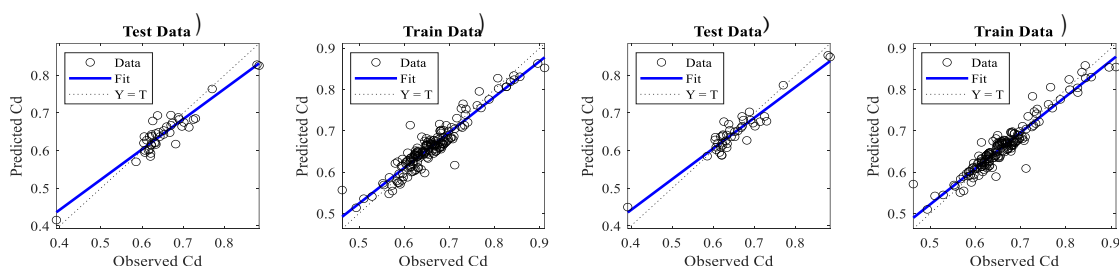
به‌طور کلی، نتایج این پژوهش نشان داد که مدل SVR-HOA در اکثر سناریوها عملکرد بهتری نسبت به SVR-RSA داشته است. درحالی‌که مدل RSA در برخی موارد دقت بالایی در مرحله آموزش نشان داده است، اما در مرحله آزمون دچار کاهش عملکرد شده که بیانگر بیش‌برازش مدل بر روی داده‌های آموزشی است. از سوی دیگر، مدل HOA با تنظیم مناسب ابر پارامترها و کاهش احتمال بیش‌برازش، تعادل بهتری میان دقت و تعمیم‌پذیری ایجاد کرده و در پیش‌بینی ضریب دبی سرریزهای جانبی نیم‌دایره‌ای موفق‌تر عمل کرده است.

همچنین این نتایج نشان می‌دهد که حذف پارامترهای D/B و P/B تأثیر قابل‌توجهی بر پیش‌بینی ضریب دبی ندارد، درحالی‌که پارامترهای Fr_1 ، Fr_2 و h_1/D نقش کلیدی در فرآیند پیش‌بینی این ضریب ایفا می‌کنند. به‌ویژه، پارامتر h_1/D در مرحله آموزش، تأثیر چشمگیری بر دقت پیش‌بینی ضریب دبی داشته و نقش مهمی در بهبود عملکرد مدل ارائه می‌دهد.

علاوه بر این در شکل (۴) برای بهترین مدل، ضرایب دبی پیش‌بینی‌شده با الگوریتم‌های SVM-RSA و SVM-HOA در مقابل ضرایب دبی آزمایشگاهی در هر دو مرحله آموزش و تست نشان داده‌شده است.

جدول ۴. نتایج حاصل از روش‌های SVM-HOA و SVM-RSA برای پیش‌بینی ضریب دبی

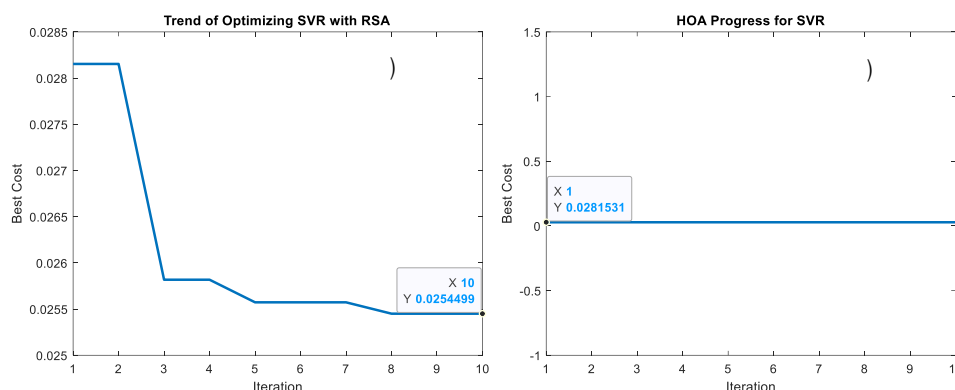
Model	Method	Optimal value			Training stage			Testing stage		
		C	ϵ	σ	NSE	RMSE	R^2	NSE	RMSE	R^2
SC1	SVR-HOA	۱,۳۷۹	۰,۰۱۵	۲,۵۶۳	۰,۹۰۲	۰,۰۲۱	۰,۹۰۴	۰,۸۴۰	۰,۰۳۰	۰,۸۷۶
	SVR-RSA	۱,۱۴۳	۰,۰۱۰	۱,۰۰۰	۰,۹۶۹	۰,۰۱۲	۰,۹۷۰	۰,۶۶۱	۰,۰۴۴	۰,۷۰۹
SC2	SVR-HOA	۱,۲۲۵	۰,۰۱۴	۲,۲۱۱	۰,۸۶۳	۰,۰۲۵	۰,۸۶۵	۰,۷۶۴	۰,۰۳۷	۰,۷۹۶
	SVR-RSA	۰,۱۹۲	۰,۰۰۱	۱,۰۰۰	۰,۸۹۱	۰,۰۲۲	۰,۸۹۵	۰,۷۰۰	۰,۰۴۱	۰,۷۳۸
SC3	SVR-HOA	۱۱,۰۲۲	۰,۰۱۲	۲,۲۹۲	۰,۹۲۹	۰,۰۱۸	۰,۹۲۹	۰,۷۳۷	۰,۰۳۹	۰,۷۵۲
	SVR-RSA	۰,۹۹۲	۰,۰۱۰	۱,۱۰۱	۰,۹۵۴	۰,۰۱۵	۰,۹۵۵	۰,۷۳۷	۰,۰۳۹	۰,۷۶۷
SC4	SVR-HOA	۲,۲۷۸	۰,۰۱۵	۲,۶۰۴	۰,۹۱۰	۰,۰۲۰	۰,۹۱۲	۰,۸۵۷	۰,۰۲۹	۰,۸۸۹
	SVR-RSA	۱,۲۸۳	۰,۰۱۰	۱,۰۰۰	۰,۹۷۰	۰,۰۱۲	۰,۹۷۲	۰,۶۷۱	۰,۰۴۳	۰,۷۲۱
SC5	SVR-HOA	۸,۵۷۱	۰,۰۱۶	۲,۸۸۴	۰,۹۰۲	۰,۰۲۱	۰,۹۰۴	۰,۸۸۷	۰,۰۲۵	۰,۸۹۹
	SVR-RSA	۴۵,۶۳۳	۰,۰۲۰	۴,۹۳۸	۰,۸۸۹	۰,۰۲۳	۰,۸۹۱	۰,۸۶۳	۰,۰۲۸	۰,۸۸۰
SC6	SVR-HOA	۱۰,۳۶۹	۰,۰۱۶	۲,۸۰۴	۰,۹۲۴	۰,۰۱۹	۰,۹۲۵	۰,۸۶۴	۰,۰۲۸	۰,۸۸۷
	SVR-RSA	۱,۴۶۸	۰,۰۱۰	۱,۰۰۰	۰,۹۷۱	۰,۰۱۲	۰,۹۷۲	۰,۶۵۳	۰,۰۴۴	۰,۶۹۷
SC7	SVR-HOA	۳,۰۲۳	۰,۰۱۴	۲,۲۹۱	۰,۷۰۰	۰,۰۳۷	۰,۷۰۴	۰,۶۱۹	۰,۰۴۶	۰,۶۲۹
	SVR-RSA	۱,۲۲۰	۰,۰۲۰	۲,۰۰۰	۰,۸۳۳	۰,۰۲۸	۰,۸۳۹	۰,۵۸۵	۰,۰۴۸	۰,۵۹۳
SC8	SVR-HOA	۱۱,۰۲۲	۰,۰۱۲	۲,۲۹۲	۰,۹۲۲	۰,۰۱۹	۰,۹۲۲	۰,۸۲۵	۰,۰۳۱	۰,۸۵۹
	SVR-RSA	۹,۲۸۹	۰,۰۱۰	۱,۰۰۰	۰,۹۷۰	۰,۰۱۲	۰,۹۷۲	۰,۶۱۵	۰,۰۴۷	۰,۶۶۱
SC9	SVR-HOA	۷۴,۵۱۶	۰,۰۱۳	۳,۳۳۷	۰,۸۵۴	۰,۰۲۶	۰,۸۵۴	۰,۷۳۲	۰,۰۳۹	۰,۷۶۶
	SVR-RSA	۷۳,۶۱۷	۰,۰۱۳	۳,۳۷۷	۰,۸۵۳	۰,۰۲۶	۰,۸۵۲	۰,۷۳۵	۰,۰۳۹	۰,۷۶۹



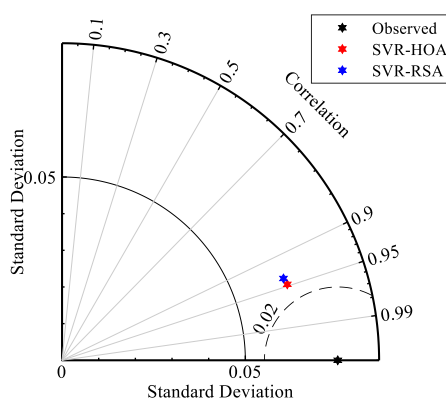
شکل ۴. ضرایب دبی پیش‌بینی‌شده در مقابل ضرایب دبی آزمایشگاهی در مراحل آموزش و تست برای SC5: (الف) مرحله آموزش SVR-HOA، (ب) مرحله تست SVR-HOA (ج) مرحله آموزش SVR-RSA، (د) مرحله تست SVR-RSA

همچنین، با توجه به شکل (۵) که فرآیند بهینه‌سازی SVR-HOA و SVR-RSA را نشان می‌دهد، در نمودار مربوط به SVR-HOA، مقدار تابع هزینه (Best Cost) برای 10-fold از ابتدای تکرارها تغییر نکرده و نشان‌دهنده عدم بهبود بهینه‌سازی است، درحالی‌که در نمودار SVR-RSA، کاهش تدریجی مقدار تابع هزینه در طول تکرارها مشاهده می‌شود که نشان‌دهنده فرایند یادگیری و بهبود مدل است. با این حال، مقایسه شاخص‌های آماری نشان داد که مدل SVR-HOA عملکرد بهتری نسبت به SVR-RSA دارد. این نتایج نشان داد که الگوریتم HOA با تعداد تکرار محدود به یک مقدار بهینه رسیده، اما فرآیند بهینه‌سازی آن در طول تکرارها تغییر محسوسی نداشته است، درحالی‌که RSA روند همگرایی تدریجی‌تری داشته اما به مقدار بهینه پایین‌تری رسیده است. بنابراین، انتخاب مقادیر ۱۰ و ۵ به ترتیب برای حداکثر تکرار و تعداد جمعیت بر این اساس صورت گرفته است که الگوریتم‌ها بتوانند در تعداد محدود تکرار، به یک مقدار بهینه مناسب دست یابند و عملکرد بهتری در پیش‌بینی داده‌های تست ارائه دهند.

علاوه بر این، در شکل (۶) از نمودار تیلور برای تجزیه و تحلیل الگوریتم‌های SVR-HOA و SVR-RSA بر روی مدل برتر استفاده شد که از سه شاخص آماری ضریب تعیین (R^2)، ریشه میانگین مربعات خطا (RMSE) و انحراف معیار (SD) استفاده می‌کند. در نمودار تیلور هرچه مقدار پیش‌بینی‌شده از نظر R^2 ، RMSE و SD به مقدار مشاهده نزدیک‌تر باشد، پیش‌بینی بهتری صورت می‌گیرد. مطابق نمودار، الگوریتم SVM-HOA دارای راندمان بالاتری است و پیش‌بینی دقیق‌تری انجام می‌دهد.

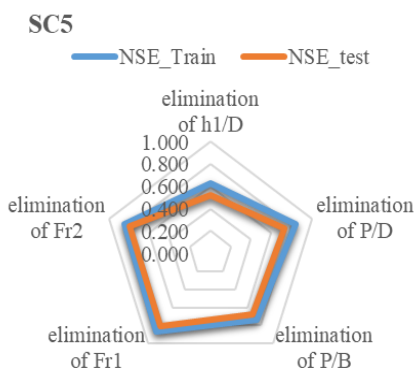


شکل ۵. مقایسه روند بهینه‌سازی مدل SVR برای SC5 با استفاده از: الف) الگوریتم بهینه‌سازی اسب (HOA) و ب) الگوریتم بهینه‌سازی جستجوی خزندگان (RSA)



شکل ۶. نمودار تیپور برای SC5

در ادامه جهت بررسی تأثیر پارامترهای ورودی به‌کاررفته در پیش‌بینی ضریب دبی، از آنالیز حساسیت استفاده گردید. بدین منظور با حذف تک‌تک پارامترهای ورودی مدل برتر و اجرای دوباره مدل با الگوریتم SVM-HOA و تعیین معیار ارزیابی NSE، میزان تأثیر پارامتر حذف‌شده در کاهش دقت مدل موردبررسی قرار گرفت. نتایج حاصل از آنالیز حساسیت در شکل (۷) ارائه‌شده است که مطابق آن پارامترهای P/B و h_1/D در پیش‌بینی ضریب دبی سرریزهای جانبی نیم‌دایره‌ای لبه تیز واقع در کانال اصلی مستطیلی دارای اهمیت بسیاری می‌باشد که حذف آن منجر به کاهش مقدار شاخص NSE در مرحله تست به ۰٫۵۲۲ و ۰٫۶۷۶ می‌شود.



شکل ۷. نتایج آنالیز حساسیت مدل برتر برای سرریز جانبی در مراحل آموزش و تست

بحث

در این مطالعه، مدل‌های SVR-HOA و SVR-RSA برای پیش‌بینی ضریب دبی سرریزهای جانبی نیم‌دایره‌ای موردبررسی قرار گرفتند.

نتایج نشان داد که مدل SVR-HOA در اکثر سناریوها عملکرد بهتری نسبت به SVR-RSA دارد و تعادل بهینه‌ای میان دقت پیش‌بینی و تعمیم‌پذیری ایجاد می‌کند. شاخص‌های آماری شامل R^2 ، RMSE و NSE نشان دادند که تنظیم دقیق ابر پارامترها و کاهش احتمال بیش‌برازش، نقش کلیدی در بهبود عملکرد مدل SVR-HOA دارد. منابع عدم قطعیت‌ها در پیش‌بینی ضریب دبی می‌تواند ناشی از خطاهای اندازه‌گیری در داده‌ها، پیچیدگی‌های هیدرولیکی سرریزهای جانبی و محدودیت‌های مدل در تعمیم به شرایط غیر آزمایشگاهی باشد. شایان‌ذکر است که تنظیم ابر پارامترها با استفاده از الگوریتم‌های HOA و RSA تلاش مؤثری برای کاهش این عدم قطعیت‌ها محسوب می‌شود.

از نظر کاربردی در مهندسی هیدرولیک، نتایج این پژوهش نشان می‌دهد که استفاده از مدل‌های پیشنهادی، به‌ویژه SVR-HOA، می‌تواند ابزاری قدرتمند برای تحلیل رفتار ضریب دبی در سرریزهای جانبی باشد. اهمیت این موضوع در آن است که تغییرات ضریب دبی عموماً با پارامترهای بی‌بعدی نظیر عدد فرود و نسبت‌های هندسی مرتبط است و رصد این تغییرات برای درک دقیق رفتار هیدرولیکی جریان ضروری است. مدل‌های هوش مصنوعی با قابلیت استخراج روابط پیچیده و غیرخطی بین این پارامترها و ضریب دبی، امکان پیش‌بینی دقیق را فراهم می‌سازند. در نتیجه، این رویکرد علاوه بر بهینه‌سازی طراحی و کاهش عدم قطعیت‌ها، می‌تواند به کاهش خطرات ناشی از جریان‌های نامطلوب و ارتقای ایمنی سازه‌های هیدرولیکی کمک کند.

مقایسه با مطالعات پیشین Li et al. (2024) نشان می‌دهد که پژوهش‌های قبلی عمدتاً از یک مجموعه داده آزمایشگاهی استفاده کرده‌اند، درحالی‌که این مطالعه از دو مجموعه داده با تنوع بیشتر بهره برده است. مدل SVR-HOA ارائه‌شده دقت بالایی در پیش‌بینی ضریب دبی سرریزهای جانبی نیم‌دایره‌ای نشان داد ($NSE=0.887$ ، $RMSE=0.025$ و $R^2=0.899$ در بهترین سناریو). علاوه بر این، تحلیل حساسیت پارامترهای کلیدی h_1/D و P/B ، بینش بهتری از اثرات هندسی بر جریان فراهم کرده و امکان استفاده عملی در طراحی و بهینه‌سازی کانال‌ها و سرریزهای جانبی را افزایش می‌دهد. بنابراین، مطالعه حاضر ضمن تأیید نتایج پیشین، دامنه کاربرد و قابلیت تعمیم مدل را نیز گسترش داده است.

نتیجه‌گیری

در پژوهش حاضر از الگوریتم‌های ترکیبی SVM-HOA و SVM-RSA برای مدل‌سازی و پیش‌بینی ضریب دبی سرریزهای جانبی نیم‌دایره‌ای لبه تیز واقع در کانال مستطیلی استفاده شد. در ابتدا پارامترهای بی‌بعد تأثیرگذار بر ضریب دبی شناسایی و سپس چندین مدل تولید گردیدند. هم‌چنین مجموعه داده‌های گردآوری‌شده به دو قسمت داده‌های آموزش و تست با نسبت ۸۰ درصد برای آموزش در مقابل ۲۰ درصد برای تست تفکیک شدند. برای جلوگیری از بیش‌برازش از روش اعتبار سنجی متقابل 10-fold استفاده شد. یافته‌های اصلی پژوهش حاضر به شرح زیر است:

۱. با توجه به نتایج حاصله می‌توان اظهار کرد که هر دو روش هوش مصنوعی، قابلیت خوبی در تخمین ضریب دبی سرریزهای جانبی دارند و می‌توان از الگوریتم SVM-HOA در پیش‌بینی ضریب دبی با دقت بالا استفاده نمود.

۲. مدل SC5 با پارامترهای نسبت عمق جریان روی تاج سرریز جانبی به قطر سرریز جانبی نیم‌دایره‌ای (h_1/D)، نسبت ارتفاع تاج سرریز جانبی به قطر سرریز جانبی نیم‌دایره‌ای (P/D)، نسبت ارتفاع تاج سرریز جانبی به عرض کف کانال اصلی (P/B)، عدد فرود بالادست سرریز جانبی (Fr_1) و عدد فرود پایین‌دست سرریز جانبی (Fr_2) از دقت بالایی برخوردار بود ($NSE=0.887$ ، $RMSE=0.025$ و $R^2=0.899$). هم‌چنین آنالیز حساسیت مدل برتر نشان داد که پارامترهای h_1/D و P/B در پیش‌بینی ضریب دبی نقش بسزایی دارند.

از محدودیت‌های اصلی این مطالعه محدود بودن تعداد داده‌های آزمایشگاهی بود که داده‌های بیشتر می‌توانستند دقت مدل‌های پیش‌بینی را افزایش دهند و تنوع بهتری را در نتایج به‌دست‌آمده ارائه دهند. برای پژوهش‌های آتی، پیشنهاد می‌شود که ضریب دبی سرریزهای جانبی در شرایط جریان مستغرق و فوق بحرانی نیز مورد تحقیق و بررسی قرار گیرد. بعلاوه با توجه به قابلیت‌های روش‌های هوش مصنوعی و گستردگی انواع آن‌ها، پیشنهاد می‌شود سایر مدل‌های هوش مصنوعی نیز برای تخمین ضریب دبی سرریزهای جانبی به کار گرفته شود و نتایج به‌دست‌آمده با نتایج این تحقیق مقایسه شوند.

دسترسی به داده‌ها

داده‌ها حسب درخواست، از طرف نویسنده مسئول از طریق ایمیل قابل‌ارسال می‌باشد.
هیچگونه تعارض منافع بین نویسندگان وجود ندارد.

منابع

- حق شناس، وحید و وطن خواه، علیرضا (۱۳۹۴). مقایسه روش‌های مختلف تخمین بده سرریز جانبی لبه تیز نیم‌دایره‌ای در رژیم جریان زیربحرانی. *تحقیقات آب و خاک ایران*, ۴۶(۴), ۶۶۳-۶۷۱.
- روشنگر، کیومرث؛ سعادت‌جو، رضا؛ عباس زاده، حمیدرضا و پناهی، آیدین (۱۴۰۳). تخمین غلظت هوا در سرریز شوت با استفاده از روش‌های فرامدل. *تحقیقات آب و خاک ایران*, ۵۵(۴), ۶۰۱-۶۱۳.
- ماجدی اصل، مهدی؛ فولادی پناه، مهدی؛ دانش‌فراز، رسول و جنت، خلیل (۱۴۰۱). ارزیابی تاثیر پارامترهای هیدرولیکی و هندسی روی ضریب گذردهی سرریزهای کنگره‌ای با دو روش آزمایشگاهی و الگوریتم‌های هوشمند. *فصلنامه علمی مهندسی منابع آب*, ۱۵(۵۲), ۷۳-۹۲.

REFERENCES

- Abdollahi, A., Kabiri-Samani, A., Asghari, K., Atoof, H., & Bagheri, S. (2017). Numerical modeling of flow field around the labyrinth side-weirs in the presence of guide vanes. *ISH Journal of Hydraulic Engineering*, 23(1), 71–79. DOI: <https://doi.org/10.1080/09715010.2016.1239555>
- Abualigah, L., Abd Elaziz, M., Sumari, P., Geem, Z. W., & Gandomi, A. H. (2022). Reptile Search Algorithm (RSA): A nature-inspired meta-heuristic optimizer. *Expert Systems with Applications*, 191, 116158. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.eswa.2021.116158>
- Azamathulla, H. M., Haghiabi, A. H., & Parsaie, A. (2016). Prediction of side weir discharge coefficient by support vector machine technique. *Water Science and Technology: Water Supply*, 16(4), 1002–1016. DOI: <https://doi.org/10.2166/ws.2016.014>
- Azimi, H., Bonakdari, H., & Ebtehaj, I. (2017). Sensitivity analysis of the factors affecting the discharge capacity of side weirs in trapezoidal channels using extreme learning machines. *Flow Measurement and Instrumentation*, 54, 216–223. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.flowmeasinst.2017.02.005>
- Azimi, H., Shabanlou, S., & Salimi, M. S. (2014). Free surface and velocity field in a circular channel along the side weir in supercritical flow conditions. *Flow Measurement and Instrumentation*, 38, 108–115. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.flowmeasinst.2014.05.013>
- Biggiero, V., Longobardi, D., & Pianese, D. (1994). Indagine sperimentale su sfioratori laterali a soglia bassa. *Giornale Del Genio Civile*, 132(7-8-9), 183–199 [In Italian].
- Bilhan, O., Emiroglu, M. E., & Kisi, O. (2010). Application of two different neural network techniques to lateral outflow over rectangular side weirs located on a straight channel. *Advances in Engineering Software*, 41(6), 831–837. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.advensoft.2010.03.001>
- Borghei, S. M., Jalili, M. R., & Ghodsian, M. (1999). Discharge coefficient for sharp-crested side weir in subcritical flow. *Journal of Hydraulic Engineering*, 125(10), 1051–1056. DOI: [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9429\(1999\)125:10\(1051\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9429(1999)125:10(1051))
- Cortes, C., & Vapnik, V. (1995). Support-vector networks. *Machine Learning*, 20, 273–297. DOI: <https://doi.org/10.1007/Bf00994018>
- Daneshfaraz, R., Norouzi, R., Patrick Abraham, J., Ebadzadeh, P., Akhondi, B., & Abar, M. (2023). Determination of flow characteristics over sharp-crested triangular plan form weirs using numerical simulation. *Water Science*, 37(1), 211–224. DOI: <https://doi.org/10.1080/23570008.2023.2236384>
- Ebtehaj, I., Bonakdari, H., Zaji, A. H., Azimi, H., & Khoshbin, F. (2015). GMDH-type neural network approach for modeling the discharge coefficient of rectangular sharp-crested side weirs. *Engineering Science and Technology, an International Journal*, 18(4), 746–757. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.jestch.2015.04.012>
- El-Khashab, A., & Smith, K. V. H. (1976). Experimental investigation of flow over side weirs. *Journal of the Hydraulics Division*, 102(9), 1255–1268. DOI: <https://doi.org/10.1061/JYCEAJ.0004610>
- Fattahi, H., & Babanouri, N. (2017). Applying optimized support vector regression models for prediction of tunnel boring machine performance. *Geotechnical and Geological Engineering*, 35(5), 2205–2217. DOI: <https://doi.org/10.1007/s10706-017-0238-4>
- Gardiner, C. W. (1985). *Handbook of stochastic methods for physics, chemistry and the natural sciences*. Springer Series in Synergetics.
- Gharib, R., Heydari, M., Kardar, S., & Shabanlou, S. (2020). Simulation of discharge coefficient of side weirs placed on convergent canals using modern self-adaptive extreme learning machine. *Applied Water Science*, 10, 1–11. DOI: <https://doi.org/10.1007/s13201-019-1136-0>
- Granata, F., Gargano, R., & Santopietro, S. (2016). A flow field characterization in a circular channel along a side weir. *Flow Measurement and Instrumentation*, 52, 92–100. DOI:



<https://doi.org/10.1016/j.flowmeasinst.2016.09.011>

- Hager, W. H. (1994). Supercritical Flow in Circular-Shaped Side Weir. *Journal of Irrigation and Drainage Engineering*, 120(1), 1–12. DOI: [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9437\(1994\)120:1\(1\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9437(1994)120:1(1))
- Haghshenas, V, & Vatankhah, A. R. (2021). Discharge equation of semi-circular side weirs: An experimental study. *Flow Measurement and Instrumentation*, 81, 102041. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.flowmeasinst.2021.102041>
- Haghshenas, Vahid, & Vatankhah, A. (2015). Comparison of Different Discharge Estimation Methods for Sharp-Crested Semi-Circular Side Weir under Subcritical Flow Regimes. *Iranian Journal of Soil and Water Research*, 46(4), 663–671. DOI: <https://doi.org/10.22059/ijswr.2015.56790> (In Persian).
- Hamel, L. H. (2011). Knowledge discovery with support vector machines. John Wiley & Sons.
- Ismael, A. A., Suleiman, S. J., Al-Nima, R. R. O., & Al-Ansari, N. (2021). Predicting the discharge coefficient of oblique cylindrical weir using neural network techniques. *Arabian Journal of Geosciences*, 14, 1-8. DOI: <https://doi.org/10.1007/s12517-021-07911-9>
- Li, S., Shen, G., Parsaie, A., Li, G., & Cao, D. (2024). Discharge modeling and characteristic analysis of semi-circular side weir based on the soft computing method. *Journal of Hydroinformatics*, 26(1), 175–188. DOI: <https://doi.org/10.2166/hydro.2023.268>
- Majedi-Asl, M., fuladipannah, mehdi, daneshfaraz, R., & jannat, khalil. (2022). assessment of the effect of the hydraulic and geometric parameters on the discharge coefficient of the labyrinth weirs Using the experimental method and intelligent algorithms. *Water Resources Engineering*, 15(52), 73–92. DOI: <https://doi.org/10.30495/wej.2022.28461.2323> (In Persian).
- MiarNaeimi, F., Azizyan, G., & Rashki, M. (2021). Horse herd optimization algorithm: A nature-inspired algorithm for high-dimensional optimization problems. *Knowledge-Based Systems*, 213, 106711. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.knosys.2020.106711>
- Mohan, M. (1987). Side weir discharge coefficient. Roorkee Univ Roorkee, India.
- Nourani, B., Arvanaghi, H., Pourhosseini, F. A., Javidnia, M., & Abraham, J. (2023). Enhanced support vector machine with particle swarm optimization and genetic algorithm for estimating discharge coefficients of circular-crested oblique weirs. *Iranian Journal of Science and Technology, Transactions of Civil Engineering*, 47(5), 3185-3198. DOI: <https://doi.org/10.1007/s40996-023-01110-0>
- Pandey, N. P. (1985). Flow characteristics of non-rectangular side weirs. Roorkee Univ Roorkee, India.
- Parsaie, A., Haghiabi, A. H., Saneie, M., & Torabi, H. (2017). Predication of discharge coefficient of cylindrical weir-gate using adaptive neuro fuzzy inference systems (ANFIS). *Frontiers of Structural and Civil Engineering*, 11, 111-122. DOI: <https://doi.org/10.1007/s11709-016-0354-x>
- Roushangar, K., Khoshkanar, R., & Shiri, J. (2016). Predicting trapezoidal and rectangular side weirs discharge coefficient using machine learning methods. *ISH Journal of Hydraulic Engineering*, 22(3), 254–261. DOI: <https://doi.org/10.1080/09715010.2016.1177740>
- Roushangar, K., Saadatjoo, R., Abbaszadeh, H., & Panahi, A. (2024a). Estimation of air concentration in chute spillway using metamodel methods. *Iranian Journal of Soil and Water Research*, 55(4), 601–613. DOI: <https://doi.org/10.22059/ijswr.2024.370643.669640> (In Persian).
- Roushangar, K. , Abbaszadeh, H. , Saadatjoo, R. and Panahi, A. (2024b). Prediction of Air Concentration in Stepped Spillways Using Data-Oriented Methods. *Environment and Water Engineering*, 11(3), 316-325. DOI: <https://doi.org/10.22034/ewe.2024.433409.1905>
- Shao, Y., & Lunetta, R. S. (2012). Comparison of support vector machine, neural network, and CART algorithms for the land-cover classification using limited training data points. *ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing*, 70, 78-87. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.isprsjprs.2012.04.001>